



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL

Efecto de la Curvatura Superficial sobre la Exactitud en el Cálculo de la Tensión a partir de la Deformación Medida con Galgas Extensométricas Resistivas

Autor:

D. Montero Echeverría, Walter Esteban

Directores:

Dra. Dña. Ramírez Berasategui, María Beatriz

Dra. Dña. López Boada, Beatriz

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

Leganés, Octubre de 2011

TESIS DOCTORAL

Efecto de la Curvatura Superficial sobre la Exactitud en el Cálculo de la Tensión a partir de la Deformación Medida con Galgas Extensométricas Resistivas

Autor: D. Walter Esteban Montero Echeverría

Directores: Dra. Dña. María Beatriz Ramírez Berasategui
Dra. Dña. Beatriz López Boada

Firma del Tribunal Calificador:

Firma

Presidente:

Vocal:

Vocal:

Vocal:

Secretario:

Calificación:

Leganés, de de

A mis padres
A mi esposa Jérica
A mi hijo Javier

Agradecimientos

A María Ramírez, mi más sincero agradecimiento por confiar en mí y brindarme la oportunidad de continuar mi crecimiento académico; por su esmero y constante guía en el desarrollo de esta tesis y por sus palabras de apoyo y motivación.

A Beatriz López, por sus valiosos aportes para la realización de esta tesis, en especial a la hora de afinar los últimos detalles.

A mi esposa Jérica, por ser mi compañera de viaje, mi inspiración y por darme la fuerza para enfrentar los retos de la vida. Muchas gracias por tu paciencia, por aguantar mis largas horas de trabajo y por estar a mi lado en los momentos más importantes de mi vida.

A mi hijo Javier, quien ha tenido que soportar mis largas horas de trabajo y ha sido testigo de mi esfuerzo y dedicación a esta tesis.

A mis padres, porque todo lo que soy y he logrado se debe en gran parte al apoyo y confianza que me han dado, a los valores que me inculcaron a lo largo de mi vida y a su esfuerzo por brindarme la mejor educación.

A mis hermanas y mi hermano, porque a pesar de la distancia siempre han estado ahí para apoyarme y me han brindado el ánimo necesario para continuar, aún en los momentos más difíciles.

A José Antonio Velasco, por sus importantes aportes de ideas y trabajo, sin los cuales la realización de los ensayos no hubiera sido posible.

Y por último, pero no por eso menos importante, a todo MECATRAN, por acogerme como parte del grupo y por ser un gran apoyo a lo largo de estos cuatro años.

RESUMEN

La extensometría por medio de galgas resistivas es una técnica muy empleada por ser un método relativamente sencillo para medir la deformación que sufre un elemento sometido a sollicitaciones. En general, el propósito de medir la deformación es el cálculo de la tensión que la origina. De esta forma se comprueba su comportamiento en relación con su tensión de fluencia o de rotura y su capacidad para resistir las sollicitaciones. A pesar de su uso generalizado, hasta la fecha las investigaciones para determinar su grado de confiabilidad no abarcan todas las posibles situaciones en las que se utilizan, en especial si se trata de circunstancias de medida como la deformación en elementos curvos.

Hasta la fecha, el cálculo de la tensión a partir de la deformación medida sobre una superficie curva ignora el posible efecto de la curvatura. Por esta razón, el objetivo principal de esta tesis ha sido determinar el efecto de la curvatura superficial sobre la exactitud en el cálculo de la tensión a partir de la deformación medida. En los ensayos realizados se ha llegado a la conclusión de que la curvatura sí afecta el cálculo de la tensión y supone una desviación significativa entre la tensión calculada a partir de mediciones experimentales y la tensión corregida. Se propone que, para calcular la tensión corregida por los efectos de la curvatura se debe utilizar un factor de corrección por curvatura, el cual es función de la curvatura y del módulo de Young del material.

Para determinar el efecto de la curvatura y obtener una expresión para el cálculo del factor de corrección se han realizado ensayos experimentales con galgas adheridas a elementos de diferente curvatura, así como probetas planas del mismo material. En cada ensayo se ha medido la deformación asociada a la carga aplicada.

Además, se ha desarrollado una metodología para el análisis de los factores de error que afectan a la extensometría resistiva, así como su incertidumbre asociada. De

esta manera, se han corregido los valores de deformación medidos y se ha cuantificado la incertidumbre para comprobar la idoneidad de la metodología utilizada.

Se ha caracterizado la relación entre la tensión y la deformación corregida en los elementos planos y curvos. Para calcular la tensión en las probetas curvas se han desarrollado dos modelos, uno basado en las leyes de resistencia de materiales y otro que utiliza el método de los elementos finitos. Para calcular la tensión en las probetas planas se han utilizado las leyes de resistencia de materiales.

Una vez conocida la relación entre la tensión y la deformación para los diferentes casos estudiados se ha realizado una regresión múltiple por mínimos cuadrados. De esta manera se obtienen las ecuaciones que relacionan las variables independientes de la curvatura y el módulo de Young del material, con el cociente entre la tensión y la deformación sobre la superficie curva. Finalmente, el factor de corrección por curvatura se ha definido en términos de estas dos variables independientes y se ha obtenido la ecuación para calcular su incertidumbre.



TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	I
TABLA DE CONTENIDO	III
INDICE DE TABLAS	VII
INDICE DE FIGURAS	IX
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Estructura de la tesis	4
2 ESTADO DEL ARTE.....	7
2.1 Introducción a las galgas extensométricas.....	7
2.2 Idoneidad de las galgas extensométricas resistivas para la medición de la deformación	12
2.2.1 Aplicabilidad de la técnica.....	12
2.2.2 Resolución máxima	14
2.2.3 Deformación máxima que se puede medir	15
2.2.4 Rango de temperatura de utilización	15
2.2.5 Estabilidad	17
2.2.6 Funcionamiento bajo deformaciones dinámicas	18
2.2.7 Mediciones en estados de deformación no homogéneos	25
2.2.8 Linealidad, histéresis y desplazamiento del valor cero	27
2.2.9 Efectos de los cables	29
2.3 Enfoques para encontrar la incertidumbre de un sistema de medida	32
2.3.1 Evaluación tipo A.....	35
2.3.2 Evaluación tipo B.....	36
2.3.3 Propagación de la incertidumbre.....	37
2.3.4 Incertidumbre expandida.....	40
2.3.5 Evaluación de la incertidumbre mediante el análisis del error	41
2.4 Factores de error e incertidumbre en sistemas de medida extensométricos	42
2.4.1 Errores debidos a la sensibilidad transversal	44
2.4.2 Errores debidos a la temperatura	48
2.4.2.1 Deformación aparente inducida por temperatura	49
2.4.2.2 Variación del factor de galga con la temperatura	57
2.4.2.3 Corrección simultánea de ambos errores.....	58
2.4.3 Errores debidos al mal alineamiento	60
2.4.4 Errores debidos a la no linealidad del puente de Wheatstone	63

2.5	El módulo de Young como propiedad de un material	66
2.5.1	Normativa para su determinación	67
2.6	La resistencia de materiales aplicada a elementos curvos	70
2.6.1	Flexión pura de elementos curvos	71
2.6.2	Tensión normal y cortante en elementos curvos	76
2.6.3	Deformación y tensión resultantes	77
2.6.4	Esfuerzo normal y momento flector para el caso de un anillo circular	77
3	METODOLOGÍA	83
3.1	Materiales y equipos	83
3.1.1	Materiales utilizados en los ensayos	83
3.1.1.1	Probetas con curvatura (tubos)	83
3.1.1.2	Probetas planas	86
3.1.2	Galgas extensométricas	89
3.1.2.1	Galgas sobre probetas curvas (tubos)	90
3.1.2.2	Galgas sobre probetas planas	95
3.1.2.3	Deformación promedio en anillos circulares	99
3.1.2.4	Comprobación de la correcta distribución de las galgas	104
3.1.3	Máquina de ensayos	111
3.1.3.1	Máquina de ensayos para probetas curvas (tubos)	111
3.1.3.2	Máquina de ensayos para probetas planas	114
3.1.4	Instrumentos de medición	118
3.1.4.1	Ensayos con probetas curvas (tubos)	118
3.1.4.2	Ensayos con probetas planas	120
3.1.4.3	Comparación entre instrumentos de medida	122
3.2	Metodología experimental	124
3.2.1	Mediciones sobre probetas curvas	124
3.2.2	Mediciones sobre probetas planas	126
3.2.3	Diseño experimental para probetas curvas (tubos)	127
3.2.4	Diseño experimental para probetas planas	130
3.2.5	Parámetros de los ensayos	132
3.2.5.1	Determinación del coeficiente térmico de resistencia de la galga	135
3.3	Metodología de tratamiento de datos	139
3.3.1	Tensión promedio en anillos circulares	142
3.3.1.1	Modelo de resistencia de materiales (RM)	142
3.3.1.2	Modelo de elementos finitos (MEF)	143
3.3.2	Modelo de error e incertidumbre	151
3.3.2.1	Incertidumbre del instrumento de medida	153
3.3.2.2	Incertidumbre debida a la sensibilidad transversal	155
3.3.2.3	Incertidumbre debida a la temperatura	158
3.3.2.4	Incertidumbre debida al mal alineamiento	161
3.3.2.5	Incertidumbre debida a la no linealidad del puente de Wheatstone	165
3.3.3	Metodología del análisis de resultados	166
3.3.3.1	Metodología para probetas curvas (tubos)	166
3.3.3.2	Metodología para probetas planas	177
3.3.4	Análisis de regresión múltiple por mínimos cuadrados	180
3.3.5	Cálculo del Factor de Corrección por Curvatura K_c	181
3.3.6	Cálculo de la incertidumbre de la tensión	182



4	RESULTADOS	185
4.1	Resultados preliminares de los modelos de RM y MEF	185
4.1.1	Modelo de Resistencia de Materiales (RM)	185
4.1.2	Modelo de Elementos Finitos (MEF)	186
4.2	Resultados del modelo de error e incertidumbre	187
4.3	Resultados del análisis de regresión múltiple	202
4.4	Aplicación de los modelos a los tubos ensayados	209
4.4.1	Factor de Corrección por Curvatura K_c	210
4.4.2	Incertidumbre de la tensión	211
5	CONCLUSIONES	215
6	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	217
7	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	219
8	ANEXO I: VARIABLES UTILIZADAS EN EL MODELO RM	225
9	ANEXO II: RESULTADOS UTILIZANDO EL MODELO RM	227
10	ANEXO III: RESULTADOS UTILIZANDO EL MODELO MEF	257
11	ANEXO IV: RESULTADOS DE LOS ENSAYOS CON PROBETAS.....	287

INDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Intervalos de confianza y su correspondiente factor de cobertura k_p	41
Tabla 2-2. Corrección de la sensibilidad transversal [VISHAY TN-509, 2007]	47
Tabla 2-3. Correcciones de la no linealidad del puente [VISHAY TN-507-1, 2007]	65
Tabla 3-1. Dimensiones y propiedades mecánicas de los tubos utilizados.....	84
Tabla 3-2. Dimensiones finales de los tubos después del mecanizado.....	85
Tabla 3-3. Fuerza de compresión máxima admisible en los ensayos.....	86
Tabla 3-4. Dimensiones de las probetas mecanizadas	87
Tabla 3-5. Fuerza de tracción máxima admisible para cada probeta.....	88
Tabla 3-6. Tipo de galga utilizada en los ensayos y sus características	89
Tabla 3-7. Posicionamiento de las galgas a lo largo del tubo.....	92
Tabla 3-8. Angulo entre el eje de las rosetas y la marca longitudinal del tubo	94
Tabla 3-9. Angulo entre el eje de las rosetas y la dirección longitudinal de la probeta ...	98
Tabla 3-10. Ángulo que cubre la galga sobre la superficie externa del tubo	103
Tabla 3-11. Magnitud de las variables comunes y su incertidumbre asociada.....	133
Tabla 3-12. Variables de entrada de los ensayos realizados a los tubos.....	134
Tabla 3-13. Variables de entrada de los ensayos con probetas planas.....	134
Tabla 3-14. Incertidumbres asociadas a las variables particulares	135
Tabla 3-15. Cantidad de nodos utilizados para calcular la tensión bajo la galga	148
Tabla 3-16. Datos registrados durante cada uno de los ensayos.....	167
Tabla 3-17. Extracto de las fuerzas de compresión P (N) registradas en el tubo Nº 1 ...	167
Tabla 3-18. Disminución del tamaño de muestra al utilizar la función "intersect"	168
Tabla 3-19. Cálculo de los voltajes medios para cada galga y cada serie de ensayos.....	169
Tabla 3-20. Desviación estándar de los voltajes medidos en cada galga.....	169
Tabla 3-21. Incertidumbre estándar de los voltajes medios para cada galga	170
Tabla 3-22. Covarianza entre los voltajes de salida de las galgas de cada roseta.....	170
Tabla 3-23. Deformaciones obtenidas a partir de los voltajes medios	171
Tabla 3-24. Covarianza entre las galgas de una misma roseta.....	172

Tabla 3-25. Errores sistemáticos debidos a los efectos mencionados.....	172
Tabla 3-26. Deformaciones corregidas por los efectos de los factores de error.....	173
Tabla 3-27. Incertidumbres calculadas para cada medida registrada	173
Tabla 3-28. Deformación media obtenida para cada tubo	174
Tabla 4-1. Valores de las variables que intervienen en la Ecuación 3-13	185
Tabla 4-2. Pendientes de las rectas de regresión según el modelo de RM	186
Tabla 4-3. Valores de las pendientes de las rectas de regresión lineal según MEF.....	187
Tabla 4-4. Incertidumbre estándar máxima de la deformación corregida media	189
Tabla 4-5. Error sistemático relativo máximo de los ensayos realizados a los tubos.....	192
Tabla 4-6. Pendiente de la recta de regresión lineal tensión – deformación (RM)	200
Tabla 4-7. Pendiente de la recta de regresión lineal tensión – deformación (MEF)	201
Tabla 4-8. Módulo de Young obtenido de la recta de regresión lineal.....	202
Tabla 4-9. Parámetros constantes de las ecuaciones de regresión múltiple.....	205
Tabla 4-10. Factor de Corrección por Curvatura al usar el modelo RM	210
Tabla 4-11. Factor de Corrección por Curvatura al usar el modelo MEF	210
Tabla 4-12. Diferencia entre los Factores de Corrección por Curvatura	211
Tabla 8-1. Valores de las variables utilizadas en el modelo RM	225

INDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Partes de una galga extensométrica	7
Figura 2-2. Concepto de deformación	8
Figura 2-3. Puente de Wheatstone	9
Figura 2-4. Cadena de medida de la deformación utilizando galgas extensométricas	11
Figura 2-5. Desviación del cero como función del tiempo [DALLY y RILEY, 1991]	17
Figura 2-6. Medida del tiempo de ascenso entre un 10 % y un 90 % de la amplitud	19
Figura 2-7. Respuesta dinámica de una galga a un pulso [DALLY y RILEY, 1991]	20
Figura 2-8. Aproximación del frente de una onda con otras ondas [TAYLOR, 1966]	21
Figura 2-9. Señal impresa en la galga para varios valores de α [TAYLOR, 1966]	22
Figura 2-10. Ondas elásticas consideradas en los ensayos realizados por Oi [OI, 1966] ..	23
Figura 2-11. Resultados obtenidos por Ueda y Umeda [UEDA y UMEDA, 1998]	24
Figura 2-12. Medición promedio de la deformación [VISHAY TN-505-4, 2007]	25
Figura 2-13. Relación entre el valor medido y la longitud [HOFFMANN, 1989]	26
Figura 2-14. No linealidad, histéresis y desviación del cero [DALLY y RILEY, 1991]	27
Figura 2-15. Desviación del valor cero con del número de ciclos [DALLY y RILEY, 1991] .	28
Figura 2-16. Circuito de medición de dos cables [DALLY y RILEY, 1991]	29
Figura 2-17. Pérdida de señal como función de R_t/R_g [DALLY y RILEY, 1991]	30
Figura 2-18. Galga conectada con tres cables al circuito de medición	32
Figura 2-19. Ilustración de la diferencia entre precisión y exactitud	34
Figura 2-20. Fuentes de error en extensometría [WINDOW y HOLISTER, 1982]	43
Figura 2-21. Causas de la sensibilidad transversal [HOFFMANN, 1989]	44
Figura 2-22. Factores que causan los errores por temperatura	49
Figura 2-23. Compensación de los efectos de la temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007] 51	
Figura 2-24. Deformación térmica debida a la temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007] ...	52
Figura 2-25. Deformación inducida por temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007]	54
Figura 2-26. Deformación térmica aparente vs. temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007] .	55
Figura 2-27. Efecto de la temperatura en el factor de galga [VISHAY TN-504-1, 2007] ...	57

Figura 2-28. Distribución polar de la deformación [VISHAY TN-511, 2007]	61
Figura 2-29. Circulo de Mohr de tensión y deformación [VISHAY TN-511, 2007]	61
Figura 2-30. Ejes desalineados de una roseta dos galgas [VISHAY TN-511, 2007]	63
Figura 2-31. Extracción de probetas a partir de tubos [ASTM E8M-04, 2008]	68
Figura 2-32. Dimensiones de las probetas obtenidas de tubos [ASTM E8M-04, 2008]	68
Figura 2-33. Elemento recto sometido a flexión pura	70
Figura 2-34. Elemento curvo sometido a flexión pura.....	72
Figura 2-35. Sección transversal rectangular del elemento curvo.....	74
Figura 2-36. Elemento curvo sometido a dos fuerzas iguales, colineales y opuestas	76
Figura 2-37. Anillo circular sometido a dos fuerzas iguales, colineales y opuestas	78
Figura 2-38. Elemento recto sometido a un momento flector.	79
Figura 3-1. Tubo Nº 3 antes y después del proceso de mecanizado	84
Figura 3-2. Obtención de una probeta a partir de uno de los tubos	87
Figura 3-3. Imagen y dibujo esquemático de la roseta de dos galgas a 90º.....	89
Figura 3-4. Galgas extensométricas adheridas en la superficie externa de un tubo	90
Figura 3-5. Tubo mecanizado con las tres rosetas adheridas a la superficie externa.	91
Figura 3-6. Goniómetro digital	93
Figura 3-7. Roseta mal alineada con respecto a los ejes de deformación a medir	93
Figura 3-8. Tubos Nº 1 a Nº 5 mecanizados y con las rosetas y los cables instalados.....	95
Figura 3-9. Representación de la galga adherida a la superficie de las probetas.....	96
Figura 3-10. Probetas planas con las rosetas adheridas a su superficie.....	97
Figura 3-11. Representación esquemática de una roseta de dos galgas mal alineada	99
Figura 3-12. Variación de la deformación alrededor de la circunferencia de un anillo..	100
Figura 3-13. Variación de la deformación en la superficie interna (tubo Nº1).....	102
Figura 3-14. Modelo de elementos finitos para el tubo Nº 3	105
Figura 3-15. Superficies en contacto con los útiles superior e inferior	107
Figura 3-16. Condiciones de contorno aplicadas a los tubos y el útil superior	108
Figura 3-17. Mallado del tubo de diámetro nominal 100 mm.....	109
Figura 3-18. Deformación principal máxima en los tubos en escala de colores.....	110
Figura 3-19. Variación de la tensión a lo largo del tubo Nº 1	111

Figura 3-20. Máquina de ensayos a tracción y compresión	112
Figura 3-21. Utillajes para la sujeción y centrado de los tubos.....	113
Figura 3-22. Colocación de los útiles y el tubo en la máquina de ensayos	113
Figura 3-23. Utillajes y el tubo Nº 3 en la máquina de ensayos	114
Figura 3-24. Maquina de ensayo utilizada para las probetas planas	115
Figura 3-25. Programa de control de la máquina de ensayos INSTRON	116
Figura 3-26. Colocación de la probeta plana en la máquina de ensayos	117
Figura 3-27. Probeta plana colocada en la máquina de ensayos	117
Figura 3-28. Equipo de amplificación y acondicionamiento de la señal (San-ei).....	118
Figura 3-29. Tubo Nº 3 en la máquina de ensayos y conectado a los puentes.....	119
Figura 3-30. Diagrama de conexión del sistema de medida utilizado.....	119
Figura 3-31. VISHAY Digital Data System 5000.....	121
Figura 3-32. Gráfico de deformación en el software StrainSmart de VISHAY.....	122
Figura 3-33. Dispositivo utilizado para comparar el San-ei y el Vishay.....	123
Figura 3-34. Deformaciones medidas con el San-ei y el Vishay para la misma flecha....	124
Figura 3-35. Ventana principal del controlador de la máquina de ensayos.....	125
Figura 3-36. Medición de la temperatura de los tubos utilizando un pirómetro	130
Figura 3-37. Medición de la temperatura de la probeta con un termopar.....	132
Figura 3-38. Variación del coeficiente térmico de la resistencia con la temperatura. ...	137
Figura 3-39. Curva de mejor ajuste para el coeficiente térmico de la resistencia	138
Figura 3-40. Deformación térmica aparente en función de la temperatura.....	139
Figura 3-41. Diagrama de flujo de la metodología seguida para los tubos.....	141
Figura 3-42. Modelo geométrico para el tubo Nº 1	145
Figura 3-43. Aplicación de las condiciones de contorno en los tubos	147
Figura 3-44. Mallado del tubo de diámetro nominal 50 mm.	148
Figura 3-45. Deformación sufrida por un nodo en el análisis por elementos finitos.....	150
Figura 3-46. Círculo de Mohr de deformaciones.....	162
Figura 3-47. Nomenclatura utilizada	166
Figura 3-48. Proceso al que se han sometido los voltajes de salida	175
Figura 3-49. Proceso al que se han sometido los datos registrados con el San-ei.....	176

Figura 3-50. Proceso al cual se han sometido los datos registrados con el VISHAY	179
Figura 3-51. Procedimiento llevado a cabo para las regresiones múltiples	180
Figura 4-1. Variación de la tensión media con la fuerza aplicada en el modelo MEF	186
Figura 4-2. Deformación medida en los ensayos en el tubo Nº 1.....	189
Figura 4-3. Errores calculados para la roseta Nº 1 del tubo Nº 1	190
Figura 4-4. Errores calculados para la roseta Nº 2 del tubo Nº 1	191
Figura 4-5. Errores calculados para la roseta Nº 3 del tubo Nº 1	191
Figura 4-6. Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas del tubo Nº 1	193
Figura 4-7. Deformaciones corregidas para las galgas Nº 1 del tubo Nº 1	194
Figura 4-8. Incertidumbres de la cadena de medida de la roseta Nº 1 del tubo Nº 1	195
Figura 4-9. Incertidumbres de la cadena de medida de la roseta Nº 2 del tubo Nº 1	195
Figura 4-10. Incertidumbres de la cadena de medida de la roseta Nº 3 del tubo Nº 1..	196
Figura 4-11. Gráfico tensión - deformación corregida media para el tubo Nº 1	197
Figura 4-12. Incertidumbres combinadas y media correspondientes al tubo Nº 1.....	198
Figura 4-13. Incertidumbre relativa en función de la tensión para el tubo Nº 1.....	198
Figura 4-14. Análisis de regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados (RM)	203
Figura 4-15. Análisis de regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados (MEF)	204
Figura 4-16. Relación entre M y su predicción según la ecuación de regresión (RM)....	206
Figura 4-17. Relación entre M y su predicción según la ecuación de regresión (MEF) ..	206
Figura 4-18. Residuos normalizados de la regresión múltiple para el modelo RM	207
Figura 4-19. Residuos normalizados de la regresión múltiple para el modelo MEF.....	207
Figura 4-20. Frecuencia de los residuos normalizados de la regresión (RM)	208
Figura 4-21. Frecuencia de los residuos normalizados de la regresión (MEF).....	208
Figura 4-22. Evolución de la incertidumbre conforme aumenta la tensión (RM)	212
Figura 4-23. Evolución de la incertidumbre conforme aumenta la tensión (MEF).....	212

1 INTRODUCCIÓN

La implantación de sistemas de calidad en todas las fases industriales y la importancia de la calidad de las medidas en el sector científico obligan a establecer un control metrológico sobre las mediciones realizadas. Debido a esto, es importante conocer la incertidumbre y, por lo tanto, la exactitud de la medición. De esta forma es posible determinar si el valor medido cumple los requerimientos de exactitud deseados.

En general, el propósito de medir la deformación de un elemento sometido a sollicitaciones es el cálculo de la tensión que la origina. Esto se debe a la importancia que tiene la caracterización de su comportamiento en relación con su tensión de fluencia o de rotura y, por lo tanto, de su capacidad para resistir las sollicitaciones. Debido a su importancia, es de gran interés conocer el valor de su incertidumbre.

Las galgas extensométricas resistivas se han utilizado desde hace más de medio siglo para la medición de la deformación en la superficie de estructuras, componentes de máquinas y muchos otros elementos; aún así, hasta la fecha, las investigaciones para determinar el grado de confiabilidad que proporcionan no abarcan todas las posibles situaciones en las que se utilizan, en especial si se trata de circunstancias de medida como puede ser la deformación en elementos curvos. A pesar de esto, la galga extensométrica es una herramienta muy utilizada en muchas aplicaciones de ingeniería debido a su relativa simplicidad, aparente exactitud, bajo coste y facilidad de uso.

Esta sencillez ha generado también un uso abusivo de la técnica bajo condiciones para las cuales la extensometría resistiva no está bien estudiada, proporcionando resultados que pueden estar alejados de la realidad. Los motivos son los siguientes:

- 1) Conocida la deformación sobre una superficie plana, la tensión se calcula como el producto de dicha deformación por el módulo de Young del material. Esta propiedad del material puede:
 - a) Ser proporcionada por el fabricante del material.
 - b) Ser desconocida pero determinable mediante un ensayo.

- c) Ser desconocida e imposible de determinar mediante un ensayo, por lo que se recurre a la información encontrada en la literatura y las normas acerca del material en cuestión.

Según se encuentre en los casos (a), (b) o (c), la exactitud de los resultados puede variar de forma notable, tanto que podría anular la calidad de la medida de la deformación. En este caso, el trabajo que supone un cálculo de la deformación muy cuidadoso no será de gran utilidad, si luego se utiliza un módulo de Young alejado del valor real de manera significativa.

- 2) La deformación medida por la galga es función del factor de galga F_g y del cambio en la resistencia de la galga que se produce cuando se deforma. Sin embargo, es importante recalcar que dicho factor de galga es proporcionado por el fabricante y se obtiene de forma experimental generando una deformación conocida a una galga adherida sobre un elemento plano y de área transversal conocida, según indica la norma ASTM E251-92. Esto implica que, en principio, el factor de galga utilizado puede no ser el adecuado para tomar mediciones sobre un elemento curvo, por ejemplo.

Hasta la fecha, el cálculo de la tensión a partir de la deformación medida ignora el posible efecto de la curvatura. Tal y como se pretende exponer en esta tesis, esto puede suponer una desviación significativa de los resultados obtenidos con respecto a los valores reales de tensión presentes en el elemento ensayado.

1.1 Objetivos

Se podría suponer que, si las galgas extensométricas resistivas han alcanzado el desarrollo actual y se han afianzado como una herramienta para la determinación de la deformación en piezas de geometría compleja, es porque se asume que la exactitud de las mediciones realizadas no se ve afectada por la curvatura que pudiera presentar la superficie sobre la cual están adheridas. Sin embargo, el estudio de las investigaciones realizadas en este tema ha dado como resultado que esto no ha sido verificado o validado científicamente.

Por consiguiente, el **objetivo** de esta tesis es el de determinar el efecto de la curvatura superficial sobre la exactitud en el cálculo de la tensión a partir de la deformación medida con galgas extensométricas resistivas. Para alcanzar este objetivo, se analiza el comportamiento de las galgas extensométricas resistivas cuando éstas se encuentran adheridas a una superficie curva, tomando en consideración los errores asociados a la medición, su corrección y la contribución de la incertidumbre de la cadena instrumental a la exactitud de la medida. Para esto, se propone un modelo de error que permite corregir las medidas obtenidas experimentalmente y calcular su incertidumbre asociada.

En este trabajo se parte de la **hipótesis** de que existe un efecto en el cálculo de la tensión debido a la curvatura del elemento cuando ésta se obtiene por medio de la medición de la deformación con galgas extensométricas resistivas. Para determinarlo, se han realizado ensayos a compresión con galgas adheridas a elementos de diferente curvatura. A partir de estos ensayos se ha obtenido la deformación asociada a cada valor de carga aplicada al elemento curvo.

Por otro lado, se han desarrollado dos modelos que permiten calcular la tensión en el elemento curvo a partir de la carga aplicada. De esta manera, se consigue obtener la relación entre la tensión y la deformación medida sobre un elemento curvo, que difiere de la relación entre la tensión y la deformación medida sobre un elemento plano. Por lo tanto, se propone que, para calcular la tensión sobre una superficie curva se debe utilizar un factor de corrección.

El módulo de Young se ha obtenido experimentalmente, por medio de ensayos a tracción de probetas mecanizadas a partir de los mismos elementos curvos utilizados para los ensayos a compresión. Por lo tanto, la hipótesis será válida en la medida en que se logre demostrar que, para un mismo material, la relación entre la tensión y la deformación medidas sobre una superficie curva difieren de la relación entre la tensión y la deformación sobre una superficie plana. Se debe comprobar, además, que esta diferencia es función de la curvatura del elemento y no debida a otros factores externos.

1.2 Estructura de la tesis

La tesis se compone de 6 capítulos. En este primer capítulo se realiza una breve introducción al tema analizado y se expone la importancia de su desarrollo, así como los objetivos planeados.

A continuación, en el capítulo 2, se desarrolla el estado del arte. Este comprende todo lo referente al estado de la técnica de medición de la deformación con galgas extensométricas resistivas, las causas de error en la medida y su corrección. Además, se analizan las normativas cuyas recomendaciones han sido aplicadas para la determinación del Módulo de Young del material de las probetas planas ensayadas. Por último, se explica el modelo de Resistencia de Materiales utilizado para calcular la tensión a partir de la fuerza aplicada sobre los elementos curvos.

En el capítulo 3, se desarrollan las metodologías utilizadas para llevar a cabo los ensayos experimentales sobre las probetas curvas y planas. También se detalla la forma en que se han procesado los datos obtenidos y la metodología utilizada para el análisis de los resultados.

Por otro lado, en este capítulo también se detallan las particularidades de los modelos de Resistencia de Materiales y de Elementos Finitos desarrollados. De esta manera se ha logrado determinar, a partir de un método analítico y un método numérico, dos expresiones que permiten calcular la tensión en los elementos curvos a partir de la fuerza aplicada. Por otro lado, una importante parte de este capítulo se dedica al desarrollo de las ecuaciones necesarias para efectuar la corrección de los datos experimentales y encontrar la incertidumbre de medida asociada a ellos, mediante la ley de la propagación de la incertidumbre. Por último, se explican las herramientas estadísticas necesarias para lograr los objetivos planteados.

Seguidamente, en el capítulo 4 se presentan y analizan los resultados obtenidos, según las herramientas de cálculo y estadísticas explicadas en el capítulo anterior, así como el modelo de error e incertidumbres desarrollado. De esta manera, se determina si



la hipótesis formulada es correcta y se logra definir la ecuación para calcular el Factor de Corrección por Curvatura y su incertidumbre. En la última sección de este capítulo se calcula el Factor de Corrección por Curvatura para los tubos y se utiliza para corregir la tensión calculada a partir de la deformación medida en los ensayos. Así, se logra cuantificar el efecto que ha tenido la curvatura en los resultados de estos ensayos.

Posteriormente, en el capítulo 5 se enumeran las conclusiones derivadas del trabajo realizado y por último, en el capítulo 6 se sugiere una serie de líneas de investigaciones futuras en las cuales merece la pena profundizar.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción a las galgas extensométricas

Por definición, una galga extensométrica es un dispositivo electrónico que se utiliza para medir la deformación debida a la tensión aplicada a un objeto. Fue inventada por Edward E. Simmons y Arthur C. Ruge en 1938 y su funcionamiento se basa en la variación de la resistencia eléctrica de la galga en función de la deformación sufrida por el dispositivo. A pesar de que hay otros métodos para medir la deformación, los métodos que utilizan galgas extensométricas son los más usados debido a su exactitud.

Las galgas extensométricas consisten en un fino alambre o, más comúnmente, en una hoja metálica o lámina delgada, dispuesta en un patrón de rejilla. El patrón de la rejilla maximiza la cantidad de alambre metálico o lámina, de acuerdo con la deformación en la dirección paralela de la galga o dirección de máxima sensibilidad (ver Figura 2-1). La lámina o el alambre en forma de rejilla se une a un delgado respaldo, denominado portador, el cual se sujeta directamente al espécimen de prueba por medio de un adhesivo. Por tanto, la deformación experimentada por el espécimen de prueba se transfiere directamente a la rejilla metálica de la galga extensométrica, la cual responde mediante un cambio en su resistencia eléctrica. Las galgas extensométricas están disponibles comercialmente con valores nominales de resistencia desde 30 Ω hasta 3000 Ω , siendo 120 Ω , 350 Ω y 1000 Ω los valores más frecuentes.

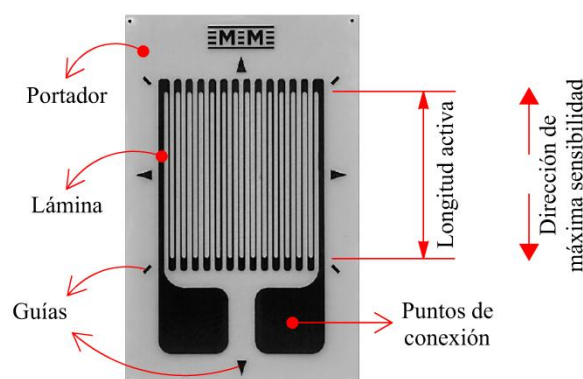


Figura 2-1. Partes de una galga extensométrica

Las galgas extensométricas se aprovechan de la propiedad física de los materiales de deformarse cuando se les aplica una tensión, la cual se debe a su vez a la acción de una o varias fuerzas aplicadas. Más específicamente, la deformación (ε) se define como el cambio de longitud (ΔL) con respecto a la longitud original (L) (ver Figura 2-2), es decir [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

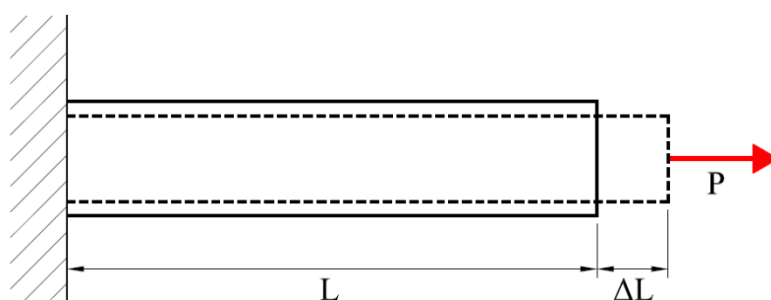


Figura 2-2. Concepto de deformación

El principio físico en el que se basa el funcionamiento de las galgas extensométricas resistivas es la dependencia geométrica de la resistencia eléctrica de un material conductor, la cual se define como [MILLER, 1992]:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

donde l es la longitud del elemento conductor, A es el área de la sección transversal y ρ es la resistividad, siendo esta última una propiedad del material. De esta manera, es posible asociar el cambio en la longitud y sección transversal de la rejilla, producto de la deformación, con el cambio en su resistencia eléctrica. Es decir [HOFFMANN, 1992]:

$$\frac{\Delta R}{R} = F \frac{\Delta L}{L} = F \varepsilon \quad \text{Ecuación 2-1}$$

donde F es el factor de galga que se corresponde con la pendiente de la recta que se obtiene al representar el cambio relativo de la resistencia eléctrica $\Delta R/R$ con respecto a

la deformación ε de la rejilla y, por lo tanto, del elemento cuya deformación se quiere medir.

La deformación es un parámetro adimensional ya que se define como el incremento de la longitud partido por la longitud original; sin embargo, se suele poner unidades de $\mu\text{m}/\text{m}$ o $\mu\varepsilon$ (microdeformación), donde $\mu\varepsilon = 10^{-6}\text{m}/\text{m}$. En la práctica, las medidas de la deformación implican raramente cantidades más grandes que algunos miles de $\mu\varepsilon$ ($10^{-3}\text{m}/\text{m}$). Por lo tanto, para lograr medir la deformación se requiere una medida muy exacta de cambios muy pequeños en la resistencia de la galga.

Para medir tales cambios en la resistencia, las galgas extensométricas generalmente se utilizan en una configuración de puente de Wheatstone con una fuente de excitación de voltaje. El puente de Wheatstone permite traducir el cambio en la resistencia en una salida de tensión. El puente consiste en cuatro ramas con un voltaje de excitación V_{entrada} , que se aplica a través de dos de los extremos del puente, tal y como que se ilustra en la Figura 2-3. Por otro lado, en los otros dos extremos se mide el voltaje de salida V_{salida} . Las galgas extensométricas se conectan en las ramas del puente. En los casos en que solo hay una galga se tiene $\frac{1}{4}$ de puente, cuando se conectan dos galgas en ramas opuestas o adyacentes se tiene $\frac{1}{2}$ puente y, por último, cuando se conecta una galga en cada rama, se tiene un puente completo.

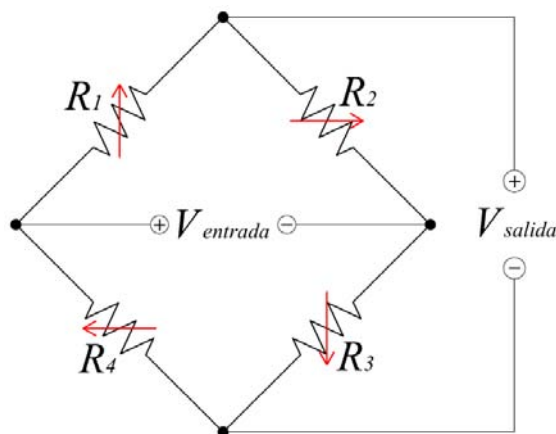


Figura 2-3. Puente de Wheatstone

Cuando un puente de Wheatstone, como el de la Figura 2-3, se encuentra inicialmente en equilibrio, el voltaje de salida V_{salida} se puede determinar de la siguiente manera [MILLER, 1992]:

$$V_{salida} = V_{entrada} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$$V_{salida} = V_{entrada} \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

de donde se desprende que el puente está en equilibrio, es decir, que el voltaje de salida es cero, cuando [MILLER, 1992]:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$$

En estas circunstancias, se cumple que el cociente entre el voltaje de salida y el voltaje de alimentación también es cero. Sin embargo, cuando las resistencias R_1 , R_2 , R_3 y R_4 experimentan un cambio en su resistencia de ΔR , el puente se “desequilibra” y el cociente entre el voltaje de salida y el de entrada es el siguiente [HOFFMANN, 1989]:

$$\frac{V_{salida}}{V_{entrada}} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4}$$

La ecuación anterior es válida para cualquier valor de resistencia R que tengan las ramas del puente; sin embargo, lo usual en extensometría con galgas resistivas es que todas las ramas del puente de Wheatstone tengan la misma resistencia eléctrica R . Por otro lado, en extensometría los cambios en la resistencia son muy pequeños y del orden de $10^{-3} \Omega$, de tal forma que es posible simplificar la ecuación anterior sin sacrificar exactitud en los resultados despreciando los términos de segundo orden, para obtener [HOFFMANN, 1989]:

$$\frac{V_{salida}}{V_{entrada}} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Ecuación 2-2

Este resultado implica que cualquier cambio en la resistencia en alguna de las ramas del puente desequilibra el puente y da lugar a un voltaje de salida distinto a cero. En caso de que se coloque una galga extensométrica en cada una de las ramas del puente, se puede sustituir la Ecuación 2-1 en la Ecuación 2-2, para obtener la ecuación:

$$\frac{V_{salida}}{V_{entrada}} = \frac{1}{4} (F_1 \varepsilon_1 - F_2 \varepsilon_2 + F_3 \varepsilon_3 - F_4 \varepsilon_4) \quad \text{Ecuación 2-3}$$

Por otro lado, para llevar a cabo una medición de deformación utilizando galgas extensométricas es necesario contar con otros instrumentos además de la galga y el puente de Wheatstone. Como se muestra en la Figura 2-4, el primer elemento del sistema de medida es la galga, la cual se encuentra adherida al material u objeto de interés y permite convertir la deformación mecánica en un cambio en la resistencia eléctrica. El segundo elemento es el circuito complementario, que consiste en el puente de Wheatstone, la fuente de potencia y un amplificador para amplificar la salida del puente. Solo de esta forma se logra obtener un voltaje apropiado para los instrumentos de adquisición de datos. La tercera parte del sistema es la salida, que puede ser un dispositivo de adquisición de datos con una pantalla para poder visualizarlos.

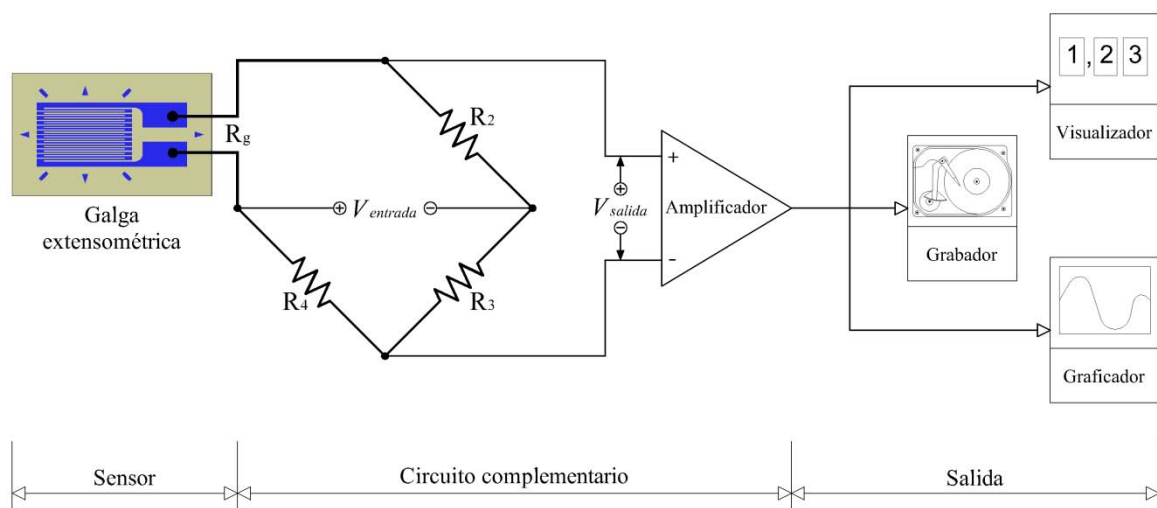


Figura 2-4. Cadena de medida de la deformación utilizando galgas extensométricas

2.2 Idoneidad de las galgas extensométricas resistivas para la medición de la deformación

Las galgas extensométricas resistivas son unas de las herramientas disponibles para medir deformación más exactas, sensibles, versátiles y fáciles de usar. Además, su coste es relativamente bajo, tienen una salida lineal, pueden ser instaladas fácilmente y están disponibles en una gran variedad de configuraciones, tamaños y materiales que abarcan una gran cantidad de requerimientos de medida [WINDOW y HOLISTER, 1982].

En cuanto a su exactitud, las galgas extensométricas permiten realizar mediciones con errores menores al 0,02 % [HOFFMANN, 1989]. Sin embargo, esta exactitud no depende únicamente de las características de la galga, sino que es función de muchos factores, como el procedimiento de instalación, el estado de deformación que se está midiendo, las condiciones ambientales, etc. Todos estos factores afectan el desempeño de las galgas extensométricas [DALLY y RILEY, 1991]. Por esta razón, es muy importante tomar en cuenta una serie de aspectos de manera que las mediciones realizadas cumplan con los requerimientos de exactitud deseados. En la sección 2.4 se desarrollan con mayor detalle los factores de error que más influencia tienen sobre la calidad y exactitud de las mediciones, así como los métodos para cuantificarlos y corregirlos.

2.2.1 Aplicabilidad de la técnica

A pesar de la gran popularidad que posee la extensometría con galgas resistivas, la confiabilidad de las mediciones utilizando esta técnica no ha sido demostrada en todos los ámbitos en la que se aplica. Diversas investigaciones, en las cuales se hace uso de éstas, parten del hecho de que es una técnica de medida apropiada. En general, las investigaciones publicadas que hacen uso de galgas extensométricas resistivas se pueden dividir en dos grupos:

1. Investigaciones que utilizan las galgas extensométricas para alcanzar sus objetivos, pero que no plantean ni ponen en duda su idoneidad como técnica de medida. Dentro de este grupo se ubica la mayoría de las publicaciones, pues el

rango de aplicaciones en las que se utilizan las galgas extensométricas es muy amplio, desde la mecánica estructural a la biomecánica, pasando por la mecánica de máquinas, aeronáutica, transportes, etc. Algunos de los análisis que se suelen llevar a cabo en estas investigaciones tienen por objeto:

- a) Utilizar las técnicas extensométricas para la validación de modelos matemáticos o de elementos finitos [AVALLE y GOGGIO, 1997].
- b) Desarrollar una metodología para llevar a cabo ensayos experimentales. Por ejemplo, determinar la ubicación, orientación y número de galgas necesarias para efectuar la medición. En los artículos más actuales este análisis se hace con ayuda del Método de Elementos Finitos [DOROGOY y RITTEL, 2008] [KANEHARA y FUJIOKA, 2002] [YU y JIANZHENG, 2007] [GOBBI et al., 2005].
- c) Determinar el procesamiento que debe darse a la señal obtenida de manera que sea posible la medición de la magnitud deseada. Éste es siempre un punto importante en todas las investigaciones, ya que por lo general la galga está expuesta a deformaciones causadas por una combinación de esfuerzos y, por lo tanto, encontrar la ubicación más idónea para medir solo la deformación deseada, no es suficiente. En ese caso se debe recurrir a otros métodos para “aislar” la medición deseada de la obtenida [KIM et al., 2003].
- d) Eliminar o contrarrestar las fluctuaciones no deseadas en la señal, además de los ruidos propios del sistema, que por lo general pueden ser eliminados por medio de filtros. Muchas veces las galgas están sometidas a vibraciones o fluctuaciones en la señal producidas por un movimiento del objeto que se está midiendo [GODLER et al., 2000].
- e) Determinar las prestaciones de sensores o transductores basados en técnicas extensométricas resistivas. A pesar de que analizan la calidad de la medida, lo hacen desde el punto de vista del transductor como un instrumento de medida y no desde el punto de vista de la idoneidad de la

utilización de galgas extensométricas [PARK et al., 2002] [FUJII, 2007] [NENOV et al., 2005] [DISTELHOFF et al., 1995] [ANDRAE y SAWLA, 2000].

2. El segundo grupo lo conforman las investigaciones cuyo objetivo es determinar la idoneidad de las galgas extensométricas resistivas, como por ejemplo:

- a) Determinar la idoneidad de las galgas extensométricas en condiciones dinámicas de carga. En estas investigaciones se comprueba la capacidad de la galga de llevar a cabo mediciones con suficiente exactitud de deformaciones que varían en el tiempo [TAYLOR, 1966] [OI, 1966] [BICKLE, 1970] [BAGARIA y SHARPE, 1980] [UEDA y UMEDA, 1998] [WATSON, 2006].
- b) Determinar los efectos de diversos factores de error en la medición de la deformación con galgas extensométricas [SAXENA y MACHIN, 1972] [VASUDEVAN, 1979] [MIHOV et al., 2004] [CAPPA et al., 2001] [ELLIS y SMITH, 2009].
- c) Determinar la exactitud del procesamiento de la señal de salida de las galgas. En general, en estas investigaciones se hace uso de alguna de las variantes del Puente de Wheatstone [MARIOLI et al., 1992] [OSTROFF, 1975] [HADDAB et al., 2008].
- d) Determinar la deformación en materiales compuestos, dentro de los cuales se pueden incluir elementos biológicos [TUTTLE y BRINSON, 1984] [MILGROM, et al. 2004].

2.2.2 Resolución máxima

En principio, la resolución o la capacidad de la galga para detectar pequeños cambios en la deformación del elemento a medir se podría considerar como infinita. Sin embargo, las limitaciones en cuanto a la instrumentación y otros factores que pueden contribuir a una disminución de su desempeño, implican que el valor de la resolución más pequeña que puede ser alcanzado en la práctica sea de $0,1 \mu\text{m/m}$ [WINDOW y HOLISTER, 1982].

2.2.3 Deformación máxima que se puede medir

La máxima deformación que puede ser medida utilizando galgas extensométricas resistivas depende de la longitud de la galga, de la aleación de la rejilla conductora, del material del portador o soporte y del adhesivo utilizado. En el caso de las galgas de uso general, fabricadas de aleaciones Constantan y Karma, los límites para las máximas deformaciones a la que se pueden someter son de $\pm 5 \%$ y $\pm 1,5 \%$, respectivamente. Estos rangos de deformación son adecuados para análisis estáticos en componentes metálicos y cerámicos, donde la deformación de fluencia raramente excede el 1% . Para el caso de galgas fabricadas de aleación isoelástica no es recomendable su uso bajo grandes deformaciones, pues, a pesar de que pueden soportar deformaciones de hasta $\pm 2 \%$, su sensibilidad cambia para deformaciones mayores al $0,75 \%$. Estos límites, no obstante, pueden ser sobrepasados cuando se efectúan análisis en el rango plástico del material a prueba. En estas circunstancias, es necesario utilizar galgas especialmente diseñadas. Bajo circunstancias óptimas, estas galgas especiales pueden utilizarse para medir deformaciones de hasta 20% [DALLY y RILEY, 1991] [WINDOW y HOLISTER, 1982]. Por último, la experiencia ha demostrado que las galgas extensométricas de mayor longitud resisten mejor las grandes deformaciones, que las galgas de menor longitud [HOFFMANN, 1989].

2.2.4 Rango de temperatura de utilización

Debido a las infinitas condiciones diferentes a las que puede estar sometida una galga extensométrica, a la gran variedad de tipos que existen y a la exactitud requerida en cada ensayo en particular, es difícil establecer rangos específicos de temperatura a los cuales es posible hacer uso de ellas. En cuanto a los efectos de la temperatura y la calidad de las mediciones, dos factores deben ser tomados en consideración [HOFFMANN, 1989]:

- ✓ La magnitud de la temperatura.
- ✓ La variación de la temperatura durante el ensayo.

En general, las altas temperaturas suelen dar mayores problemas que las bajas temperaturas y no es posible establecer límites definidos en cuanto a partir de qué temperatura las mediciones resultan ser inservibles, pues, los requerimientos y las condiciones de cada ensayo son diferentes. Por otro lado, no solo debe tomarse en cuenta el efecto de la temperatura sobre la galga en sí, sino que también sobre el adhesivo, la cobertura protectora, los cables, el puente de Wheatstone, circuito de amplificación, etc. [HOFFMANN, 1989].

Los límites superiores dependen de muchos factores, incluyendo el período de tiempo al cual está sometida la galga a la temperatura de ensayo. Si se requiere una buena estabilidad durante un tiempo prolongado, la temperatura no debería sobrepasar los 300 °C. Sin embargo, el término “buena estabilidad” no deja de ser relativo a los requerimientos de los ensayos. Por ejemplo, si se requiere de una estabilidad de $\pm 5 \mu\text{m/m}$, el límite de temperatura puede bajar más allá de los 100 °C ó 200 °C, dependiendo de otros factores [WINDOW y HOLISTER, 1982].

A pesar de la dificultad para generalizar, se pueden establecer los siguientes límites de temperatura que permiten utilizar galgas [HOFFMANN, 1989]:

- ✓ Para mediciones estáticas de corta duración en las que es importante tener como referencia al equilibrio a cero del circuito de medida, el rango de temperatura está entre -269 °C a 500 °C, siempre y cuando se efectúe la compensación o corrección a las medidas obtenidas.
- ✓ Para mediciones dinámicas en las que no es de importancia el equilibrio inicial del circuito de medida, el rango de temperatura está entre -269 °C y 800 °C.
- ✓ Para las galgas con rejilla de Constantan, el rango de utilización está entre -200 °C y 200 °C.
- ✓ Para el caso de transductores o circunstancias en las que se necesite una exactitud similar, el rango se reduce a -20 °C y 70 °C.
- ✓ Por último, cuando se requiere gran exactitud, por ejemplo en aplicaciones en células de carga, el rango se reduce aun más hasta valores entre -10 °C y 40 °C.

2.2.5 Estabilidad

Es muy importante tener en cuenta la estabilidad de la galga, en especial cuando es necesario registrar la deformación de un elemento durante largos períodos de tiempo, sin que sea posible descargar el elemento para revisar el equilibrio a cero del circuito de medida. Conforme pasa el tiempo, el equilibrio original del circuito se pierde, dando lugar a una desviación del valor medido respecto del valor verdadero de la deformación. La desviación en el circuito de medida se debe a [DALLY y RILEY, 1991]:

- ✓ Los efectos del cambio de la humedad en el portador y en el adhesivo.
- ✓ Los efectos de la relajación de la tensión en el adhesivo, el portador y la rejilla conductora de la galga.
- ✓ La inestabilidad de las resistencias en las ramas inactivas del puente de Wheatstone.

En la Figura 2-5 se puede apreciar la desviación con respecto al cero en función del tiempo y para tres casos, dos correspondientes a una rejilla de material Constantan (Advance) pero diferente portador y otro en el que el material de la rejilla es Karma.

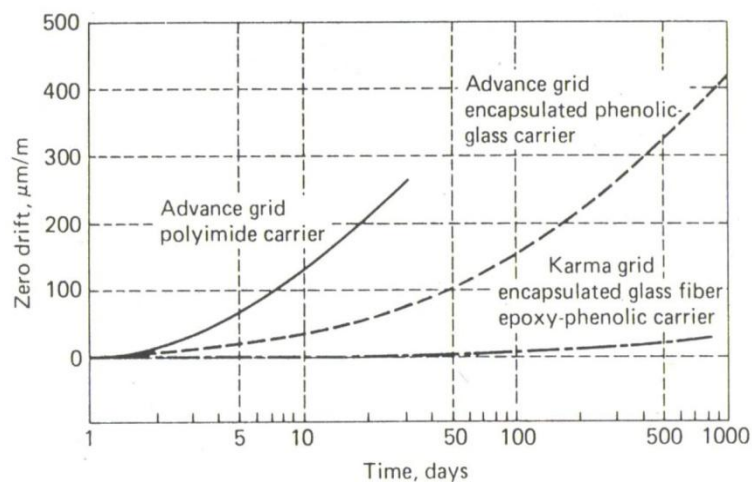


Figura 2-5. Desviación del cero como función del tiempo [DALLY y RILEY, 1991]

Cuando los períodos de observación son cortos, esto no representa ningún problema pues para cada observación es posible equilibrar el circuito bajo las condiciones en las que se encuentra en ese momento. Sin embargo, cuando las mediciones se realizan durante un tiempo prolongado, es necesario hacer una adecuada selección del tipo de galga y adhesivo, aislarla lo mejor posible para evitar la penetración de la humedad y utilizar un puente de Wheatstone cuyas resistencias sean selladas herméticamente para asegurar la estabilidad del sistema de medida.

2.2.6 Funcionamiento bajo deformaciones dinámicas

Para el caso particular de la medición de la deformación en condiciones dinámicas, es decir, variables en el tiempo, Hoffmann [HOFFMANN, 1989] señala que las galgas extensométricas resistivas pueden ser utilizadas bajo estas condiciones, con excelentes resultados. Sin embargo, hay ciertos puntos importantes que se deben tomar en cuenta, como las características de la galga cuando se somete a vibración continua, la fatiga de la galga y la frecuencia máxima que se puede medir con fiabilidad. Este último punto es de suma importancia pues tiene que ver con la capacidad de la galga de “copiar” el cambio en la deformación que ocurre en el elemento, debida a una carga que varía en el tiempo. Para abordar este problema se estudia al caso más crítico, en el cual se mide la respuesta de una galga sometida a un pulso de deformación. Para poder argumentar que una galga extensométrica logra copiar perfectamente un pulso de deformación debe cumplirse que la amplitud de la señal de salida de la galga corresponda con la amplitud del pulso de deformación y que, además, la reacción de la galga ante el pulso de deformación sea instantánea. Es decir, que no exista un desfase de tiempo entre el pulso de deformación y la señal de salida de la galga.

El primero de estos argumentos se puede abordar simplemente comparando la amplitud de la señal de salida con la amplitud del pico de deformación al cual es sometida la galga. Entonces, la capacidad de la galga de proporcionar una medida correcta de la deformación estaría definida por la diferencia entre la amplitud de la señal de salida y la amplitud del pico de deformación. Por otro lado, para determinar la capacidad de la galga de reaccionar rápidamente ante un pulso de deformación es de

utilidad definir el tiempo de ascenso o tiempo de subida como una medida de la inclinación del flanco anterior de un pulso. Más concretamente, el tiempo de ascenso es el tiempo que tarda la amplitud instantánea en cambiar, por ejemplo, del 10 % al 90 % del valor de pico de deformación, como se muestra en la Figura 2-6. Por lo tanto, la capacidad de la galga de reaccionar rápidamente estaría definida por la diferencia entre el tiempo de ascenso de la señal de salida de la galga y el tiempo de ascenso de la onda o pulso de deformación.

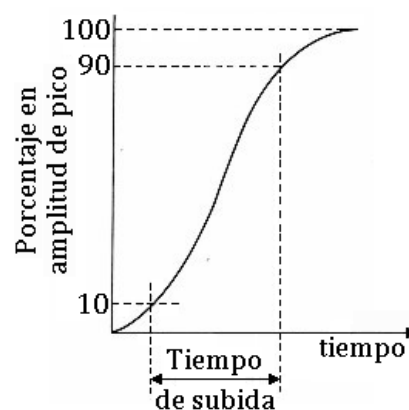


Figura 2-6. Medida del tiempo de ascenso entre un 10 % y un 90 % de la amplitud

Hoffmann [HOFFMANN, 1989] asegura que debido al promediado que realiza la galga, un incremento repentino en la deformación se traduce en un incremento gradual de la respuesta de la galga. A manera de ejemplo, en la Figura 2-7 se muestra un pulso de deformación de amplitud ε_p , tiempo de duración t_p y velocidad c , que se propaga a lo largo de un elemento con una galga de longitud L . En este ejemplo, la longitud de la galga es tal que el tiempo de tránsito sobre ésta es igual al doble del tiempo que dura el pulso ($L/c = 2t_p$). Dado que la galga realiza un promedio de la deformación que se genera debajo de ella, la señal de salida se incrementará linealmente hasta un valor igual a la mitad del pulso de deformación ($\frac{1}{2}\varepsilon_p$) y permanecerá así por un período t_p , para después empezar a disminuir linealmente hasta llegar de nuevo a cero. Como resultado, la señal de salida obtenida tendrá la mitad de la amplitud y durará tres veces más que el pulso de deformación real. Es decir, la demora de la galga en llegar al valor de deformación real del material depende de la velocidad del sonido en el material y de la

longitud de la galga [DALLY y RILEY, 1991]. Por esto, el cociente entre la longitud de la galga y la longitud de onda es muy importante.

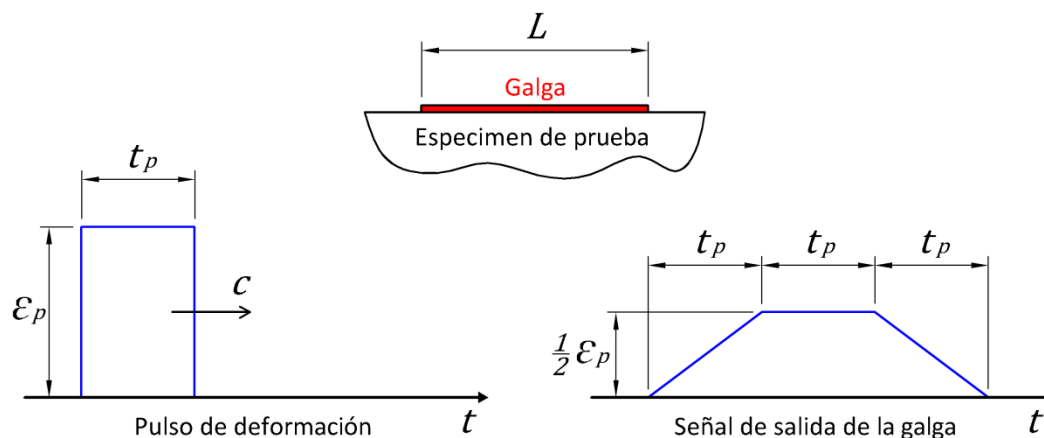


Figura 2-7. Respuesta dinámica de una galga a un pulso [DALLY y RILEY, 1991]

Taylor [TAYLOR, 1966] determina teóricamente las diferencias en las amplitudes y en los tiempos de ascenso de la respuesta de una galga cuando se somete a tres pulsos de deformación diferentes. De acuerdo con Taylor, es imposible que la galga copie exactamente la forma del pulso de deformación que la atraviesa pues la señal de salida de la galga es un promedio de la deformación que percibe a lo largo de su longitud sensible. Si la longitud de un pulso de deformación es de magnitud comparable a la longitud de la galga, entonces en un instante de tiempo dado es posible que haya diferencias considerables en las magnitudes de la deformación a lo largo ésta. En estas circunstancias, la señal de salida no es verdaderamente representativa de la deformación que está sufriendo el material. El criterio que sigue Taylor para su análisis es que el frente de la onda es siempre la parte de mayor pendiente y que se puede aproximar mediante un pulso como los que se aprecian en la Figura 2-8. En esta figura se muestran pulsos con la forma de una media onda sinusoidal (a), una onda sinusoidal completa (b) o una función escalón con pendiente (c).

A partir de esta suposición, Taylor estudia la relación entre la diferencia en los tiempos de ascenso y el cociente $\alpha = b/L$, donde b es el ancho del frente de onda y L es la longitud de la galga. Así, para los pulsos sinusoidales (ver Figura 2-8 a y b), Taylor

demuestra que la amplitud máxima de la señal de salida de la galga es siempre menor que la amplitud pico de la deformación, pero que esta diferencia se reduce conforme mayor es el ancho del frente de la onda en comparación con la longitud de la galga.

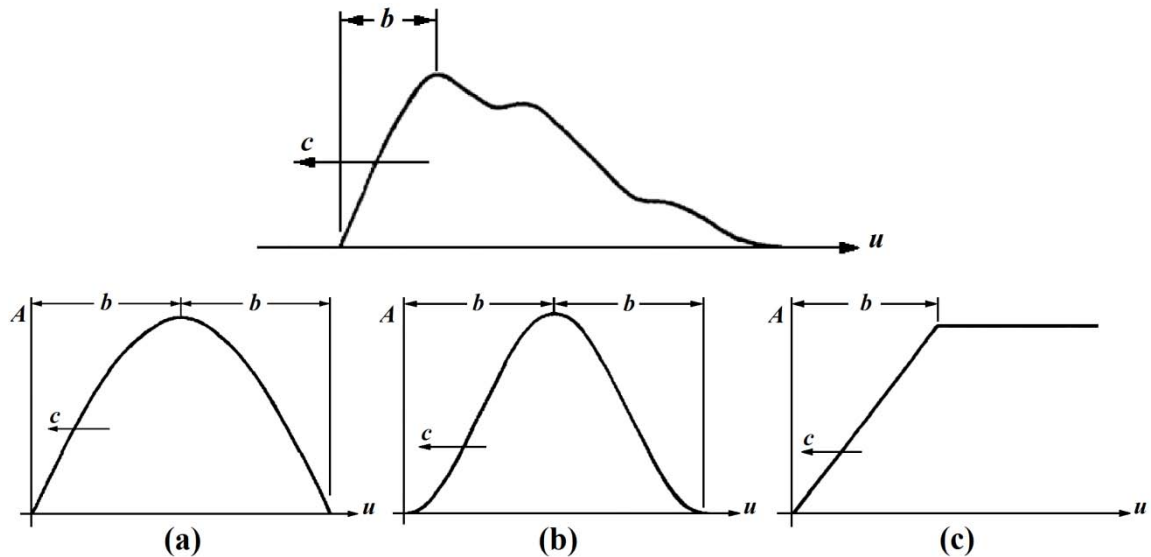


Figura 2-8. Aproximación del frente de una onda con otras ondas [TAYLOR, 1966]

Por otro lado, para un pulso simétrico, la máxima respuesta de la galga se dará cuando el punto máximo de la onda de deformación se encuentre en el centro de la galga, siendo siempre la magnitud del pulso mayor que la respuesta de la galga. Para el caso del pulso de deformación tipo escalón con pendiente (ver Figura 2-8 c), la salida de la galga siempre llega al valor correspondiente a la amplitud máxima de la deformación, pero, una vez que el frente de la onda ha atravesado completamente la galga. Todo esto lleva a la conclusión de que la exactitud de la medición está relacionada con α y que se debe intentar que su valor sea lo más grande posible. Es decir, la longitud de la galga L debe ser menor que el ancho del frente de onda b . Otra conclusión importante es que las diferencias en las amplitudes son por lo general menores que las diferencias en los tiempos de ascenso. Estas diferencias se muestran en la Figura 2-9, donde se ha representado el porcentaje de la amplitud pico del pulso de deformación (con frente de onda del tipo media sinusoidal) versus una magnitud adimensional definida por el cociente entre la distancia recorrida por la onda ($c \cdot t$) y el ancho del frente de onda b , donde c es la velocidad del sonido en el material y t es el tiempo. Se aprecia claramente

cómo la galga experimenta una deformación, y por lo tanto, responde a ella antes de que el frente de la onda de deformación alcance el centro de la galga. Conforme el valor de α es mayor, la galga logra copiar mejor la onda de deformación que la atraviesa.

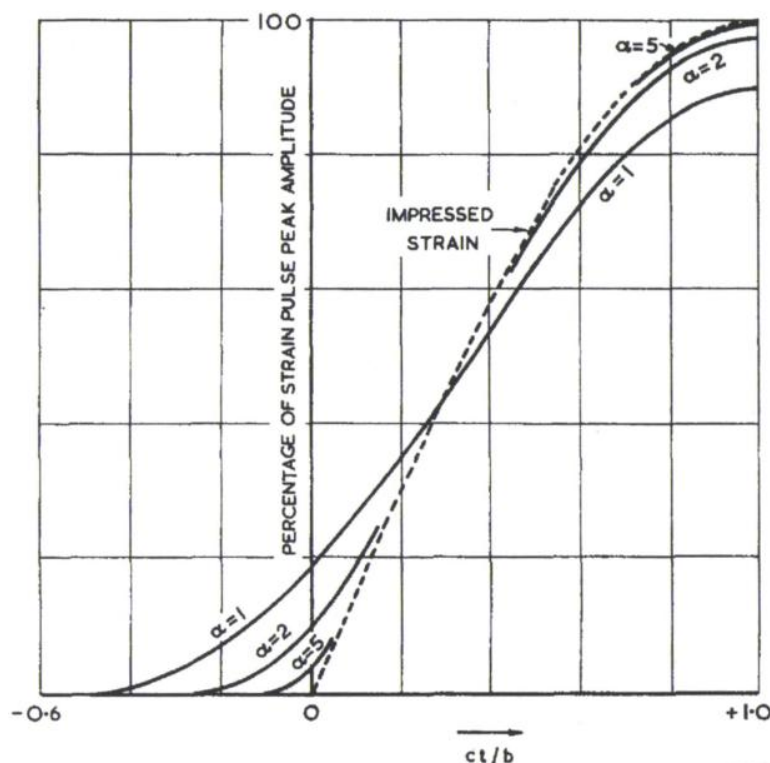


Figura 2-9. Señal impresa en la galga para varios valores de α [TAYLOR, 1966]

En cuanto al tiempo de reacción, Koshiro Oi [OI, 1966] realiza ensayos en galgas extensométricas sometidas a una onda cuadrada generada al traccionar una barra hasta su fractura. Cuando la fractura ocurre, se origina una onda elástica que viaja a lo largo de su eje. En la Figura 2-10, (a) representa una onda cuadrada ideal que atraviesa la barra a lo largo de su eje, (b) representa la respuesta teórica de salida de la galga suponiendo un sistema perfecto y (c) representa la posible respuesta real de la galga. Oi establece que el tiempo de ascenso de la salida de la galga en respuesta a un pulso de deformación cuadrado depende de su longitud, cuando la galga está dispuesta a lo largo de la misma dirección en la que viaja la onda.

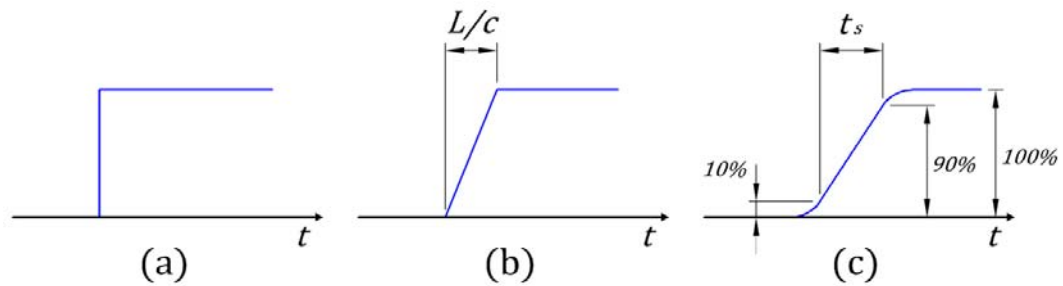


Figura 2-10. Ondas elásticas consideradas en los ensayos realizados por Oi [OI, 1966]

A partir de este razonamiento, Oi obtiene que el tiempo de ascenso teórico para el periodo comprendido entre el 10 % y el 90 % del valor pico de la respuesta a una onda cuadrada es $0,8 \cdot L/c$. Los resultados experimentales llevan a la conclusión de que el tiempo de ascenso (en segundos) de la señal de salida de la galga (t_s) es en realidad:

$$t_s < 0,8 \frac{L}{c} + 0,5 \cdot 10^{-6}$$

De acuerdo con Oi, este segundo factor en la ecuación anterior se debe a características inherentes del sistema de medida. A continuación, Bickle [BICKLE, 1970] hace una reevaluación de los datos experimentales obtenidos por Oi y concluye que la constante en la desigualdad es aún menor y del orden de $0,1 \mu\text{seg}$. Finalmente, Bagaria y Sharpe [BAGARIA y SHARPE, 1980] retoman los trabajos de Oi y Bickle y realizan una serie de experimentos a diferentes temperaturas en los cuales crean ondas de impacto a lo largo de una barra redonda. Los resultados experimentales llevan a la conclusión de que la constante en la ecuación de Oi es más pequeña aún y del orden de $0,05 \mu\text{seg}$.

Más recientemente, Ueda y Umeda [UEDA y UMEDA, 1998] analizan la respuesta dinámica de las galgas extensométricas de tipo lámina a frecuencias de hasta 300 kHz. Sus resultados se pueden apreciar en la Figura 2-11 para diferentes tamaños de galgas. El gráfico (a) proporciona una visión de la ganancia con respecto a la frecuencia de la onda inducida. En este gráfico se puede ver que a partir de cierto valor de frecuencia empieza a existir una diferencia importante entre la amplitud de la onda inducida y la amplitud de la respuesta de la galga. Por otro lado, la gráfica (b) muestra la fase con respecto a la frecuencia de la onda. En este caso, el cambio en la fase aporta una medida

del tiempo de reacción de la onda, es decir, cuán retrasada está la señal de respuesta con respecto a la onda inducida. Cabe recalcar que este “retraso” se debe principalmente al promediado que realiza la galga sobre su superficie sensible. A partir de estos resultados, concluyen que la longitud de la galga es el factor dominante que determina su respuesta dinámica y que el factor de galga estático es aplicable a mediciones dinámicas en rangos de frecuencia de hasta 45 kHz y 110 kHz para galgas de 20 y 10 mm de longitud, respectivamente y con una desviación de $\pm 5\%$. Para el caso de galgas de 3 mm de longitud la desviación no excede de 5% incluso a frecuencias de más de 290 kHz. Ueda y Umeda consideran que las galgas de 3 mm son especialmente útiles para mediciones dinámicas en situaciones ordinarias de ingeniería.

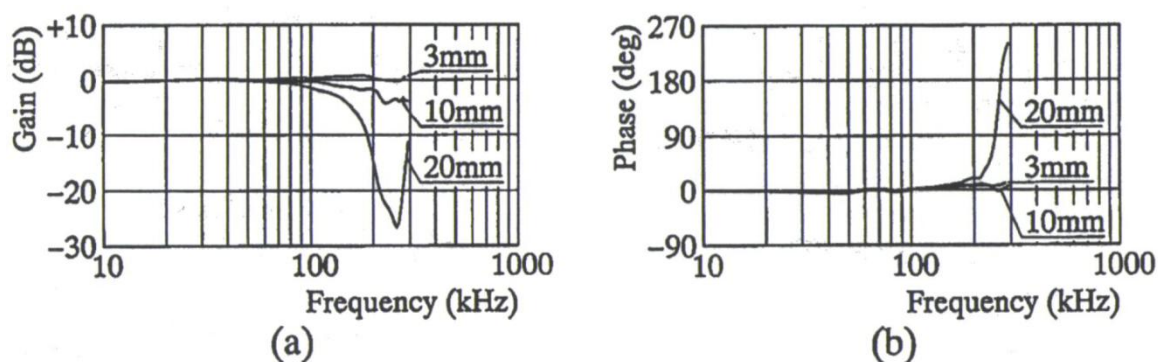


Figura 2-11. Resultados obtenidos por Ueda y Umeda [UEDA y UMEDA, 1998]

En cuanto a la fatiga, Hoffmann [HOFFMANN, 1989] expone que depende en gran medida de las características de la vibración, así como de la máxima elongación permisible de la galga. En general, cuanto mayor sea la elongación de la galga, más rápido se fatigará. Por otro lado, cuanto mayor sea la longitud de la galga, mejor será su resistencia a fatiga. Contrariamente, entre mayor sea su resistividad, menor será su resistencia a fatiga [VISHAY TN-508-1, 2007]. Asimismo, las galgas son más resistentes a compresión que a tracción, por lo que se debe procurar que en reposo estén en un estado de compresión. Por último, los fallos por fatiga en el adhesivo y en el portador (soporte) no suelen ocurrir.

2.2.7 Mediciones en estados de deformación no homogéneos

Como ya ha sido mencionado reiteradas veces, una galga extensométrica realiza un promediado aritmético de las condiciones de deformación que existen debajo de ella. A la hora de seleccionar la galga, éste es un factor importante a tener en cuenta pues dependiendo de la aplicación, así será de mayor utilidad una galga larga o una corta. Por ejemplo, a la hora de medir deformación en materiales de composición no homogénea es preferible la utilización de una galga de gran longitud, que permita obtener el promedio de la deformación en un área grande. En otras circunstancias, sin embargo, esto podría ser una característica indeseable, ya que podría impedir la correcta determinación de las condiciones de deformación en un punto de concentración de tensiones donde la deformación no es uniforme. Esto se puede ver más claramente en la Figura 2-12 y en la Figura 2-13.

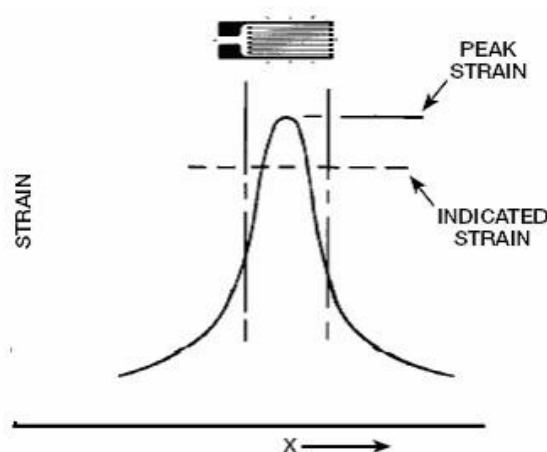


Figura 2-12. Medición promedio de la deformación [VISHAY TN-505-4, 2007]

Sería apresurado asumir que bajo estas circunstancias, lo ideal sería tener una galga con una longitud muy pequeña; sin embargo, con la disminución en el tamaño también empiezan a surgir otros factores de error. Cuanto más corta es la rejilla, mayores problemas hay para transferir correctamente la deformación del material a la galga. Además, la instalación se vuelve mucho más difícil y, conforme el área de la galga disminuye, ésta tiene mayores dificultades para disipar el calor inducido por la corriente

eléctrica. Por lo tanto, la galga no debe ser más pequeña de lo necesario [HOFFMANN, 1989].

Esta particularidad de las galgas de dar una respuesta en función del promedio de deformación que tienen debajo, es un factor importante que se debe tener muy presente a la hora de evaluar los datos obtenidos. De lo contrario, podría conducir a errores de interpretación, pues en realidad no se está midiendo lo que se cree o se desea medir.

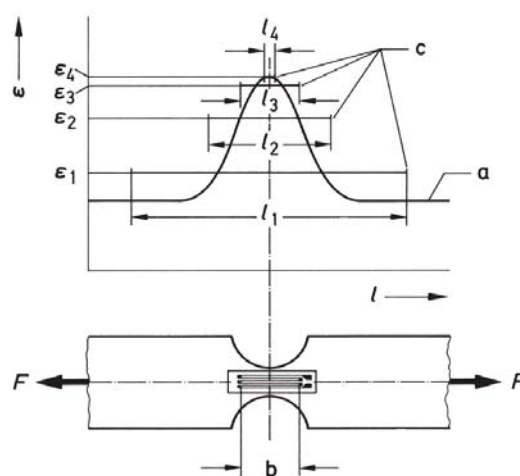


Figura 2-13. Relación entre el valor medido y la longitud [HOFFMANN, 1989]

Hoffmann [HOFFMANN, 1989] analiza la incidencia de la longitud de la galga en la medición de la deformación en zonas de concentración de tensiones. La Figura 2-13 presenta un caso típico en el que la galga se coloca en una barra rectangular con un cambio de sección (muesca). La curva (a) indica el cambio en la deformación a lo largo de la zona de concentración de tensiones. Por otro lado, (c) indica las mediciones reales que se estarían tomando para varias longitudes de galga. En este caso, el pico de deformación sólo puede ser obtenido correctamente con una galga de longitud $b = l_4$. Como regla general para cuando se realizan mediciones en concentradores de tensiones, la longitud de la galga debe ser menor que 0,1 veces el radio del agujero, filete o muesca [VISHAY TN-505-4, 2007].

2.2.8 Linealidad, histéresis y desplazamiento del valor cero

La no linealidad, la histéresis y el desplazamiento del valor cero son factores que deben ser tomados en cuenta a la hora de realizar mediciones de deformación utilizando galgas extensométricas. De no ser así, la exactitud de los resultados obtenidos podría encontrarse muy por debajo de la requerida o esperada del sistema de medición. Si la señal de salida de una galga sometida a un ciclo de deformación se representa en función de la deformación aplicada, se obtendrán resultados similares a los presentados en la Figura 2-14.

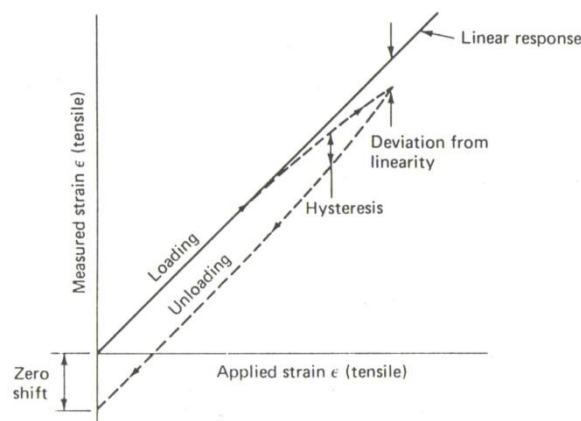


Figura 2-14. No linealidad, histéresis y desviación del cero [DALLY y RILEY, 1991]

Como se puede apreciar en la figura, típicamente a partir de un determinado valor de esfuerzo aplicado, se da una pequeña desviación en la linealidad. Por otro lado, cuando el esfuerzo aplicado disminuye, la curva de descarga cae por debajo de la curva de carga, dando lugar a un ciclo de histéresis. Por último, una vez que la totalidad de la carga ha sido retirada, la señal de salida de la galga indicará un estado de deformación negativo que implica que ha habido un desplazamiento del valor cero. Las magnitudes de estas desviaciones dependen del nivel de deformación aplicado, del adhesivo utilizado, del grado de laminado en frío con el que se ha trabajado el material de la galga y de las propiedades viscoelásticas del material de soporte de la galga [DALLY y RILEY, 1991]. Es importante también señalar que la longitud de la galga influye en la histéresis,

siendo mayor para galgas cortas en comparación con galgas de la misma serie pero de diferente longitud [HOFFMANN, 1989].

De acuerdo con DALLY y RILEY [DALLY y RILEY, 1991], para galgas instaladas correctamente, la desviación de la linealidad de las galgas con soporte de poliamida es aproximadamente 0,1 %, mientras que para soportes epóxicos se encuentra en torno al 0,05 %. Por otro lado, la histéresis y la desviación del cero dependen en gran medida del rango de deformación, como se ve en la Figura 2-15 para una galga de aleación Constantan. En la aleación de la galga ocurren cambios metalúrgicos que generan alteraciones permanentes en la resistencia, las cuales se acumulan conforme aumentan los ciclos de carga y descarga. Sin embargo, la histéresis disminuye después de un cierto número de ciclos [HOFFMANN, 1989]. En la Figura 2-15 se aprecia como la desviación del cero es mucho mayor durante los primeros 5 a 10 ciclos. Por esta razón, una vez instaladas las galgas en el elemento, es recomendable efectuar por lo menos 5 ciclos de carga y descarga al 125 % de la carga de trabajo máxima, antes de establecer el valor cero del sistema de medición [DALLY y RILEY, 1991].

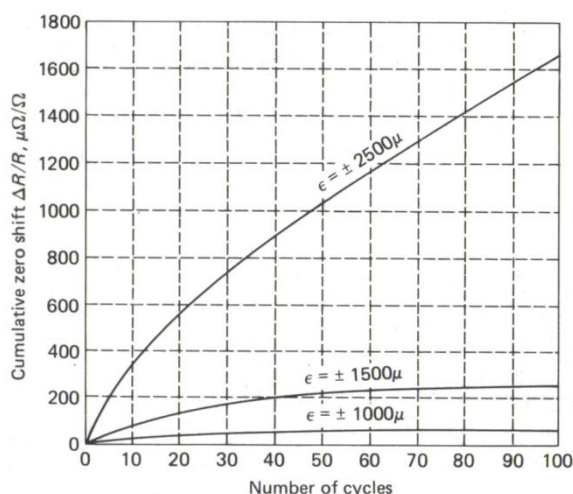


Figura 2-15. Desviación del valor cero con del número de ciclos [DALLY y RILEY, 1991]

2.2.9 Efectos de los cables

El cambio en la resistencia eléctrica de una galga extensométrica, producto de la deformación ejercida sobre el elemento que se está midiendo, es bastante pequeño. Como consecuencia, cualquier otra circunstancia que produzca un cambio de resistencia, puede llegar a tener un gran impacto en la medida de deformación que se está realizando. Por lo tanto, es de suma importancia tener en cuenta el efecto que pueden tener los componentes eléctricos como cables, juntas soldadas, terminales, etc. en el circuito de medición (Puente de Wheatstone).

La longitud de los cables que unen las galgas con el Puente de Wheatstone puede tener tres efectos perjudiciales sobre la medición: la atenuación de la señal, la pérdida de capacidad de equilibrado del circuito y la pérdida de compensación por temperatura. En la Figura 2-16 se ilustra un circuito en el que una de las galgas se encuentra alejada del puente de Wheatstone y, por lo tanto, se une a éste por medio de dos cables largos de resistencia R_L . Si la resistencia de la galga se denomina R_g , esto se traduce en que la resistencia en la rama Nº 1 del circuito debe ser:

$$R_1 = R_g + 2R_L$$

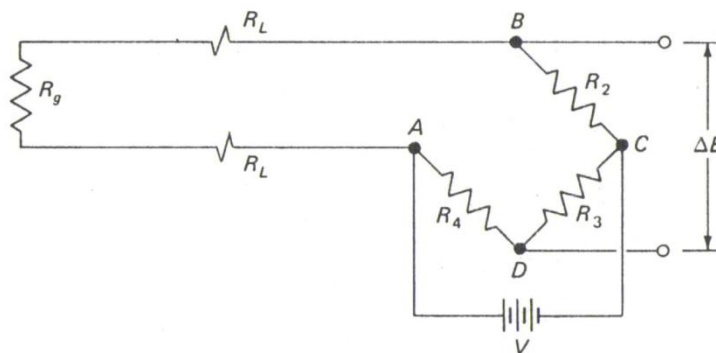


Figura 2-16. Circuito de medición de dos cables [DALLY y RILEY, 1991]

Con respecto a la atenuación de la señal, de acuerdo con Dally y Riley [DALLY y RILEY, 1991], el cambio en la resistencia de la rama Nº 1 del circuito de la Figura 2-16 se puede expresar como:

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_g}{R_g + 2R_L} = \frac{\Delta R_g}{R_g} (1 - F_P)$$

donde F_P es el factor de pérdida de señal que se define como:

$$F_P = \frac{2 R_L/R_g}{1 + 2 R_L/R_g} \approx 2 \frac{R_L}{R_g} \quad \text{si } 2R_L/R_g \leq 1$$

En la Figura 2-17 se muestra una gráfica del factor de pérdida de señal (F_P) en función del cociente entre la resistencia de cable (R_L) y la resistencia de la galga (R_g). Aquí se puede ver claramente cómo F_P se incrementa rápidamente conforme aumenta R_L o disminuye R_g . Esto implica que, si las circunstancias requieren del uso de cables de gran longitud, se deben utilizar galgas con una resistencia eléctrica grande para mantener el cociente R_L/R_g lo menor posible. Es importante notar que para limitar las pérdidas en los cables a valores menores al 2 %, el cociente R_L/R_g debe ser menor o igual a 0,01 [DALLY y RILEY, 1991].

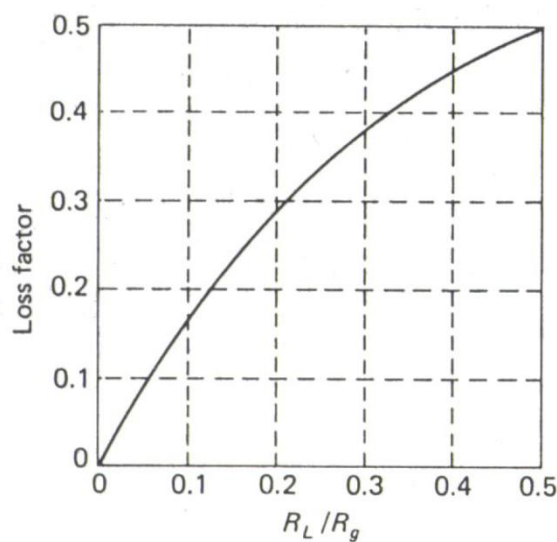


Figura 2-17. Pérdida de señal como función de R_L/R_g [DALLY y RILEY, 1991]

El segundo efecto negativo que tienen los cables es la pérdida de capacidad para realizar el equilibrado inicial del puente de Wheatstone. Para el circuito de la Figura 2-16 se tiene:

$$R_1 = R_g + 2R_L$$

$$R_2 = R_3 = C \cdot R_g$$

$$R_4 = R_g$$

$$\Delta R_2 = \Delta R_3 = 0$$

donde C es una constante y las resistencias en las ramas Nº 2 y Nº 3 son fijas, se concluye que la condición de equilibrio inicial $R_1 R_3 = R_2 R_4$ no se satisface. Muchos circuitos comerciales incorporan un potenciómetro para lograr el equilibrio; sin embargo, para valores de R_L/R_g mayores a 0,02, el rango del potenciómetro es excedido y no se logra equilibrar el circuito [DALLY y RILEY, 1991]. Además, un sistema con estas características tiene un efecto negativo sobre la capacidad del sistema para contrarrestar los efectos debidos a cambios de temperatura por medio del uso de galgas de compensación. Si se considera que, en la rama Nº 4 del circuito de la Figura 2-16 se tiene una galga de compensación tal que $R_4 = R_g$, los cambios en la resistencia provocados por un cambio en la temperatura son:

$$\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)_{\Delta T} = \left(\frac{\Delta R_g}{R_g + 2R_L}\right)_{\Delta T} \quad \left(\frac{\Delta R_4}{R_4}\right)_{\Delta T} = \left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_{\Delta T}$$

Como se puede ver, el cambio en la resistencia de la rama Nº 1, producto del aumento o disminución de la temperatura, difiere del cambio en la rama Nº 4. Por esta razón, no es posible una compensación total del efecto que tiene el cambio en la temperatura sobre la medición.

Por otro lado, se puede dar la situación de que los cables también sufran un cambio de temperatura y por ende un cambio en su resistencia eléctrica, lo que puede conducir a errores mayores [DALLY y RILEY, 1991]. Con frecuencia en estos casos se utilizan circuitos de tres cables como el que se observa en la Figura 2-18, ya que se logra disminuir su efecto negativo sobre la medición.

Además de compensar automáticamente los efectos que pueda tener el cambio de temperatura de los cables que conectan la galga con el puente de Wheatstone, la

configuración de $\frac{1}{4}$ de puente y tres cables también tiene otras dos ventajas. En primer lugar, favorece al equilibrio inicial del puente de Wheatstone. Esto se debe a que las resistencias eléctricas de los cables de conexión (R_{L1} , R_{L2} y R_{L3}), siempre y cuando sean iguales, no afectarán al equilibrio inicial del puente. Y en segundo lugar, se obtiene un circuito con una mayor sensibilidad en comparación con los circuitos que únicamente utilizan dos cables para la conexión de la galga al puente de Wheatstone. Esto se debe a que, en la configuración de tres cables, únicamente uno de ellos estará conectado en serie con la galga (no dos, como en el caso de la configuración de dos cables), por lo que la pérdida de sensibilidad se reduce en un 50 % [Vishay TT-612, 2007].

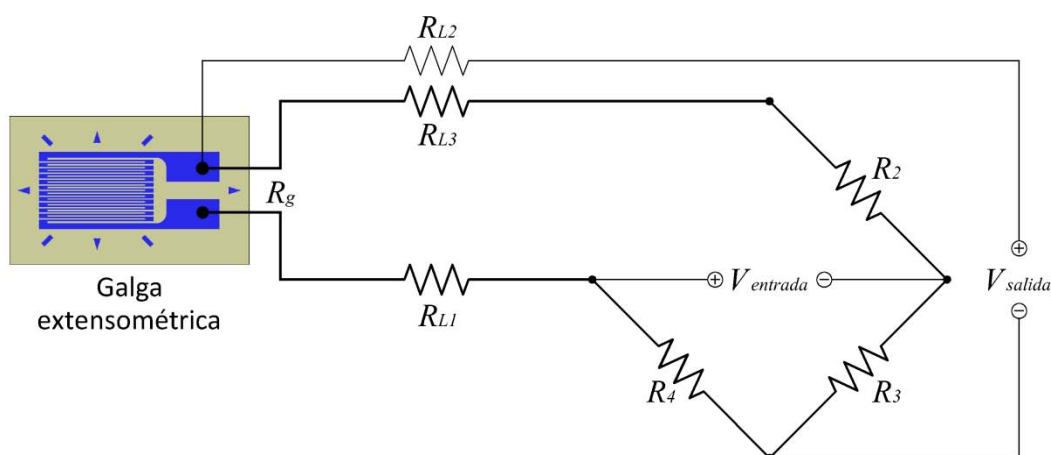


Figura 2-18. Galga conectada con tres cables al circuito de medición

2.3 Enfoques para encontrar la incertidumbre de un sistema de medida

Se llama medición al proceso por el cual se logra estimar la magnitud de un atributo o propiedad de un objeto. Es decir, una medida permite asignar un valor numérico a una particularidad de un elemento. Esa medida estará constituida por dos partes: un número y la unidad de medida. Para llevar a cabo una medición, se compara la cantidad desconocida que se quiere determinar con una unidad de medida conocida. Sin embargo, toda medida sin importar el tipo se ve afectada por una incertidumbre. En las mediciones experimentales, esta incertidumbre se presentará como una variación en el valor medido si la misma medición se repite varias veces. O que es lo mismo, la

incertidumbre se refiere a la duda sobre la veracidad de ese valor numérico con respecto a la medida real. Esta variación tiene dos causas, la primera de las cuales tiene que ver con la propiedad que se está midiendo, que puede exhibir gran variación por sí misma. La segunda causa se debe al sistema de medida, el cual introduce un error en la medición. Este error puede ser sistemático o aleatorio, según la fuente.

Siendo imposible la eliminación completa de la incertidumbre, el enfoque debe ser su reducción, en la medida de lo posible, hasta valores que sean aceptables para el propósito de la medida.

Es importante, además, no confundir los términos “error” e “incertidumbre”. El error se define como la diferencia entre el valor medido y el valor real de la propiedad del elemento. A diferencia de la incertidumbre que corresponde a la cuantificación de la duda en torno a la veracidad del valor medido [BELL, 1999].

Los errores pueden ser clasificados de la siguiente manera [WINDOW y HOLISTER, 1982]:

- 1) Errores identificables y evitables.
- 2) Errores identificables que pueden ser compensados o corregidos.
- 3) Errores identificables y no corregidos pero sí tomados en cuenta en la incertidumbre de la medición.
- 4) Errores no identificables y desconocidos.

La mayoría de los errores producidos por el usuario del sistema junto con los materiales y las técnicas empleadas se encuentran en la categoría (1). Cuando la fuente del error provoca errores inevitables pero repetitivos se está en la categoría (2). En estos casos, generalmente es posible reducir sus efectos antes de realizar la medición, por ejemplo, mediante la calibración, o posteriormente mediante la utilización de factores de corrección. Los errores de las categorías (3) y (4) son los que presentan mayores problemas ya que son difíciles de definir e identificar y por lo tanto son los que mayoritariamente contribuyen a la incertidumbre del sistema. Esta situación se complica

aún más si se tiene en cuenta los dos tipos de error que existen: los sistemáticos y los aleatorios. Un instrumento descalibrado produce un error sistemático en la medida. Por otro lado, a pesar de que los errores aleatorios se detectan más fácilmente, son difíciles de predecir y peculiares a cada sistema de medición [WINDOW y HOLISTER, 1982].

Para mejorar la información obtenida de un instrumento, se procede a repetir la medida una gran cantidad de veces en las mismas condiciones. En este sentido es de mucha utilidad el concepto de precisión. La precisión de un instrumento es la capacidad que tiene para dar el mismo resultado en mediciones diferentes realizadas en las mismas condiciones. Es decir, la precisión es un indicativo de la dispersión de los valores medidos alrededor del valor medio. También es de suma importancia la exactitud del instrumento. Ésta es la capacidad del instrumento de medir un valor cercano al valor de la magnitud real. Los errores sistemáticos afectan a la exactitud global del sistema, mientras que los aleatorios afectan a la precisión del sistema y por ende, también a la exactitud [WINDOW y HOLISTER, 1982]. El hecho de que un instrumento sea preciso, no implica que también sea exacto ni viceversa. En la Figura 2-19 se ilustran las diferencias entre estos dos conceptos y la importancia de realizar varias mediciones. Es decir, los instrumentos de medida se diseñan para que sean precisos y se reajustan o calibran periódicamente para que, además, sean exactos.

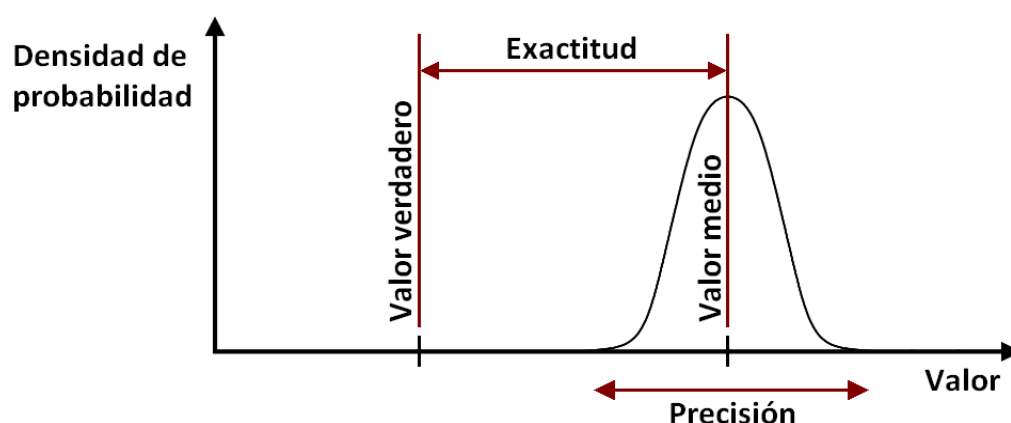


Figura 2-19. Ilustración de la diferencia entre precisión y exactitud

Sin importar el origen de la incertidumbre, existen dos enfoques para su estimación [JCGM, 2008]:

- ✓ **Evaluaciones TIPO A:** la incertidumbre se obtiene a partir de un análisis estadístico de una serie de datos experimentales.
- ✓ **Evaluaciones TIPO B:** la incertidumbre se obtiene a partir de otras fuentes como: información de experimentos anteriores, certificados de calibración, especificaciones del fabricante, publicaciones, sentido común, etc.

Ambos enfoques están basados en distribuciones de probabilidad y los componentes de incertidumbre resultantes de cada tipo de evaluación están cuantificados mediante una desviación estándar; sin embargo, los resultados estadísticos estimados que caracterizan a las componentes de incertidumbre en las evaluaciones de tipo A son calculados a partir de series repetidas de observaciones, mientras que en las evaluaciones tipo B, los componentes de incertidumbre provienen de la valoración de toda la información relevante que se tenga de la variabilidad de las magnitudes estudiadas [JCGM, 2008]. La evaluación de tipo B se utiliza cuando no es posible realizar medidas repetidas del mesurando para estimar la desviación estándar experimental. No se deben confundir estos dos enfoques con los tipos de error aleatorio y sistemático. Existe la tendencia a asociar el enfoque tipo A con los errores aleatorios y el enfoque tipo B con los errores sistemáticos; no obstante, este no es necesariamente el caso. A continuación se describirán ambos enfoques.

2.3.1 Evaluación tipo A

Como es sabido, la variación en la medida que se obtiene al repetir una medición se distribuye alrededor de un valor medio. Es posible analizar dicha distribución y conseguir información acerca de la medición realizada. El primer paso para conseguirlo es determinar el tipo de distribución que presentan los datos experimentales. Seguidamente, se establece el valor de la media y por último, se determina la variación con respecto a la media, que corresponde a la desviación estándar o desviación típica. La

distribución más utilizada es la de Gauss o normal, pues una de sus ventajas es su capacidad de describir los errores de tipo aleatorio [HOFFMANN, 1989].

La media de una serie de datos se considera la mejor estimación del valor real de la magnitud medida. Debido al tiempo y coste que involucra la realización de experimentos y la toma de datos, la media de una muestra es un estimado de la media aritmética real de toda la población. Sin embargo, ésta tiende a parecerse a la media real de la población conforme aumenta el número de observaciones [JCGM, 2008].

Por otro lado, la desviación estándar es una medida de la dispersión de la distribución. Informa sobre la media de distancias que tienen los datos obtenidos respecto de la media aritmética. Por lo tanto, la desviación estándar es un indicativo de la incertidumbre de la medición. La desviación estándar de una muestra es también un estimado de la desviación estándar de toda la población. Sin embargo, tiende a parecerse a la desviación estándar de la población conforme aumenta el número de observaciones [JCGM, 2008]. Por esta razón, es importante que del experimento realizado se obtenga una cantidad suficiente de datos; en general, se recomienda realizar entre 4 y 10 repeticiones bajo las mismas condiciones [BELL, 1999] [HOFFMANN, 1989].

Para obtener la incertidumbre de la media, simplemente es necesario calcular la desviación estándar de la media $s(\bar{x})$, también llamada incertidumbre estándar tipo A. De esta forma, la incertidumbre de la medida se define como [JCGM, 2008]:

$$u(x) = s(\bar{x}) = \frac{s(x_k)}{\sqrt{n}} \quad \text{Ecuación 2-4}$$

donde $s(x_k)$ es la desviación estándar de la muestra y n es el número total de observaciones.

2.3.2 Evaluación tipo B

Este tipo de evaluación se utiliza cuando la información es más escasa. En este caso, para poder calcular la desviación estándar correspondiente a la incertidumbre

estándar o error estándar, se debe decidir cuál es la distribución que seguirán los resultados si se pudiesen hacer medidas repetidas del mesurando. Las distribuciones de frecuencias más habituales para estos tipos de estimaciones son la distribución normal, la rectangular uniforme, la triangular isósceles y la triangular rectangular. Por ejemplo, es habitual asumir que las incertidumbres procedentes de certificados de calibración de un instrumento siguen una distribución normal [BELL, 1999]. Por otro lado, es común que únicamente sea posible estimar el límite superior y el inferior de la incertidumbre. En ese caso, si no se cuenta con más información, se podría asumir que la medida tiene la misma probabilidad de tomar cualquier valor dentro del intervalo, lo cual correspondería con una distribución rectangular uniforme. En este caso la incertidumbre estándar tipo B es igual a [JCGM, 2008]:

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad \text{Ecuación 2-5}$$

donde a es el semirango entre el límite inferior y superior.

2.3.3 Propagación de la incertidumbre

La discusión anterior se ha limitado a la incertidumbre asociada a la medición de una única cantidad o propiedad de un objeto. Sin embargo, en la mayor parte de los casos, el mesurando no se mide directamente, sino que se determina a partir de otras magnitudes. Es decir, más de un atributo es objeto de medición (cada uno con su incertidumbre asociada) y otra cantidad es calculada a partir de estos. En términos sencillos, para calcular la incertidumbre total de un sistema de medida, primero es necesario identificar las fuentes de incertidumbre. Seguidamente, se debe estimar el tamaño de la incertidumbre de cada fuente. Y por último, las incertidumbres individuales se combinan para obtener la incertidumbre de toda la cadena de medida [DALLY, 1991].

Para estimar la incertidumbre de toda una cadena de medida se utiliza la Ley de Propagación de la Incertidumbre, cuya base se encuentra en la regla de la cadena de cálculo diferencial y en la suma de varianzas. Como se comentó anteriormente, las

incertidumbres individuales se combinan para obtener la incertidumbre de toda la cadena de medida; sin embargo, es importante notar que combinar las incertidumbres no significa sumarlas. De acuerdo con las leyes de la estadística, no es posible sumar desviaciones estándar y por lo tanto, tampoco es posible sumar la incertidumbre estándar debida a cada una de las fuentes de error. No obstante, sí es posible efectuar la suma de varianzas y dado que la varianza se define como el cuadrado de la desviación estándar, es posible hacer uso de las varianzas para obtener la incertidumbre combinada de toda la cadena de medida [DALLY, 1991]. Es decir, sea Y una función de varias variables de la siguiente manera:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad \text{Ecuación 2-6}$$

De acuerdo con la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida [JCGM, 2008], cuando todas las magnitudes de entrada (x_1, x_2, \dots, x_N) , correspondientes a las variables (X_1, X_2, \dots, X_N) son independientes, la incertidumbre estándar de y (siendo y la estimación del mesurando Y ; es decir, el resultado de la medida) se obtiene componiendo apropiadamente las incertidumbres estándar de las estimaciones de entrada (x_1, x_2, \dots, x_N) . Esta incertidumbre estándar combinada de la estimación, se denota como $u_c(y)$, y es la raíz cuadrada de la varianza combinada $u_c^2(y)$ dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad \text{Ecuación 2-7}$$

donde cada $u(x_i)$ es una incertidumbre estándar calculada como se describió anteriormente para las evaluaciones tipo A y/o tipo B. Las derivadas parciales $\partial f / \partial x_i$ se determinan a partir de la Ecuación 2-6. La incertidumbre estándar o típica $u_c(y)$ es una desviación estándar estimada y caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mesurando Y .

Las derivadas parciales $\partial f / \partial x_i$ se denominan coeficientes de sensibilidad y se denotan como c_i . Estos describen cómo varía la estimación de salida y , en función de las variaciones en los valores de las estimaciones de entrada (x_1, x_2, \dots, x_N) . La varianza

combinada $u_c^2(y)$ puede considerarse entonces como una suma de términos, cada uno de ellos representando la varianza estimada asociada a y , debido a la varianza estimada asociada a cada estimación de entrada x_i [JCGM, 2008]. De esta forma, la Ecuación 2-7 puede escribirse en la forma:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 \quad \text{Ecuación 2-8}$$

Las ecuaciones anteriores únicamente son correctas si las incertidumbres utilizadas para resolverlas no están interrelacionadas o correlacionadas. Es decir, es importante que todas las incertidumbres que contribuyen a la incertidumbre global del sistema sean independientes [BELL, 1999]. Cuando las magnitudes de entrada están correlacionadas es necesario tener en cuenta dichas correlaciones. En este caso, la expresión conveniente para la varianza equivalente $u_c^2(y)$ asociada al resultado de medida es [JCGM, 2008]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right) u(x_i, x_j) \quad \text{Ecuación 2-9}$$

Puede existir una correlación significativa entre dos magnitudes si se utiliza para su determinación el mismo instrumento de medida, el mismo patrón físico, el mismo dato de referencia, el mismo método de medida o incluso si la magnitudes han sido obtenidas a partir de observaciones simultáneas, con incertidumbres típicas significativas [JCGM, 2008]. En esta ecuación, el término $u(x_i, x_j)$ se denomina covarianza de x_i y x_j y viene estimada por la siguiente ecuación:

$$u(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \quad \text{Ecuación 2-10}$$

Por otro lado, el grado de correlación entre x_i y x_j viene caracterizado por el coeficiente de correlación estimado que se define como [JCGM, 2008]:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$$

Ecuación 2-11

donde $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$ y $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$. Si las estimaciones x_i y x_j son independientes, $r(x_i, x_j) = 0$ y una variación de una de las dos no entraña ninguna variación previsible en la otra.

2.3.4 Incertidumbre expandida

A pesar de que la incertidumbre estándar combinada puede ser utilizada para expresar la incertidumbre de un resultado de medida, con frecuencia es necesario suministrar una medida de la incertidumbre que defina un intervalo alrededor del resultado de medida que sea capaz de abarcar una gran fracción de la distribución de los valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mesurando [JCGM, 2008]. Esta medida adicional de la incertidumbre se llama incertidumbre expandida y se denota como U .

Por lo tanto, si y es el valor estimado del mesurando Y , la incertidumbre expandida U se obtiene al multiplicar la incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$ por un factor de cobertura k_p [JCGM, 2008]. Es decir:

$$U = k_p u_c(y)$$

De esta forma, el resultado de la medición puede ser expresado como $Y = y \pm U$, lo cual se traduce en que la mejor estimación del valor del mesurando Y es y , y que $(y - U) \leq Y \leq (y + U)$ es un intervalo que se considera que abarca una gran fracción de la distribución de los valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mesurando Y . El valor del factor de cobertura k_p dependerá de la probabilidad de cobertura o nivel de confianza p requerido para el intervalo [JCGM, 2008]. La razón por la que no se puede suponer que se tiene un 100 % de confianza en la media obtenida a partir de las mediciones realizadas se debe al error de muestreo [DALLY, 1991]. Es decir, se debe a que la media se ha obtenido a partir de una muestra finita de datos.

La selección de un factor de cobertura k_p , que provea de un intervalo $Y = y \pm U = y \pm k_p u_c(y)$ correspondiente a un nivel de confianza p , requiere de un extensivo conocimiento de la distribución de probabilidad caracterizada por el resultado de medida y y su incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$. En la práctica esto no es algo sencillo, por lo que se recurre a diferentes enfoques para su determinación. En los casos en que la distribución de probabilidad se puede asumir como normal, los valores del factor de cobertura k_p para varios niveles de confianza p del intervalo son los que se observan en la Tabla 2-1 [JCGM, 2008].

Tabla 2-1. Intervalos de confianza y su correspondiente factor de cobertura k_p

Intervalo de Confianza p (%)	k_p	Intervalo de Confianza p (%)	k_p
99,9	3,30	90,0	1,65
99,7	3,00	80,0	1,28
99,0	2,57	68,3	1,00
95,0	1,96	60,0	0,84

2.3.5 Evaluación de la incertidumbre mediante el análisis del error

La evaluación de la incertidumbre implica el uso de un modelo de medida para poder determinar la incertidumbre asociada con la mejor estimación del valor de la magnitud que se quiere medir, dadas las mejores estimaciones de los valores de todas las otras magnitudes que influyen significativamente en esa magnitud y las incertidumbres establecidas asociadas a esos valores estimados [COX y HARRIS, 2005]. En este sentido, el análisis del error es una herramienta que ayuda a la construcción de modelos válidos, que pueden ser utilizados para evaluar la incertidumbre de medida [VEEN y COX, 2003].

El concepto de error está ligado al concepto de valor verdadero y, al ser este último desconocido, los errores tampoco pueden conocerse con certeza. Sin embargo, desde el punto de vista estadístico, el error se refiere a la esperanza (media) de un valor aleatorio y no al valor verdadero. Esta diferencia en concepto no es meramente académica, pues, para poder relacionar la esperanza de una variable aleatoria con el

valor verdadero, hace falta hacer una suposición. Si se asume que un método de medición tiene un sesgo igual a cero, entonces, se puede asumir que la esperanza (media) es igual al valor verdadero. De esta manera, el modelado de errores puede considerarse como una metodología consistente en el desarrollo de modelos que permitan evaluar la incertidumbre de medida [VEEN y COX, 2003]. No obstante, para poder utilizar esta metodología, primero es necesario establecer las relaciones que conectan al mesurando con las variables que tienen influencia sobre la medida.

Una vez establecidas estas relaciones, el paso de un modelo de error a un modelo de incertidumbre es relativamente simple. Un error puede aparecer en forma de un sesgo o estar expresado por una varianza. Así, la varianza corresponde a la contraparte estadística del cuadrado de la incertidumbre estándar, mientras que el sesgo debe ser considerado como parte de la incertidumbre o debe ser corregido. En este último caso, la incertidumbre de la estimación del sesgo también debe tomarse en cuenta. Por lo tanto, la conversión de un modelo de error a un modelo de incertidumbre se realiza aplicando la Ley de Propagación de la Incertidumbre [VEEN y COX, 2003], explicada en la sección 2.3.3. y en concordancia con lo estipulado en la GUM [JCGM, 2008].

Por último, es importante notar que bajo estos conceptos, un factor de corrección o un error puede tener un valor igual a cero, aunque, eso no implica que su incertidumbre deba ser también cero [VEEN y COX, 2003].

2.4 Factores de error e incertidumbre en sistemas de medida extensométricos

Las galgas extensométricas, a pesar de ser un producto terminado, no son un instrumento de medición en sí mismas. Antes de que puedan ser utilizadas para realizar mediciones, éstas deben ser instaladas por el usuario [HOFFMANN, 1989]. Debido a esto, su precisión estará ligada a muy diversos factores que dependen por ejemplo del objeto a medir, del sistema de medición, del método de medición, de las influencias ambientales, de la influencia del usuario y del cambio de todas estas condiciones en el tiempo. Por otro lado, a pesar de que las galgas son resistencias de precisión, existe una

incertidumbre asociada a ellas. Por ejemplo, el valor de la resistencia de las galgas extensométricas de tipo lámina proporcionado por el fabricante tiene una incertidumbre de $\pm 0,3 \%$, mientras que el factor de galga para todo un lote tiene una incertidumbre de $\pm 0,5 \%$ [DALLY y RILEY, 1991].

Las fuentes de error en sistemas de extensometría resistiva se pueden dividir en varios grupos como se observa en el esquema de la Figura 2-20.

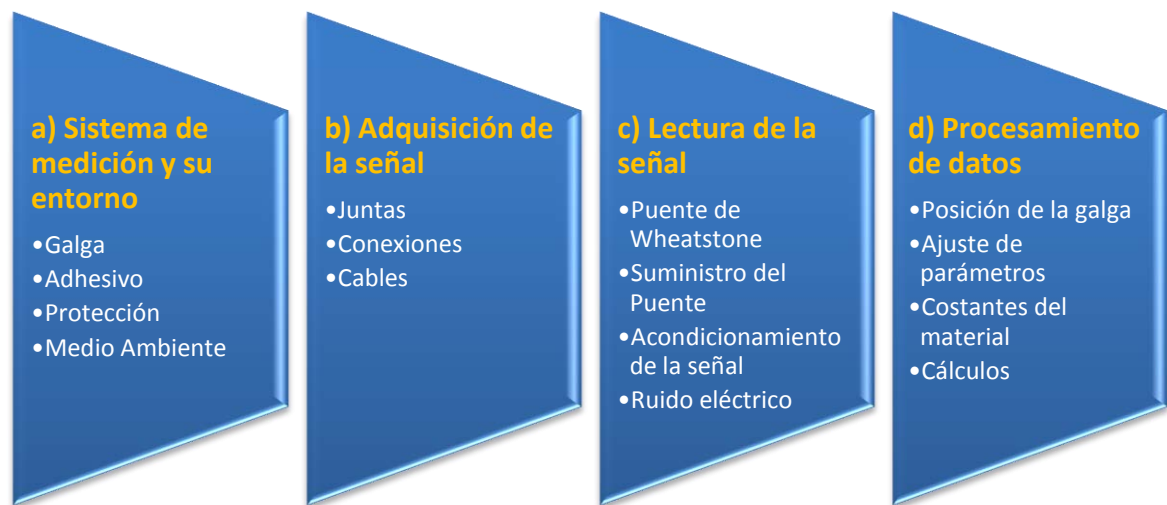


Figura 2-20. Fuentes de error en extensometría [WINDOW y HOLISTER, 1982]

Muchas de estas fuentes de error pueden ser catalogadas dentro de la categoría de errores identificables y evitables, mencionada en la sección 2.3. Por esta razón son de suma importancia los criterios de selección de las galgas extensométricas y las técnicas y métodos de instalación empleados. Los fabricantes de galgas extensométricas poseen información detallada sobre criterios de selección e instalación recomendados de acuerdo con los tipos de galgas extensométricas que fabrican y sus características. Por otro lado, existe una gran variedad de equipos y fabricantes para el acondicionamiento de señales, por lo que es complejo establecer criterios generales para su selección. Es preferible referirse a la información técnica proporcionada por ellos. A continuación, se expondrán los principales factores a tener en cuenta para obtener mediciones precisas, exactas y confiables.

2.4.1 Errores debidos a la sensibilidad transversal

La sensibilidad transversal se refiere a la respuesta de la galga a una deformación en el sentido perpendicular a su dirección principal de sensibilidad [WINDOW y HOLISTER, 1982]. En la Figura 2-21 (a) y (b) se puede observar una galga sin deformar y una galga cuya deformación es en sentido perpendicular a su dirección de máxima sensibilidad, respectivamente. En general, su efecto es relativamente pequeño, en comparación con la sensibilidad en su eje principal. Los efectos que este factor de error pueda tener en la medición van ligados, en gran medida, al tipo de galga que se utilice, ya que unas se verán más afectadas que otras.

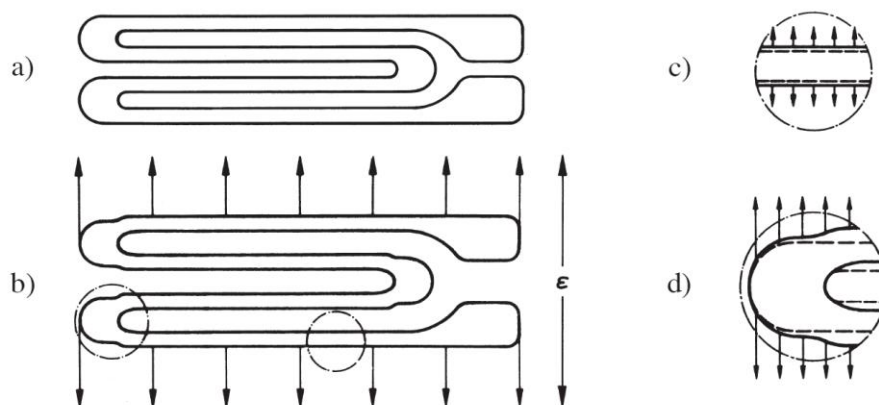


Figura 2-21. Causas de la sensibilidad transversal [HOFFMANN, 1989]

Una de las causas que da lugar a la sensibilidad transversal es la fuerza que actúa en dirección transversal a las espiras de la rejilla y que provoca que éstas se deformen en dirección transversal [HOFFMANN, 1989], tal y como se aprecia en la Figura 2-21 (c). Esto afecta en mayor medida a las galgas de tipo lámina o de película delgada, pues el cociente entre el ancho y el espesor de las espiras de la rejilla es grande. Esto da lugar a una deformación considerable a causa de la deformación transversal. En general, el fenómeno de la sensibilidad transversal es complejo y se ve afectado prácticamente por todos los aspectos de diseño y fabricación [VISHAY TN-509, 2007].

Una segunda causa que da lugar a los errores por sensibilidad transversal es que, al final de cada espira de la rejilla conductora, una pequeña porción del alambre o

lámina se encuentra en posición transversal, por lo que se produce un pequeño cambio en la resistencia al someterse a una deformación en esa dirección (transversal). Este efecto se puede apreciar claramente en la Figura 2-21 (d). Como es lógico, el efecto es mayor en galgas cuya longitud es corta, ya que la proporción de la rejilla que se ve afectada es mayor [HOFFMANN, 1989]. Este factor afecta en mayor medida a las galgas de tipo alambre, pues las de tipo lámina se diseñan de manera que los extremos tengan una sección transversal mucho mayor que las espiras, disminuyendo así su sensibilidad transversal [VISHAY TN-509, 2007].

Los errores en la medición de la deformación debidos a la sensibilidad transversal son, por lo general, pequeños debido a que la sensibilidad transversal es en sí pequeña. Sin embargo, en estados de deformación biaxiales caracterizados por una razón grande entre tensiones principales, el error producido en la deformación principal más pequeña puede ser muy significativo si no se corrige. Por otro lado, en general el factor de galga proporcionado por el fabricante ya tiene en cuenta el efecto debido a la deformación de Poisson, por lo que en los casos de esfuerzo uniaxial y cuando el coeficiente de Poisson del material sea el mismo que el utilizado por el fabricante para obtener el factor de galga, el error por sensibilidad transversal será cero. Sin embargo, es importante notar que siempre que la galga sea utilizada en condiciones distintas a las empleadas por el fabricante para obtener el factor de galga, se estará incurriendo en un error debido a la sensibilidad transversal [VISHAY TN-509, 2007].

Es decir, se estaría cometiendo un error siempre que:

- a) La galga sea instalada en un material con un coeficiente de Poisson diferente al del material empleado por el fabricante.
- b) La galga está sometida a un estado de tensiones distinto al uniaxial.
- c) La galga no está alineada con las tensiones principales.

El error debido a la sensibilidad transversal (e_{ST}), relativo a la deformación verdadera en la dirección del eje de máxima sensibilidad de la galga, orientada a un

ángulo cualquiera, en cualquier estado de deformación y sobre cualquier material, se puede expresar de la siguiente manera [HOFFMANN, 1989]:

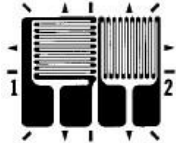
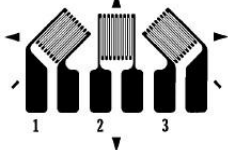
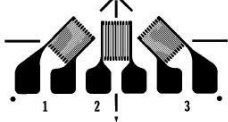
$$e_{ST} = \frac{K_t \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} + \nu_F \right)}{1 - \nu_F K_t} \quad \text{Ecuación 2-12}$$

donde K_t es el coeficiente de sensibilidad transversal de la galga, ν_F es el coeficiente de Poisson utilizado por el fabricante para obtener el factor de galga (por lo general $\nu_F = 0,285$), ε_a es la deformación real en la dirección paralela a la dirección sensible de la galga (axial) y ε_t es la deformación real en la dirección perpendicular a la dirección sensible de la galga (transversal).

En los casos en que se tengan estados de deformación biaxiales, es necesario considerar los efectos de la sensibilidad transversal. Si estos efectos son despreciables para los resultados requeridos, pueden ser ignorados. En caso contrario las mediciones obtenidas deben ser corregidas [HOFFMANN, 1989]. Generalmente cuando se tienen estados de deformación biaxiales, se utilizan rosetas de deformación de dos o tres galgas. Existen diferentes procedimientos para su corrección dependiendo de su configuración. En la Tabla 2-2 se resumen algunos de los medios utilizados para dichos efectos.

Estas ecuaciones suponen que todas las galgas tienen la misma sensibilidad transversal, lo cual es válido para rosetas apiladas o superpuestas. Sin embargo, esta suposición no es necesariamente válida para rosetas planas de lámina o película delgada, ya que, en el momento de su fabricación, cada galga individual posee una orientación diferente con respecto a la dirección de arrollado de la lámina. En rosetas de tres galgas, generalmente las galgas Nº 1 y Nº 3 son nominalmente iguales debido a su posición de simetría con respecto a la dirección de laminado del material de partida, sin embargo, no sucede así con la galga Nº 2 [VISHAY TN-509, 2007].

Tabla 2-2. Corrección de la sensibilidad transversal [VISHAY TN-509, 2007]

Tipo de roseta		Corrección	Comentarios
Dos galgas a 90°	 <p>$\hat{\epsilon}_1$ y $\hat{\epsilon}_2$ son las deformaciones medidas (incorrectas) en las galgas 1 y 2, respectivamente.</p>	$\epsilon_2 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\epsilon}_2 - K_t \hat{\epsilon}_1)$ $\epsilon_1 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\epsilon}_1 - K_t \hat{\epsilon}_2)$	<ul style="list-style-type: none"> Para corregir deformaciones a lo largo de dos ejes perpendiculares cuya dirección coincide con la dirección de máxima sensibilidad de las galgas 1 y 2.
		$\gamma = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\epsilon}_1 - \hat{\epsilon}_2)$	<ul style="list-style-type: none"> En mediciones de deformación por cizalladura. Ambas galgas conectadas a ramas adyacentes del puente. Ambas galgas tienen la misma sensibilidad transversal.
Tres galgas a 45° (rectangular)		$\epsilon_1 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\epsilon}_1 - K_t \hat{\epsilon}_3)$ $\epsilon_2 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} [\hat{\epsilon}_2 - K_t (\hat{\epsilon}_1 + \hat{\epsilon}_3 - \hat{\epsilon}_2)]$ $\epsilon_3 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\epsilon}_3 - K_t \hat{\epsilon}_1)$	<ul style="list-style-type: none"> $\hat{\epsilon}_1$, $\hat{\epsilon}_2$ y $\hat{\epsilon}_3$ son las deformaciones medidas (incorrectas) en las galgas 1, 2 y 3 respectivamente. Todas las galgas deben tener la misma sensibilidad transversal.
Tres galgas a 60° (delta)		$\epsilon_1 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} \left[\left(1 + \frac{K_t}{3} \right) \hat{\epsilon}_1 - \frac{2}{3} K_t (\hat{\epsilon}_2 + \hat{\epsilon}_3) \right]$ $\epsilon_2 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} \left[\left(1 + \frac{K_t}{3} \right) \hat{\epsilon}_2 - \frac{2}{3} K_t (\hat{\epsilon}_3 + \hat{\epsilon}_1) \right]$ $\epsilon_3 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} \left[\left(1 + \frac{K_t}{3} \right) \hat{\epsilon}_3 - \frac{2}{3} K_t (\hat{\epsilon}_1 + \hat{\epsilon}_2) \right]$	<ul style="list-style-type: none"> $\hat{\epsilon}_1$, $\hat{\epsilon}_2$ y $\hat{\epsilon}_3$ son las deformaciones medidas (incorrectas) en las galgas 1, 2 y 3 respectivamente. Todas las galgas deben tener la misma sensibilidad transversal.

En ocasiones es más conveniente obtener las deformaciones en los ejes principales a partir de las lecturas de deformaciones medidas por las galgas. Al ser estas deformaciones incorrectas, el cálculo de los valores de deformaciones principales también dará como resultado valores incorrectos. Sin embargo, pueden ser corregidos posteriormente haciendo uso de la Ecuación 2-13. El error en las deformaciones de los ejes principales producido por la sensibilidad transversal es independiente del tipo de roseta empleada, por lo que este procedimiento es aplicable para cualquier tipo de

roseta. Las siguientes ecuaciones permiten obtener el valor de la deformación ya corregida en los ejes principales [VISHAY TN-509, 2007]:

$$\varepsilon_p = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\varepsilon}_p - K_t \hat{\varepsilon}_q)$$

$$\varepsilon_q = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\varepsilon}_q - K_t \hat{\varepsilon}_p)$$

Ecuación 2-13 a y b

donde $\hat{\varepsilon}_p$ y $\hat{\varepsilon}_q$ son las deformaciones en los ejes principales obtenidas a partir de las medidas no corregidas.

2.4.2 Errores debidos a la temperatura

El principio fundamental de funcionamiento de las galgas extensométricas resistivas es la variación de su resistencia eléctrica con la deformación del material al cual está adherida. Esta variación también puede ser producida por un cambio en la temperatura del material que se está midiendo o del ambiente que rodea a la galga. Sumado a esto, la relación entre el cambio de la resistencia eléctrica de la galga con la deformación, es decir el factor de galga, también varía con la temperatura. La deformación aparente inducida por temperatura puede llegar a ser la fuente de incertidumbre más grande del sistema de medición [VISHAY TN-504-1, 2007]. Si estos factores de error no se toman en cuenta, pueden llegar a ser muy significativos; no obstante, pueden controlarse o eliminarse casi en su totalidad aplicando las correcciones o compensaciones adecuadas [VISHAY TN-504-1, 2007]. En la Figura 2-22 se observa un esquema de los dos factores que causan el error debido a la temperatura, así como las formas de corregirlo o compensarlo. Esta es una de las fuentes potenciales de error más graves que se pueden encontrar al realizar ensayos de deformación utilizando galgas extensométricas [WINDOW y HOLISTER, 1982].

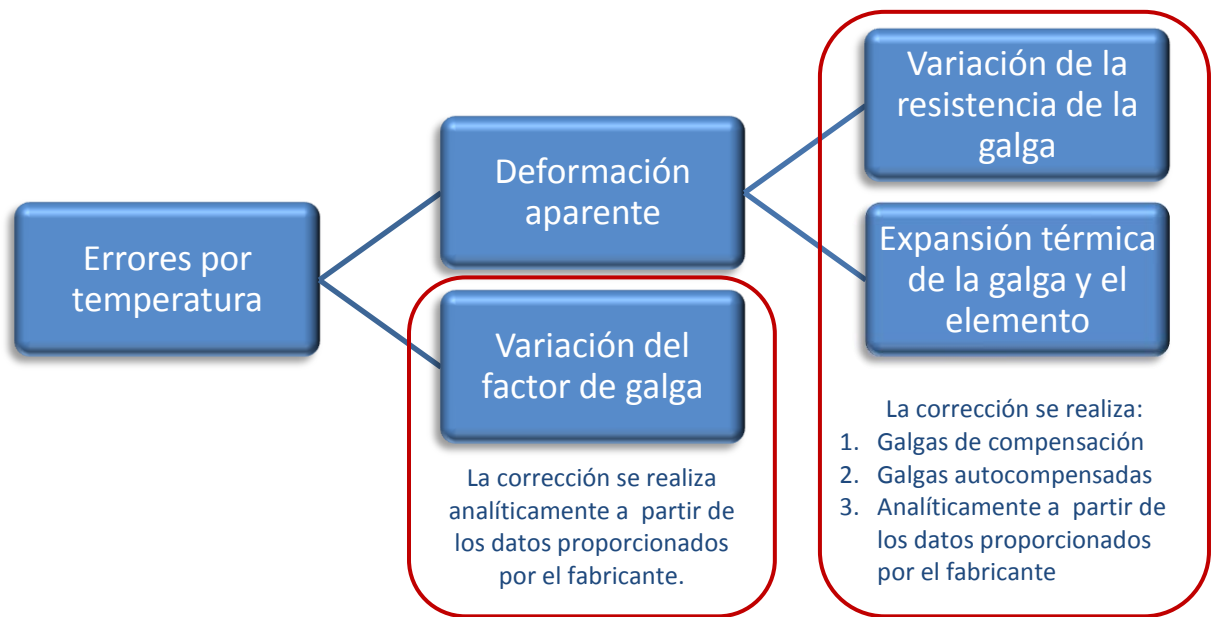


Figura 2-22. Factores que causan los errores por temperatura

2.4.2.1 Deformación aparente inducida por temperatura

Una vez instalada la galga, el cambio en la temperatura del elemento al cual está adherida o de su entorno producirá un cambio en su resistencia eléctrica. Si el puente de Wheatstone al cual está conectada la galga ha sido equilibrado previo a la variación de la temperatura, éste registrará el cambio en la resistencia eléctrica producto de esa variación. Este cambio en la resistencia es independiente y no está relacionado con la deformación mecánica producto de esfuerzos aplicados al objeto que se está midiendo, sino con el cambio en la temperatura. Por esta razón, se le denomina deformación aparente inducida por temperatura [WINDOW y HOLISTER, 1982].

Las causas de este cambio en la resistencia de la galga se deben a dos factores concurrentes:

- 1) La resistencia eléctrica de la rejilla conductora es dependiente de la temperatura y, por lo tanto, la resistencia de la galga variará con la temperatura [WINDOW y HOLISTER, 1982].
- 2) La diferencia de expansión térmica entre la rejilla conductora de la galga y el material de la pieza a la cual la galga está adherida. Con los cambios de temperatura, el material de la pieza a medir se expande o se contrae. Lo

mismo le sucede a la galga, pero no necesariamente en la misma proporción. Dado que la función de la galga es percibir la deformación del material, ésta exhibirá un cambio en la resistencia eléctrica proporcional a la diferencia de expansión térmica [WINDOW y HOLISTER, 1982].

En los casos en que el puente de Wheatstone ha sido equilibrado cuando el elemento a medir se encuentra libre de cualquier tensión mecánica o térmica y además, en las mismas condiciones de temperatura que las utilizadas durante las pruebas, el error debido a la deformación térmica aparente es cero, siempre que se mantenga la misma temperatura durante todo el ensayo. En este caso, no sería necesaria ninguna corrección por los efectos de la deformación térmica aparente. De no cumplirse estas condiciones, sí se estaría incurriendo en un error en la medición [HOFFMANN, 1989]. Dependiendo del grado de exactitud requerido, estos errores pueden implicar que el sistema de medida no cumpla con los requerimientos necesarios y por ello es necesaria una corrección. A continuación se explican con mayor detalle las tres formas de compensar o corregir los errores producidos por la deformación térmica aparente.

2.4.2.1.1 Galga de compensación

En teoría, el error debido a la deformación por temperatura puede ser totalmente eliminado mediante la utilización de una segunda galga llamada galga de compensación. En la práctica solo se logra disminuir el error, ya que para poder eliminarlo del todo, el sistema y las condiciones tendrían que ser ideales, lo cual es imposible [VISHAY TN-504-1, 2007]. Como es sabido, los cambios idénticos de resistencia en ramas adyacentes del Puente de Wheatstone no producen un desequilibrio en el circuito. Esto significa que si se tienen dos galgas, una “activa” adherida a la pieza y, por lo tanto, sometida tanto a las deformaciones mecánicas como a las deformaciones por temperatura y una segunda galga adherida al mismo material, pero sometida únicamente a las deformaciones por temperatura, sus respectivas salidas se restarán, dejando únicamente la salida causada por la deformación mecánica. Es decir, el desequilibrio en el circuito se generaría únicamente por las deformaciones mecánicas y por lo tanto, la salida sería únicamente la producida por éstas [HOFFMANN, 1989]. Para

obtener una compensación total, no solo ambas galgas deben estar sometidas a idénticas deformaciones por temperatura, sino que además, las longitudes de los cables deben ser iguales y se deben dirigir juntos para que coincidan también sus cambios en resistencia por temperatura. Finalmente, también hay que tener en cuenta que no es posible considerar a dos galgas como exactamente iguales y con las mismas características, aunque éstas provengan del mismo lote de fabricación [VISHAY TN-504-1, 2007].

Esta técnica es especialmente útil en aplicaciones en las que la relación entre dos estados de deformación de diferentes puntos es conocida a priori y además ambos puntos están sometidos a los mismos cambios de temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007].

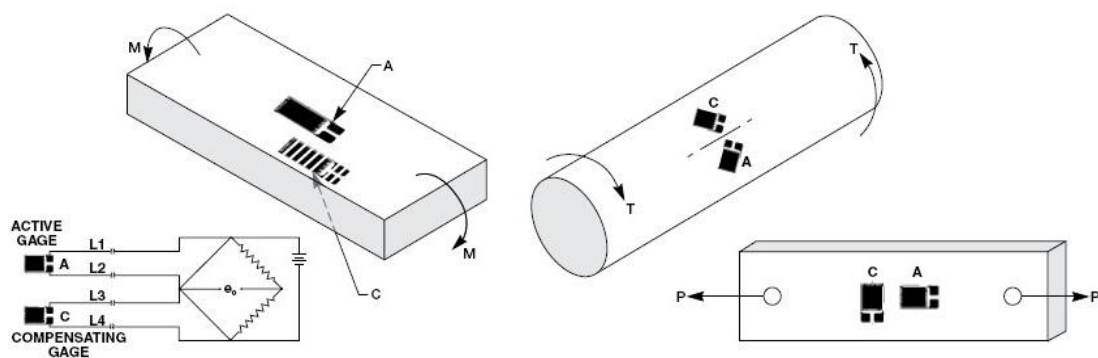


Figura 2-23. Compensación de los efectos de la temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007]

En la Figura 2-23 se pueden apreciar ejemplos del uso de una segunda galga para compensar los efectos de la temperatura sobre un elemento sometido a flexión pura, un elemento sometido a torsión pura y un elemento sometido a tracción pura, respectivamente.

2.4.2.1.2 Galgas autocompensadas por temperatura

Las propiedades metalúrgicas de las aleaciones de ciertas galgas (en particular la aleación Constantan y Karma modificado) hacen que puedan ser procesadas de tal manera que se minimice la respuesta de la galga a la deformación por temperatura para cierto tipo de materiales y para un rango de temperatura determinado [WINDOW y HOLISTER, 1982]. En la Figura 2-24 se aprecian las curvas de variación de la respuesta

por deformación térmica con respecto a la temperatura para dos aleaciones: Constantan (A-alloy) y Karma modificado (K-alloy).

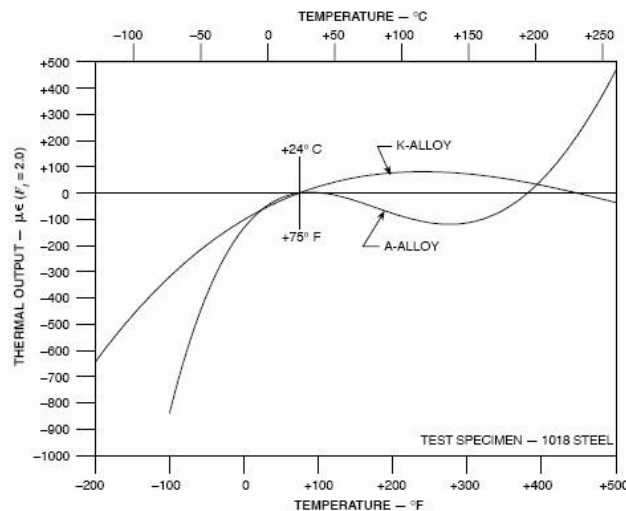


Figura 2-24. Deformación térmica debida a la temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007]

Cuando estas galgas autocompensadas se adhieren a un material con un coeficiente de expansión térmico para el cual fueron diseñadas y si trabaja en el rango de temperatura para el cual se logra una compensación efectiva, las mediciones o resultados obtenidos generalmente no necesitan ser corregidos por el efecto de la deformación térmica. Las galgas autocompensadas pueden ser utilizadas también como galgas de compensación por lo que, en caso de que fuera posible su utilización, se lograrían contrarrestar aún mejor los errores producidos [VISHAY TN-504-1, 2007].

2.4.2.1.3 Corrección de la deformación aparente debida a temperatura

Como ya se ha comentado anteriormente, dependiendo de la temperatura a la que se realice la prueba, de la temperatura a la cual se equilibró el circuito al que está conectada la galga y del grado de exactitud requerido, generalmente es necesario corregir los resultados, aun cuando se utilicen galgas de compensación o galgas autocompensadas. Cuando se mide la deformación debida a tensiones en el material y a una temperatura diferente a la temperatura en la que se realizó el equilibrado inicial del puente de Wheatstone (temperatura de referencia), la salida de la galga causada por el

cambio de temperatura se superpone a la salida de la galga debida a la deformación mecánica. Esto ocasiona un error en la medición de magnitud igual a la deformación inducida por el cambio de temperatura (aparente). Es decir, que la deformación medida será igual a la suma de la deformación mecánica producida por los esfuerzos aplicados a la pieza y la deformación aparente debida a la temperatura. Por lo tanto, conociendo el valor de la deformación aparente es posible corregir el valor de la deformación medida simplemente restando algebraicamente estos dos valores [VISHAY TN-504-1, 2007]:

$$\varepsilon_t = \hat{\varepsilon} - \varepsilon_{ap} \quad \text{Ecuación 2-14}$$

donde ε_t es la deformación corregida de los efectos de la deformación térmica aparente, $\hat{\varepsilon}$ es la deformación medida sin corregir y ε_{ap} es la magnitud de la deformación térmica aparente.

La siguiente ecuación puede ser utilizada para obtener la respuesta de la galga debida a cambios en la temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007]:

$$\varepsilon_{ap} = \frac{\left[\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G) \right] \Delta T}{F_I} \quad \text{Ecuación 2-15}$$

donde β_G es el coeficiente térmico de la resistencia de la rejilla conductora, F es el factor de galga proporcionado por el fabricante, K_t es la sensibilidad transversal de la galga, F es el coeficiente de Poisson del material usado por el fabricante para obtener F , α_S es el coeficiente de expansión térmica del material cuya deformación se quiere medir, α_G es el coeficiente de expansión térmica de la galga, ΔT es el cambio de temperatura a partir de la temperatura de referencia (temperatura a la cual se ha equilibrado el circuito, es decir, la puesta a cero) y F_I es el factor de galga utilizado durante la prueba (al cual está ajustado el instrumento de medición) [VISHAY TN-504-1, 2007].

A partir de la Ecuación 2-15 es posible corregir los resultados afectados por la expansión o contracción del material del elemento y de la galga. Esta ecuación

únicamente proporciona la deformación inducida por temperatura bajo condiciones de libre expansión o contracción del sustrato [VISHAY TN-504-1, 2007].

Es importante observar que la Ecuación 2-15 incluye el factor de corrección por la sensibilidad transversal de la galga en el término $(1+K_t)/(1-FK_t)$. Esto se debe a que es importante tener en cuenta que en materiales isótropos, la expansión/contracción térmica es igual en todas direcciones, mientras que el factor de galga se refiere únicamente a la sensibilidad de la galga en un estado de tensión uniaxial con un cociente entre deformaciones principales de $1/F$ [VISHAY TN-504-1, 2007].

La deformación térmica aparente no varía linealmente con la temperatura ya que los coeficientes dentro de los paréntesis cuadrados en la Ecuación 2-15 cambian a su vez en función de ésta [VISHAY TN-504-1, 2007]. En la Figura 2-25 se muestra un ejemplo de la deformación aparente inducida por temperatura para galgas de diferentes aleaciones según la temperatura a la que están sometidas.

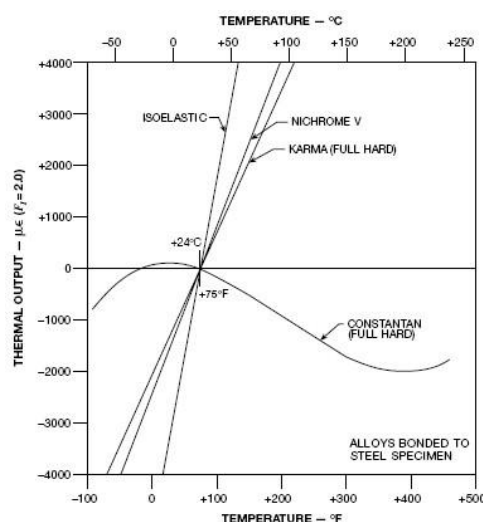


Figura 2-25. Deformación inducida por temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007]

Como se puede ver, los errores que se producen por cambios en la temperatura pueden llegar a ser significativos conforme se incrementa la diferencia entre la temperatura inicial de referencia (la temperatura a la cual se ha equilibrado el circuito) y la temperatura a la que se realiza la medición.

De la Ecuación 2-15, claramente se puede deducir que la deformación térmica aparente no sólo depende de las características de la galga, sino que también de las características y propiedades mecánicas del material al cual está adherida. Es decir, la deformación aparente tiene sentido únicamente si se refiere a un tipo de galga específica adherida a un determinado material.

Por otro lado, los fabricantes de galgas proporcionan, junto con los datos suministrados con cada galga, información que puede ser de utilidad para corregir los efectos de la temperatura. Por lo general suministran un gráfico en el que se relaciona la deformación térmica aparente con la temperatura y, además, proporcionan la ecuación de la curva. En la Figura 2-26 se puede apreciar un ejemplo de una gráfica típica.

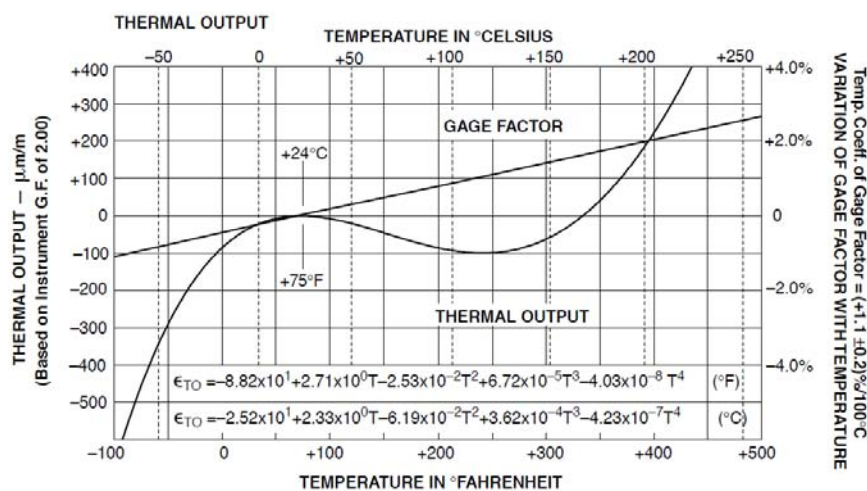


Figura 2-26. Deformación térmica aparente vs. temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007]

De esta manera no es necesario hacer uso de la Ecuación 2-15 para obtener la deformación térmica aparente, sino que se obtiene directamente de la ecuación proporcionada, simplificando en gran medida los cálculos pues no depende de las propiedades del material a ensayar, sino que tiene como única variable la temperatura. Sin embargo, con respecto a su utilización, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos [VISHAY TN-504-1, 2007]:

1. El gráfico y la ecuación suministrados por los fabricantes son aplicables únicamente si el material del elemento cuya deformación se quiere medir es el

mismo que el utilizado por el fabricante para obtenerlos. Por otro lado, las características de expansión térmica del material a medir también varían según el lote y la forma de la pieza. Por esta razón, aunque se trate del mismo material, no se puede asegurar que las propiedades mecánicas sean iguales a las del material utilizado por el fabricante.

2. Los datos suministrados han sido calculados por el fabricante utilizando un factor de galga F' (usualmente $F' = 2$). Si se desea hacer uso de ellos, es necesario que el factor de galga utilizado durante los ensayos (es decir, el utilizado en el instrumento de medición) sea igual a F' .
3. Debido a que el fabricante ha calculado la ecuación de la deformación térmica aparente después de haber equilibrado (hacer cero) el circuito a una temperatura T_F , el puente de Wheatstone también debe ser equilibrado a cero a esta misma temperatura (por lo general es la temperatura ambiente).
4. Representan el promedio de un lote de galgas y siempre existirán pequeñas variaciones entre una galga y otra aunque éstas provengan de un mismo lote.

Cuando el material a ensayar no es el mismo que el utilizado por el fabricante, es necesario hacer uso de la Ecuación 2-15; sin embargo, si la cantidad de ensayos y la exactitud requerida lo precisa, es posible calcular una ecuación similar a la que proporciona el fabricante, pero específica para el material cuya deformación se desea medir. La ecuación obtenida tendría la siguiente forma:

$$\varepsilon_{ap} = A_0 + A_1T + A_2T^2 + A_3T^3 + A_4T^4$$

Para determinar las constantes A_0 a A_4 , se deben tomar medidas de la deformación inducida por temperatura para diferentes temperaturas y con el elemento libre de cualquier tensión. Una vez obtenidos suficientes puntos de la curva, se realiza una regresión para encontrar el polinomio que mejor se ajusta a los datos medidos. Finalmente, la ecuación obtenida puede ser utilizada para encontrar la deformación térmica aparente para la temperatura de prueba y de esta manera llevar a cabo la corrección de la medida [VISHAY TN-504-1, 2007].

2.4.2.2 Variación del factor de galga con la temperatura

Las aleaciones que se utilizan en la fabricación de galgas extensométricas resistivas experimentan un cambio en el factor de galga con la temperatura. En muchos casos el error es pequeño y se puede despreciar, sobre todo si el cambio en la temperatura no es grande. Sin embargo, hay casos en que es necesaria una corrección para el factor de galga, dependiendo de la aleación utilizada, de la temperatura a la que se va a efectuar la prueba y de la exactitud requerida [WINDOW y HOLISTER, 1982].

En la Figura 2-27, se observan dos gráficas del cambio en el factor de galga con la temperatura para varias aleaciones. Tanto para las aleaciones tipo A (Constantan) como para las aleaciones tipo K (Karma modificado), el factor de galga varía linealmente con la temperatura aunque de modo diferente para ambas. La aleación tipo D (isoelástica) se mantiene relativamente constante entre la temperatura ambiente y los 95° C, temperatura a partir de la cual su factor de galga empieza a disminuir notablemente. Aun así, para esta última, generalmente la corrección de los resultados no es práctica porque la aleación tipo D es usada principalmente para mediciones de deformación dinámica pura en las cuales el error producido por este efecto es pequeño en comparación con otros errores en el sistema de medición [VISHAY TN-504-1, 2007].

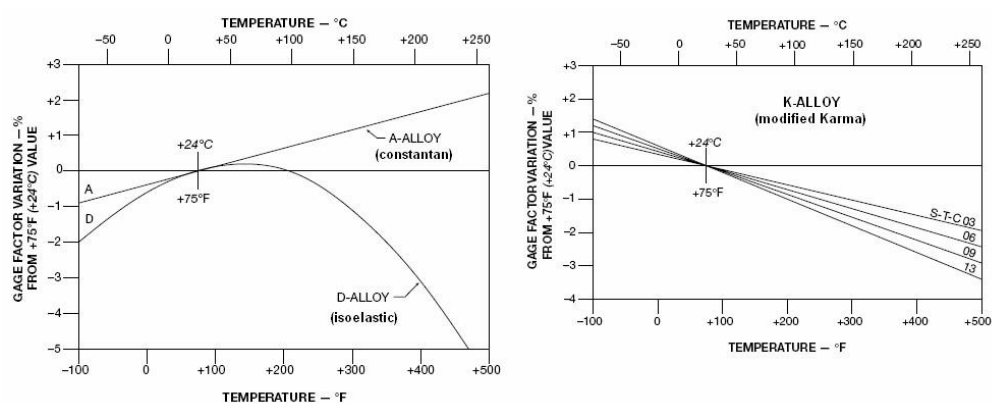


Figura 2-27. Efecto de la temperatura en el factor de galga [VISHAY TN-504-1, 2007]

Cuando se realizan mediciones a una temperatura diferente a la utilizada por el fabricante para obtener el factor de galga y si se estima necesaria la corrección de

acuerdo a las circunstancias y la exactitud requerida, puede encontrarse el valor de la deformación corregida $\hat{\varepsilon}$ por los efectos de la variación del factor de galga mediante la siguiente expresión [VISHAY TN-504-1, 2007]:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon \frac{F_I}{F_T} \quad \text{Ecuación 2-16}$$

donde F_I es el factor de galga utilizado durante la prueba (generalmente corresponde con el proporcionado por el fabricante y que ha sido obtenido a temperatura ambiente), F_T es el factor de galga a la temperatura de la prueba y ε es la deformación medida a la temperatura de prueba, pero utilizando un factor de galga F_I .

Por supuesto, cuando la temperatura de la prueba es conocida, las mediciones pueden ser efectuadas utilizando en la instrumentación el factor de galga ya corregido F_T para la nueva temperatura, evitando así la corrección posterior de los resultados.

El factor de galga F_T puede ser obtenido de los datos suministrados por el fabricante por medio de un gráfico que muestra la variación porcentual del factor de galga con respecto a la temperatura, de la siguiente manera [VISHAY TN-504-1, 2007]:

$$F_T = F \left(1 + \frac{\Delta F}{100} \right) \quad \text{Ecuación 2-17}$$

donde ΔF es la variación porcentual del factor de galga con la temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007].

Debido a que la variación del factor de galga con la temperatura afecta tanto a la deformación térmica aparente como a la deformación mecánica producida por los esfuerzos aplicados a la pieza, en la siguiente sección se describe como se corrigen ambos errores simultáneamente.

2.4.2.3 Corrección simultánea de ambos errores

Es posible efectuar la corrección simultánea de los errores producidos por la variación en el factor de galga y la deformación térmica aparente, ambos producto de la

temperatura. Como ya se ha comentado, por medio de la Ecuación 2-15 o la información proporcionada por el fabricante, se puede encontrar el valor de la deformación térmica aparente y a su vez ésta se puede utilizar para corregir sus efectos por medio de la Ecuación 2-14. Sin embargo, ésta a su vez debe ser corregida por el efecto de la variación del factor de galga con la temperatura. Siguiendo el mismo razonamiento de la sección 2.4.2.2, se obtiene la deformación térmica aparente corregida $\hat{\varepsilon}_{ap}$ por la variación del factor de galga de la siguiente manera:

$$\hat{\varepsilon}_{ap} = \varepsilon_{ap} \frac{F_I}{F_T}$$

Una vez obtenido el valor corregido de la deformación térmica aparente y el de la deformación corregida por los efectos de la variación del factor de galga según la Ecuación 2-16, se puede determinar la deformación totalmente corregida por efectos de la temperatura ε , restando algebraicamente estos dos valores [VISHAY TN-504-1, 2007]. Es decir:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_{ap} = \hat{\varepsilon} \frac{F_I}{F_T} - \varepsilon_{ap} \frac{F_I}{F_T} \\ \varepsilon &= (\hat{\varepsilon} - \varepsilon_{ap}) \frac{F_I}{F_T} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 2-18}$$

Por último, el factor de galga F_T corresponde al factor de galga a la temperatura de prueba y se obtiene por medio de la Ecuación 2-17. Por lo tanto, reescribiendo la Ecuación 2-18, se obtiene:

$$\varepsilon = (\hat{\varepsilon} - \varepsilon_{ap}) \frac{F_I}{F \left(1 + \frac{\Delta F}{100}\right)} \quad \text{Ecuación 2-19}$$

Como se comentó anteriormente, es importante tener en cuenta que, en el caso que se utilice el gráfico o la ecuación proporcionados por el fabricante para la obtención de ε_{ap} , el factor de galga al que debe estar ajustado el instrumento utilizado (F_I), tiene que ser igual al factor de galga F' utilizado por el fabricante para la obtención de ε_{ap} . Otro requisito para poder utilizar este procedimiento es realizar el cero del equipo

(equilibrado del circuito) antes de efectuar las mediciones y a la misma temperatura utilizada por el fabricante para obtener ε_{ap} [VISHAY TN-504-1, 2007]. En este caso, la Ecuación 2-19 se convierte en:

$$\varepsilon = (\hat{\varepsilon} - \varepsilon_{ap}) \frac{F'}{F \left(1 + \frac{\Delta F}{100}\right)}$$

2.4.3 Errores debidos al mal alineamiento

Cuando una galga es adherida a la superficie de una pieza con un pequeño error en el posicionamiento con respecto al eje de deformación que se intenta medir, el resultado obtenido se verá afectado por una incertidumbre debida al mal alineamiento de la galga. En general, para una galga sometida a un estado de deformación uniforme biaxial, la magnitud del error debido al mal alineamiento depende de tres factores (sin tener en cuenta la sensibilidad transversal) [VISHAY TN-511, 2007]:

- ✓ El cociente entre el máximo y mínimo algebraicos de las deformaciones en los ejes principales, $\varepsilon_p/\varepsilon_q$.
- ✓ El ángulo ϕ entre el eje principal de deformación máximo y el eje de deformación que se pretende medir.
- ✓ El error angular de instalación β entre el eje de la galga una vez que ha sido instalada y el eje de deformación que se quiere medir.

Para comprender mejor cómo afectan estas circunstancias se presentan la Figura 2-28 y la Figura 2-29. Ambas corresponden a un estado de tensiones uniaxial. La primera gráfica corresponde a un diagrama polar de la deformación en el punto en cuestión, mientras que la segunda muestra los círculos concéntricos de Mohr de esfuerzo y deformación para el mismo punto. Como se puede ver en la Figura 2-28, cuando ϕ es 0° ó 90° , un pequeño desalineamiento producirá un error muy pequeño en la deformación medida, ya que en estos puntos la curva se encuentra sobre una zona de pendiente cero.

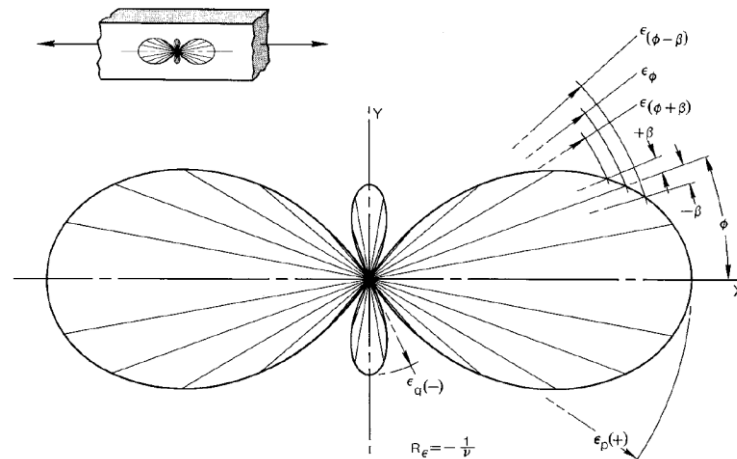


Figura 2-28. Distribución polar de la deformación [VISHAY TN-511, 2007]

Para los ángulos ϕ cuyos valores se encuentran comprendidos entre 0° y 90° se puede ver cómo el error en la deformación medida causado por un pequeño ángulo de desalineamiento puede llegar a ser bastante grande. Esto se debe a que la pendiente en estas regiones es muy pronunciada.

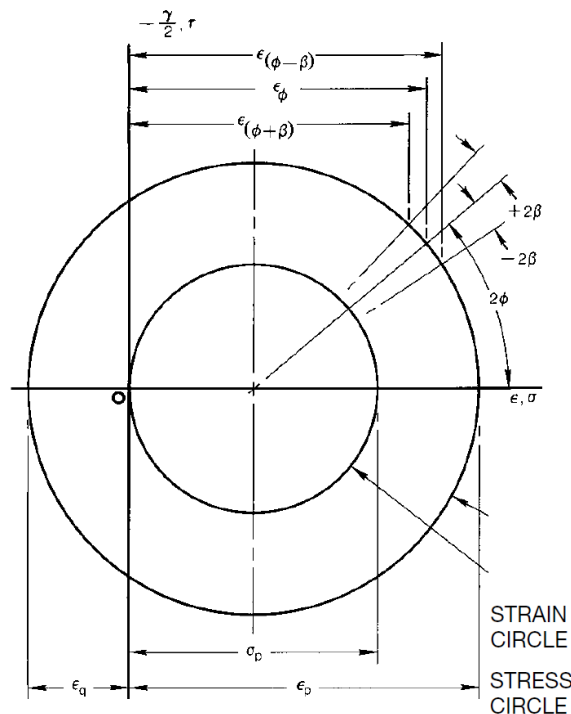


Figura 2-29. Circulo de Mohr de tensión y deformación [VISHAY TN-511, 2007]

En la Figura 2-29, puede verse cómo para $\phi = 45^\circ$ ó $2\phi = 90^\circ$, ese mismo pequeño desalineamiento producirá el máximo error en la deformación medida, debido a que ε cambia más rápidamente con el ángulo en este punto.

En general, en cualquier estado biaxial y uniforme de deformación el error debido al mal posicionamiento de la galga es máximo cuando se intenta medir la deformación a 45° de un eje principal y mínimo cuando se quiere medir en la deformación en los ejes principales. Por lo tanto, el error debido a un mal alineamiento E_A se puede expresar como sigue [VISHAY TN-511, 2007]:

$$E_A = \varepsilon_{\phi \pm \beta} - \varepsilon_\phi \quad \text{Ecuación 2-20}$$

donde ε_ϕ es la deformación verdadera a un ángulo ϕ con respecto a la dirección principal de tensiones y $\varepsilon_{\phi \pm \beta}$ es la deformación medida (incorrecta) a un ángulo $\phi \pm \beta$ con respecto a la dirección principal de tensiones, donde β es el error angular.

Generalmente, cuando se utilizan rosetas de dos galgas a 90° , la dirección de los ejes principales de esfuerzo es conocida y lo que interesa es saber su magnitud. En este caso, cuando hay un error en la orientación de la roseta con respecto a los ejes principales o en la dirección de estos, se está incurriendo en una incertidumbre a la hora de calcular la magnitud de las tensiones principales a través de las mediciones obtenidas de las galgas [VISHAY TN-511, 2007]. La Figura 2-30 ilustra los ejes de una roseta de galgas a 90° desalineada un ángulo β con respecto a los ejes principales de un estado de deformación biaxial. En los casos en que no se conoce con exactitud la dirección de los ejes principales, es necesario utilizar una roseta de 3 galgas, de manera que se pueda deducir la dirección de estos.

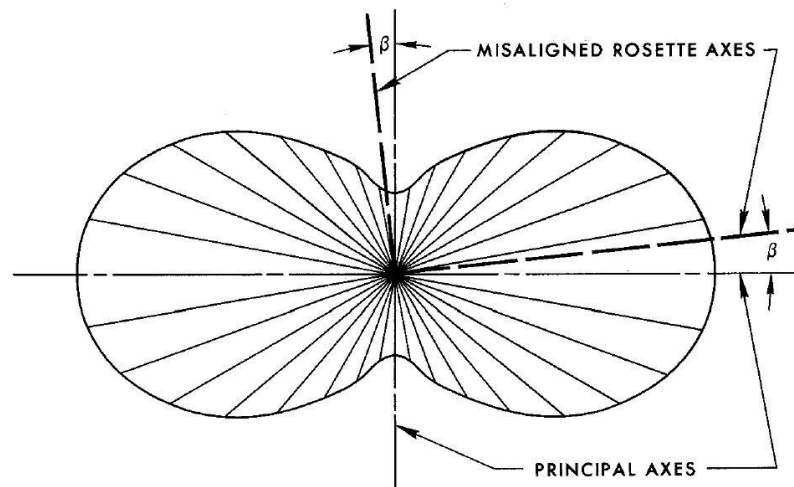


Figura 2-30. Ejes desalineados de una roseta dos galgas [VISHAY TN-511, 2007]

2.4.4 Errores debidos a la no linealidad del puente de Wheatstone

Existen gran variedad de equipos y fabricantes para la adquisición y acondicionamiento de señales por lo que es difícil establecer criterios generales en cuanto al error que puedan generar en la medición. Sin embargo, debido a que la mayoría de ellos están basados de alguna forma en el Puente de Wheatstone, es posible exponer los errores que comúnmente se podrían presentar debido a la no linealidad en este circuito de medición.




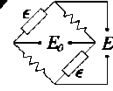
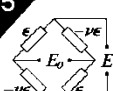
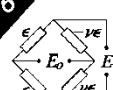

Los errores debidos a la no linealidad ocurren debido a que, cuando las mediciones de la deformación se realizan con un circuito de Puente de Wheatstone desequilibrado, hay ciertas condiciones en las cuales la salida del circuito es una función no lineal del cambio en la resistencia que produce esa salida. El error producido es por lo general pequeño y despreciable en muchos casos. Sin embargo, el porcentaje de error aumenta con la magnitud de la deformación que se está midiendo y puede llegar a ser significativo cuando se miden grandes deformaciones o también cuando el desequilibrio inicial del puente es considerable. Como regla general, el porcentaje de error debido a la no linealidad del circuito es aproximadamente igual a la deformación expresada en porcentaje (e.g. para $1000 \mu\epsilon$ el error es 0,1 %) [WINDOW y HOLISTER, 1982].

Originalmente el Puente de Wheatstone era un instrumento para medir resistencias desconocidas, mediante el equilibrio de las ramas del puente. Este equilibrado se efectúa mediante el ajuste de las resistencias en dichas ramas [HOFFMANN, 1989]. En cambio, el puente de Wheatstone utilizado en la mayoría de los circuitos para medir la deformación se encuentra desequilibrado, debido a las resistencias variables de las galgas.

El voltaje de salida que se obtiene de un Puente de Wheatstone desequilibrado es función de lo desequilibrado que se encuentre y, por lo tanto, está directamente relacionado con la deformación aplicada a la galga. Sin embargo, bajo ciertas circunstancias el voltaje de salida es una función no lineal del cambio en la resistencia de las galgas [HOFFMANN, 1989]. Cuando esto ocurre, la medición tendrá asociada una incertidumbre. Por lo general, aun cuando el Puente de Wheatstone se encuentre equilibrado inicialmente de modo que $R_2/R_1 = R_3/R_4$, una vez que una o más de las galgas del puente hayan sido sometidas a una deformación, éste ya no será el caso y se tendrá un puente desequilibrado. Operando de esta forma, los cambios en la resistencia de las ramas del circuito del Puente pueden causar cambios en las corrientes a través de éstas, dependiendo de su signo y magnitud. Cuando ocurren cambios en la corriente, la salida de voltaje deja de ser proporcional al cambio en la resistencia de las ramas del circuito y, por lo tanto, la salida del Puente de Wheatstone con respecto al cambio en la resistencia deja de ser lineal y se estará incurriendo en un error de medición [VISHAY TN-507-1, 2007].

La Tabla 2-3 muestra las no linealidades que se pueden esperar para varias configuraciones del Puente de Wheatstone así como las relaciones para su corrección. Es importante que, en los casos en que la deformación aparente causada por el desequilibrio inicial del puente sea considerable, se tenga en cuenta en todas las mediciones subsecuentes para que la corrección por no linealidad esté basada en el desequilibrio total del Puente de Wheatstone en cualquier fase del proceso de medición [VISHAY TN-507-1, 2007].

Tabla 2-3. Correcciones de la no linealidad del puente [VISHAY TN-507-1, 2007]

Bridge/Strain Arrangement (Note 1)	Description	Bridge Output, E_o/E mV/V (Notes 2, 3)	Nonlinearity, η Where $E_o/E = K\epsilon \times 10^{-3} (1-\eta)$ (Notes 2, 3)	Corrections (Note 3)
1 	Single active gage in uniaxial tension or compression.	$\frac{E_o}{E} = \frac{F\epsilon \times 10^{-3}}{4 + 2F\epsilon \times 10^{-6}}$	$K = \frac{F}{4}$ $\eta = \frac{F\epsilon \times 10^{-6}}{2 + F\epsilon \times 10^{-6}}$	$\epsilon = \frac{2\epsilon_i}{2 - F\epsilon_i \times 10^{-6}}$
2 	Two active gages in uniaxial stress field — one aligned with maximum principal strain, one "Poisson" gage.	$\frac{E_o}{E} = \frac{F\epsilon(1+\nu) \times 10^{-3}}{4 + 2F\epsilon(1-\nu) \times 10^{-6}}$	$K = \frac{F(1+\nu)}{4}$ $\eta = \frac{F\epsilon(1-\nu) \times 10^{-6}}{2 + F\epsilon(1-\nu) \times 10^{-6}}$	$\epsilon = \frac{2\epsilon_i}{2(1+\nu) - F\epsilon_i(1-\nu) \times 10^{-6}}$
3 	Two active gages with equal and opposite strains — typical of bending-beam arrangement.	$\frac{E_o}{E} = \frac{F\epsilon}{2} \times 10^{-3}$	$K = \frac{F}{2}; \eta = 0$	$\epsilon = \frac{\epsilon_i}{2}$
4 	Two active gages with equal strains of same sign — used on opposite sides of column with low temperature gradient (bending cancellation, for instance).	$\frac{E_o}{E} = \frac{F\epsilon \times 10^{-3}}{2 + F\epsilon \times 10^{-6}}$	$K = \frac{F}{2}$ $\eta = \frac{F\epsilon \times 10^{-6}}{2 + F\epsilon \times 10^{-6}}$	$\epsilon = \frac{2\epsilon_i}{4 - F\epsilon_i \times 10^{-6}}$
5 	Four active gages in uniaxial stress field two aligned with maximum principal strain, two "Poisson" gages (column).	$\frac{E_o}{E} = \frac{F\epsilon(1+\nu) \times 10^{-3}}{2 + F\epsilon(1-\nu) \times 10^{-6}}$	$K = \frac{F(1+\nu)}{2}$ $\eta = \frac{F\epsilon(1-\nu) \times 10^{-6}}{2 + F\epsilon(1-\nu) \times 10^{-6}}$	$\epsilon = \frac{2\epsilon_i}{4(1+\nu) - F\epsilon_i(1-\nu) \times 10^{-6}}$
6 	Four active gages in uniaxial stress field — two aligned with maximum principal strain, two "Poisson" gages (beam).	$\frac{E_o}{E} = \frac{F\epsilon(1+\nu) \times 10^{-3}}{2}$	$K = \frac{F(1+\nu)}{2}; \eta = 0$	$\epsilon = \frac{\epsilon_i}{2(1+\nu)}$
7 	Four active gages with pairs subjected to equal and opposite strains (beam in bending or shaft in torsion).	$\frac{E_o}{E} = F\epsilon \times 10^{-3}$	$K = F; \eta = 0$	$\epsilon = \frac{\epsilon_i}{4}$
Notes: 1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} (R_1/R_2)_{nom} = 1; (R_3/R_4)_{nom} = 1$ when two or less active arms are used. 2. Constant voltage power supply is assumed. 3. ϵ and ϵ_i (strains) are expressed in microstrain units (in/in $\times 10^6$).				

En la Tabla 2-3, K es una constante que depende del factor de galga (F) y del número de ramas activos del circuito, η representa la no linealidad causada por los cambios de corriente, ϵ_i es la deformación medida (la deformación que indica el instrumento) y ϵ es la deformación corregida. Por otro lado, como se puede apreciar para los casos 3, 6 y 7, cuando el cambio en la resistencia debido a la deformación es tal que la corriente que atraviesa las ramas del puente se mantiene constante (es decir, $\Delta R_1/R_1 + \Delta R_2/R_2 = 0$ y $\Delta R_3/R_3 + \Delta R_4/R_4 = 0$), la salida del puente es función lineal de la deformación.

Para los casos en los que se miden deformaciones dinámicas utilizando un Puente de Wheatstone, éste siempre operará de modo desequilibrado. Al igual que se comentó anteriormente, si el puente se encuentra inicialmente equilibrado y las deformaciones son pequeñas, el error por no linealidad será pequeño. Sin embargo, si el circuito inicialmente se encuentra desequilibrado, el error producido puede ser grande. Se deduce entonces que es de suma importancia la selección de galgas con una estrecha tolerancia resistiva, y que además se deben minimizar los cambios en la resistencia ocasionados durante la instalación, mediante el correcto seguimiento de los procedimientos establecidos [VISHAY TN-507-1, 2007].

2.5 El módulo de Young como propiedad de un material

El valor del módulo de Young es una propiedad del material de gran utilidad en el diseño para determinar el cumplimiento de materiales estructurales, que siguen la ley de Hooke, cuando están sujetos a cargas uniaxiales. La ley de Hooke define que la deformación es proporcional a la carga aplicada [ASTM E111-04, 2008].

La determinación del modulo de Young se lleva a cabo siguiendo el proceso establecido en la norma ASTM E111, que tiene en cuenta lo siguiente [ASTM E111-04, 2008]:

1. **Características del espécimen:** la orientación de los granos relativa a la dirección de la tensión aplicada, el tamaño de grano, las tensiones residuales, el historial de tensiones del elemento, las dimensiones de la probeta y la excentricidad de la fuerza aplicada.
2. **Las condiciones del ensayo:** el alineamiento del espécimen, la velocidad de la prueba, la temperatura, la variación de la temperatura, las condiciones del equipo, el grado de error en la fuerza aplicada en relación al rango de valores de fuerza y el grado de error en la medición de la deformación en relación al rango de valores de deformación usados en su determinación.
3. **La interpretación de los resultados:** por ejemplo cuando la determinación del módulo de Young se realiza con deformaciones mayores al 25 %, se deben

hacer correcciones en cuanto a los cambios en el área de la sección transversal y en la longitud de la probeta. Esta corrección se lleva a cabo sustituyendo los valores originales por los valores instantáneos respectivos.

2.5.1 Normativa para su determinación

Para la determinación del Módulo de Young de un material existen varias normativas que pueden ser aplicadas. En concreto se han analizado las recomendaciones de la normativa ASTM E111 – 04 relativa a la determinación del Módulo de Young de materiales estructurales. De acuerdo con esta normativa, para obtener el Módulo de Young se debe aplicar una fuerza uniaxial al espécimen de prueba mientras se mide la fuerza y la deformación de manera incremental o continua. La tensión axial se calcula dividiendo la fuerza medida por el área original de la sección transversal. Posteriormente se obtiene la pendiente de la curva de tensión-deformación [ASTM E111-04, 2008]. Asociado a esta metodología hay una serie de requisitos y recomendaciones importantes que son considerados por dicha normativa y que se comentan a continuación.

En cuanto al equipo utilizado para los ensayos, éste debe haber sido calibrado bajo condiciones aproximadamente iguales a las utilizadas para la determinación del Módulo de Young. Por otro lado, la máquina de ensayos debe estar provista de mordazas y cualquier otro dispositivo de sujeción que permitan obtener y mantener durante el ensayo el alineamiento axial de la probeta. La máxima flexión de la probeta durante el ensayo no debe exceder el 5 % [ASTM E111-04, 2008].

Los especímenes de prueba deben ser representativos del material que se quiere medir, deben ser rectos y de sección transversal uniforme. Se recomienda que la longitud de las probetas y los radios de acuerdo sean mayores a los requerimientos mínimos para probetas de propósito general de acuerdo con la norma sobre métodos de ensayo ASTM E8M [ASTM E8M-04, 2008]. Para tubos de gran diámetro (diámetro externo nominal mayor a 25 mm) que no pueden ser ensayados de manera completa, es posible mecanizar probetas de ensayo longitudinales, como se indica en la Figura 2-31.

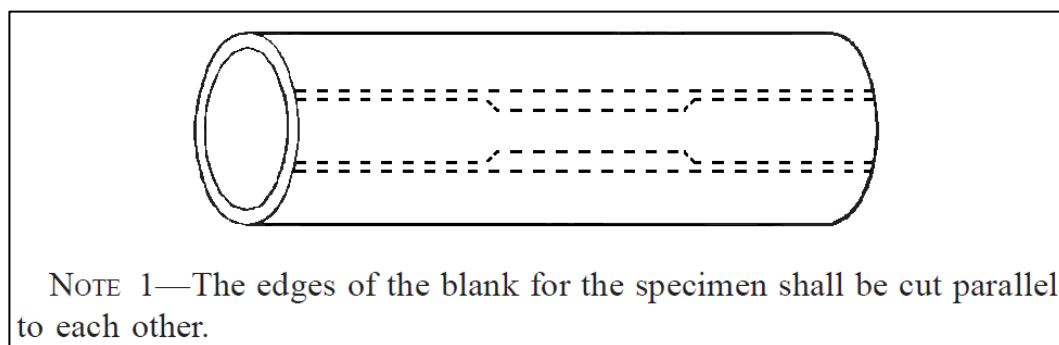


Figura 2-31. Extracción de probetas a partir de tubos [ASTM E8M-04, 2008]

En la Figura 2-32 se pueden observar las dimensiones recomendadas por la norma para especímenes obtenidos a partir de tubos de gran diámetro y con espesor de pared menor a 20 mm.

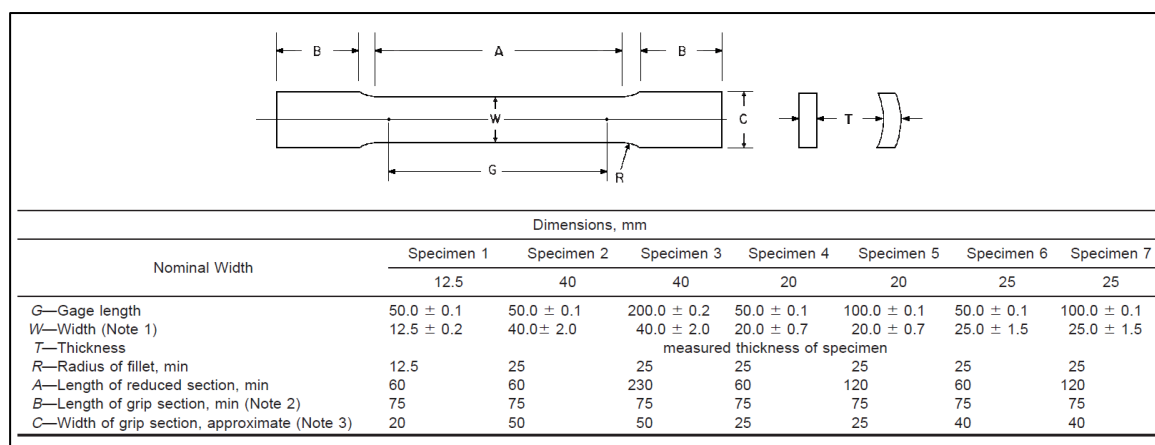


Figura 2-32. Dimensiones de las probetas obtenidas de tubos [ASTM E8M-04, 2008]

Por otro lado, en los casos en que se quiere determinar el módulo de Young como propiedad intrínseca de material, el espécimen debe estar libre de toda tensión residual y, por lo tanto, es posible que sea necesario efectuar un recocido sobre éste. Sin embargo, si la intención es verificar el desempeño de un elemento o producto, el tratamiento térmico puede ser omitido [ASTM E111-04, 2008].

Para la mayoría de los sistemas de carga de las máquinas de ensayo y de las probetas o especímenes de prueba, los efectos de la holgura, la curvatura de la probeta, el agarre inicial de la mordaza, el alineamiento, etc. introducen errores significativos en

la salida del sistema extensométrico utilizado cuando se aplica una pequeña fuerza al espécimen de prueba. Por lo tanto, las mediciones se deben realizar a partir de una precarga suficientemente grande como para minimizar estos efectos, pero siempre por debajo del límite de proporcionalidad del material. Por lo tanto, el módulo de Young estará definido por la pendiente de la porción de línea recta de la curva tensión-deformación que se encuentra entre la precarga y el límite de proporcionalidad del material [ASTM E111-04, 2008].

En cuanto a la medición de la sección transversal, es importante que el instrumento utilizado permita calcular el área con una exactitud del 1 %. Además, se debe tener especial cuidado en asegurar lo más posible que la carga sea aplicada axialmente y que la velocidad de aplicación de ésta sea lo suficientemente pequeña como para que la medición de la fuerza y la deformación tenga la exactitud adecuada y que, además, permita despreciar los efectos térmicos de expansión y contracción adiabática del elemento [ASTM E111-04, 2008].

Se recomienda repetir el ensayo un mínimo de 3 veces para cada espécimen y, en el caso del Módulo de Young, se debe tener cuidado de no exceder el límite de proporcionalidad del material [ASTM E111-04, 2008].

Durante el ensayo, la temperatura media sobre el espécimen de prueba en la zona donde se mide la deformación, no debe desviarse más de ± 2 °C con respecto de la temperatura nominal a la que se efectúa el ensayo. El método utilizado para medir la temperatura debe ser lo suficientemente sensible y confiable como para asegurar que la temperatura del espécimen de prueba se encuentra dentro estos límites especificados. Generalmente, se utilizan termopares en conjunto con potenciómetros o multímetros para la medición de la temperatura [ASTM E111-04, 2008].

Una vez efectuados los ensayos se debe interpretar los datos de tensión y deformación recopilados. El Módulo de Young se determina representando la dispersión de puntos y obteniendo la recta de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados. El Módulo de Young es, por lo tanto, la pendiente de la recta regresión. Este

método también permite analizar estadísticamente los datos y, por lo tanto, permite evaluar la variabilidad del Módulo entre el rango de tensiones utilizado durante la prueba [ASTM E111-04, 2008].

2.6 La resistencia de materiales aplicada a elementos curvos

La resistencia de materiales clásica es una disciplina de la ingeniería mecánica y la ingeniería estructural que estudia los sólidos deformables mediante modelos simplificados. La resistencia de un elemento se define como su capacidad para resistir tensiones y fuerzas aplicadas sin romperse, adquirir deformaciones permanentes o deteriorarse de algún modo. Un modelo de resistencia de materiales establece una relación entre las fuerzas aplicadas (solicitaciones) y las tensiones y desplazamientos (deformaciones) inducidos por ellas [TIMOSHENKO, 1976]. La presente sección tiene como objetivo deducir teóricamente la expresión de la deformación en la superficie de un elemento curvo con el fin de comparar con los resultados experimentales.

La fórmula de la flexión utilizada más comúnmente en la resistencia de materiales es aplicable únicamente a miembros prismáticos rectos, ya que, para miembros rectos la deformación unitaria normal varía linealmente desde el eje neutro (ver Figura 2-33). Si el elemento es curvo, esta hipótesis no es correcta [HIBBELER, 1997].

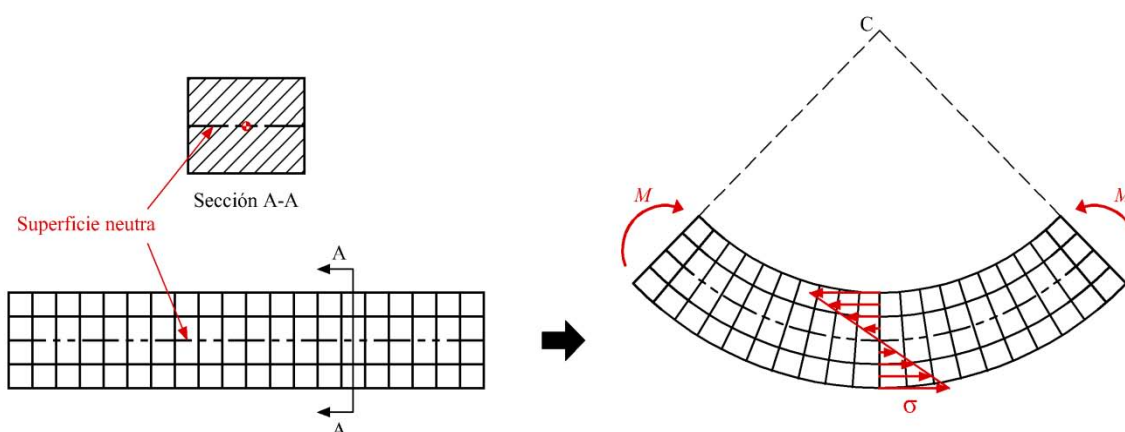


Figura 2-33. Elemento recto sometido a flexión pura

Cuando la curvatura inicial de un elemento es pequeña, es decir, su radio de curvatura es grande comparado con la altura de la sección, puede obtenerse una buena aproximación si se supone que el elemento es recto y se utilizan las ecuaciones típicas que se emplean en los casos de elementos sometidos a flexión. No obstante, cuando el radio de curvatura y las dimensiones de la sección transversal son del mismo orden de magnitud, se debe utilizar un enfoque distinto de análisis [BEER y JOHNSTON, 1998]. Más específicamente para secciones transversales rectangulares, si el cociente entre el radio de curvatura y la altura de la sección es 5, la tensión normal máxima determinada con la fórmula de flexión de elementos rectos es aproximadamente un 7 % menor que su valor determinado con la fórmula de flexión para elementos curvos [HIBBELER, 1997].

El trabajo que aquí se muestra se limita a elementos curvos de sección uniforme con un plano de simetría, en el cual actúan las solicitaciones, y todas las tensiones permanecen por debajo del límite de proporcionalidad, es decir, el valor máximo para el cual es válida la ley de Hook [BEER y JOHNSTON, 1998]. Se supone además que el material es homogéneo e isótropo y que se comporta de manera elastoplástica cuando se aplica la carga. En un primer lugar se analiza el caso de un elemento curvo sometido a flexión pura. A continuación se estudia el caso de un elemento curvo sometido a compresión. Por último, se aplica el principio de superposición para determinar la deformación y la tensión resultante.

2.6.1 Flexión pura de elementos curvos

Supóngase que se tiene un elemento curvo con centro de curvatura en C , de radio interno r_i y radio externo r_e , tal y como se puede apreciar en la Figura 2-34 (a). Seguidamente se aplican dos momentos M iguales y opuestos en el plano de simetría del elemento para obtener (b). Cualquier sección plana que contenga a C permanecerá plana de acuerdo con la hipótesis de Bernoulli y los diversos arcos de círculo indicados en (a) se transformarán en arcos circulares y concéntricos con un centro C' diferente de C [BEER y JOHNSTON, 1998].

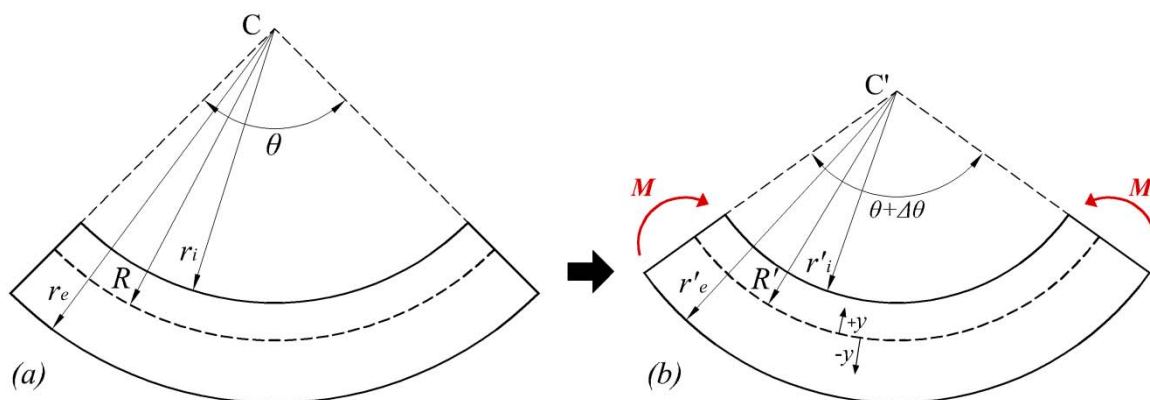


Figura 2-34. Elemento curvo sometido a flexión pura

Al aplicar un momento sobre el caso específico que se muestra, la curvatura de los diferentes arcos de círculo aumentará, es decir, el radio de curvatura será menor. Por otro lado, los momentos aplicados harán disminuir la longitud del arco de círculo interno de radio r'_i , mientras que la longitud del arco de círculo externo de radio r'_e aumentará. Se concluye que debe existir una superficie neutra en el elemento cuya longitud permanece constante. Esta superficie neutra tiene un radio de curvatura R en (a) y R' una vez aplicados los momentos en (b). Se cumple, además, que la longitud del arco descrito por la superficie neutra permanece constante, es decir [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$R\theta = R'\theta' \quad \text{Ecuación 2-21}$$

Por otro lado, el radio de la superficie neutra siempre se encuentra dentro de la sección transversal, ya que el momento genera compresión en las fibras de radio r'_i y tensión en las fibras externas de radio r'_e y por definición la superficie neutra es una superficie de tensión y deformación unitaria nulas [HIBBELER, 1997].

Designando como y a la distancia entre la superficie neutra y una superficie de interés, se tiene la siguiente expresión para conocer la deformación en la dirección circunferencial en esa superficie [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$\varepsilon_c = -\frac{\Delta\theta}{\theta} \frac{y}{R - y} \quad \text{Ecuación 2-22}$$

donde y es positiva si se mide desde la superficie neutra hacia el centro de curvatura C . Esta relación muestra que, mientras cada sección transversal permanece plana, la deformación normal ε_c no varía linealmente con la distancia y desde la superficie neutra [BEER y JOHNSTON, 1998]. A diferencia del caso de elementos rectos, la deformación varía en forma hiperbólica. Esto ocurre aun cuando la sección transversal permanece plana después de la deformación [HIBBELER, 1997]. La tensión circunferencial σ_c puede obtenerse por medio de la ley de Hook, sustituyendo $\varepsilon_c = \sigma_c/E$ en la Ecuación 2-22, para obtener:

$$\sigma_c = -E \frac{\Delta\theta}{\theta} \frac{y}{R - y} \quad \text{Ecuación 2-23}$$

donde E es el modulo de elasticidad del material. Esta ecuación muestra que al igual que ε_c , la tensión tampoco varía linealmente con la distancia y desde la superficie neutra. Es importante notar, además, que las tensiones máximas a tracción y a compresión se presentan en las fibras internas y externas de la sección [ORTIZ, 2007].

Para obtener el radio R de la superficie neutra, simplemente hay que notar que la fuerza interna resultante causada por la distribución de las tensiones que actúa sobre la sección transversal de área A debe ser igual a cero, es decir [HIBBELER, 1997]:

$$\int \sigma_c dA = 0 \quad \text{Ecuación 2-24}$$

Sustituyendo la Ecuación 2-23 en la Ecuación 2-24 y sacando las constantes E y $\Delta\theta/\theta$ fuera de la integral, se obtiene:

$$\int \frac{y}{R - y} dA = 0$$

Para determinar el radio R de la superficie neutra, primero es necesario hacer un cambio de variable. Para esto, se define el radio r_s como la distancia del centro de curvatura C hasta la superficie de interés que se está analizando. De esta manera,

$r_s = R - y$, según la geometría definida en la Figura 2-34 y la Figura 2-35. Efectuando el cambio de variable y resolviendo la integral, se obtiene [ORTIZ, 2007]:

$$R = \frac{A}{\int \frac{dA}{r_s}} \quad \text{Ecuación 2-25}$$

La Ecuación 2-25 únicamente depende de la geometría de la sección y por lo tanto es una característica geométrica del elemento curvo, independiente del valor del momento flector [ORTIZ, 2007].

La integral de la Ecuación 2-25 se puede evaluar para diferentes tipos de secciones transversales. En este caso en concreto se tiene una sección rectangular como la que se muestra en la Figura 2-35.

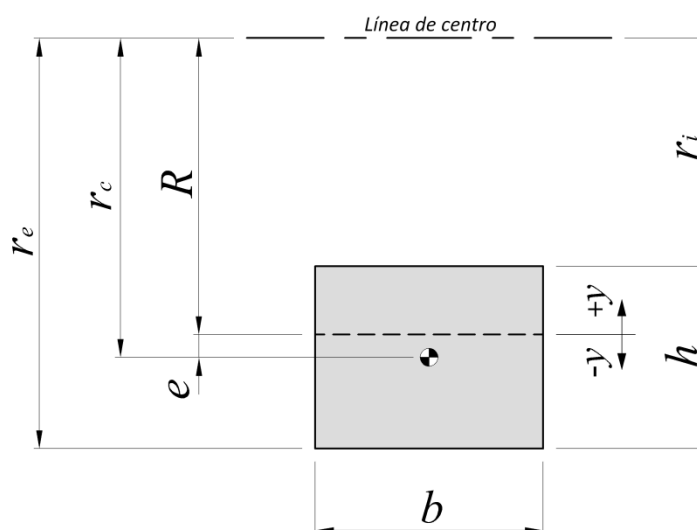


Figura 2-35. Sección transversal rectangular del elemento curvo

Resolviendo la Ecuación 2-25 se obtiene [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_e}{r_i}} \quad \text{Ecuación 2-26}$$

Es importante notar que el eje neutro de una sección transversal no pasa por el centroide de la sección. Es más, el eje neutro de una sección transversal está siempre

localizado entre el centroide de la sección y el centro de curvatura del elemento [BEER y JOHNSTON, 1998].

Para encontrar la tensión σ_c en función del momento aplicado M , simplemente hay que notar que la suma de momentos debida a la fuerza interna resultante y con respecto al eje transversal z debe ser igual al momento flector M , es decir [ORTIZ, 2007]:

$$\int -y\sigma_c dA = M \quad \text{Ecuación 2-27}$$

donde el momento M se toma positivo cuando tiende a aumentar la curvatura inicial del elemento, es decir, cuando tiende a disminuir los radios de curvatura. Sustituyendo la Ecuación 2-23 en la Ecuación 2-27, efectuando el cambio de variable $y = R - r_s$ y resolviendo, se obtiene la siguiente expresión para la tensión circunferencial σ_c [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$\sigma_c = -\frac{My}{Ae(R - y)} \quad \text{Ecuación 2-28}$$

La deformación en la dirección circunferencial, se puede obtener aplicando de nuevo la ley de Hook:

$$\varepsilon_c = -\frac{My}{EAe(R - y)} \quad \text{Ecuación 2-29}$$

El parámetro e es una cantidad muy pequeña pues se obtiene de la resta de dos longitudes de tamaños comparables, el radio de la superficie neutra R y el radio del centroide de la sección r_c . Para calcular σ_c y ε_c con un grado razonable de exactitud, es necesario calcular R y r_c con mucha exactitud, de tal forma que al hacer la resta se obtenga un valor de e con, por lo menos, tres cifras significativas [HIBBELER, 1997].

Por último, el cambio en la curvatura para la superficie neutra se puede desarrollar a partir de la Ecuación 2-21, para obtener [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} = \frac{M}{EAeR} \quad \text{Ecuación 2-30}$$

2.6.2 Tensión normal y cortante en elementos curvos

En el caso general de que el elemento curvo esté sometido a solicitaciones en el plano de simetría de la pieza, las fuerzas que actúan a un lado de una sección transversal cualquiera se reducen a un momento M y a una fuerza resultante N aplicada en el centro de gravedad de la sección, como se puede apreciar en la Figura 2-36 (b). La tensión y deformación provocadas por el momento M , han sido abordadas en la sección anterior. Para el caso de la fuerza resultante, ésta se descompone en dos componentes, una fuerza normal N_n que actúa en el centroide de la sección y un esfuerzo cortante S que actúa en el plano de la sección transversal considerada [RODRIGUEZ-AVIAL, 1999].

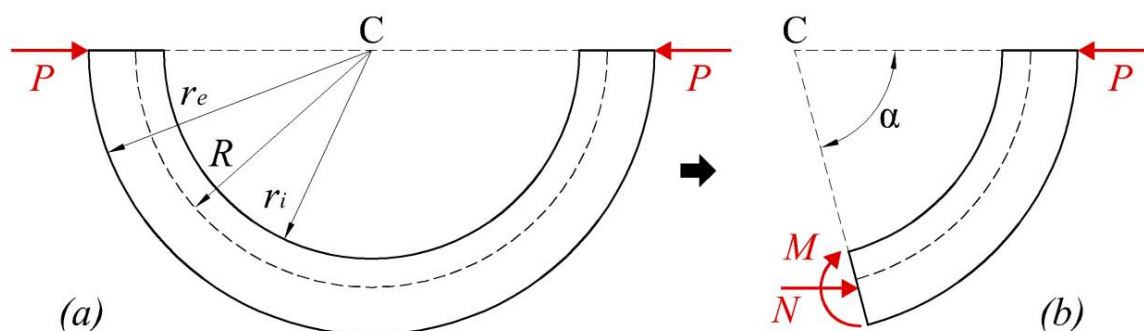


Figura 2-36. Elemento curvo sometido a dos fuerzas iguales, colineales y opuestas

La fuerza normal a la sección transversal N_n produce un reparto uniforme de tensiones, es decir:

$$\sigma_n = \frac{N_n}{A} = \frac{N \sin \alpha}{A} \quad \text{Ecuación 2-31}$$

donde, al igual que para el caso de flexión, A es el área de la sección transversal del elemento. Las tensiones σ_n serán negativas en la medida que la fuerza P tiende a incrementar la curvatura inicial del elemento, es decir, cuando tiende a disminuir los radios de curvatura, tal y como se observa en la Figura 2-36. Para obtener la deformación normal, simplemente es necesario aplicar la ley de Hook, para obtener:

$$\varepsilon_n = \frac{N \sin \alpha}{EA} \quad \text{Ecuación 2-32}$$

Por otro lado, el esfuerzo cortante S origina tensiones que pueden ser calculadas por medio de la misma fórmula que se utiliza en el cálculo de elementos prismáticos rectos [RODRIGUEZ-AVIAL, 1999]. Sin embargo, para efectos de este trabajo las tensiones cortantes no serán calculadas pues no generan deformación en la superficie del material y, por lo tanto, su efecto sobre el elemento no será registrado por las galgas extensométricas adheridas a la superficie. Además, cuando $\alpha = 90^\circ$, el esfuerzo cortante $S = N \cdot \cos 90 = 0$ (N) y por lo tanto la fuerza N es normal a la sección transversal y las tensiones y deformaciones generadas son normales.

2.6.3 Deformación y tensión resultantes

Al aplicar el principio de superposición a la Ecuación 2-28 y la Ecuación 2-31 es posible encontrar la tensión producida por la combinación del momento M y la fuerza normal N_n , es decir:

$$\sigma = \frac{N \sen \alpha}{A} - \frac{My}{Ae(R - y)} \quad \text{Ecuación 2-33}$$

De igual manera, se aplica el principio de superposición a la Ecuación 2-29 y la Ecuación 2-32 para hallar la deformación resultante en cualquier punto del elemento:

$$\varepsilon = \frac{N \sen \alpha}{EA} - \frac{My}{EAe(R - y)} \quad \text{Ecuación 2-34}$$

2.6.4 Esfuerzo normal y momento flector para el caso de un anillo circular

Se considera ahora el problema hiperestático de un anillo circular de radio medio r_c sometido a compresión, como se puede apreciar en la Figura 2-37 (a). En cada sección del anillo, actuará un esfuerzo normal N_n , un momento flector M' y un esfuerzo cortante S , del cual se prescindirá como se ha comentado anteriormente.

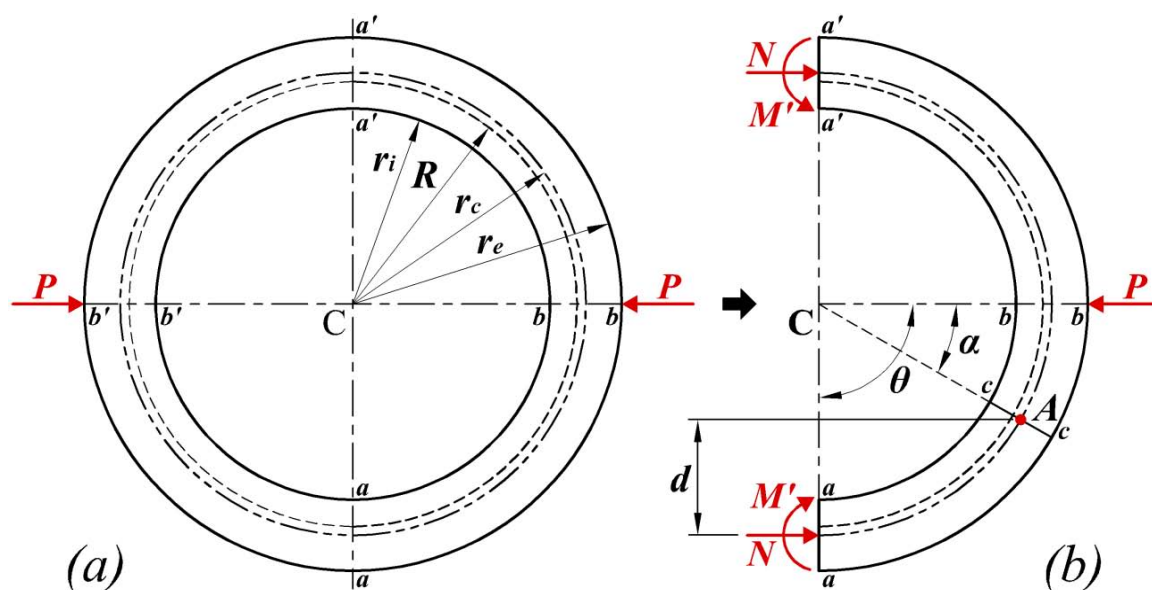


Figura 2-37. Anillo circular sometido a dos fuerzas iguales, colineales y opuestas

Para poder analizar las tensiones internas, se realiza un corte $a-a'$ suprimiendo el semianillo izquierdo, como se muestra en la Figura 2-37 (b). Las tensiones equilibrantes dan como resultado los esfuerzos N y los momentos M' . Para el caso de los esfuerzos N , basta con realizar una $\sum F = 0$ para determinar la siguiente ecuación:

$$N = \frac{P}{2} \quad \text{Ecuación 2-35}$$

Por otro lado, el valor de los momentos M' , no se determina tan fácilmente. Para calcularlo, considérese el punto A que se encuentra en el centroide de la sección arbitraria $c-c$ a un ángulo α con respecto a la vertical, tal y como se puede ver en la Figura 2-37 (b). Para determinar el valor de los momentos M' se toma momentos, con respecto al punto A , de todas las fuerzas situadas hacia abajo de éste [RODRIGUEZ-AVIAL, 1999], entonces:

$$M = -M' + N \cdot d = M + \frac{P \cdot d}{2}$$

$$M = -M' + \frac{P}{2} (r_c - r_c \sin \alpha) \quad \text{Ecuación 2-36}$$

Por razones de simetría, el ángulo que forman las secciones $a-a'$ y $b-b'$ seguirá siendo recto después de la deformación y, por lo tanto, la variación angular $d\theta$ definida entre las secciones a y b es nula [RODRIGUEZ-AVIAL, 1999]. Se tiene entonces:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = 0 \quad \text{Ecuación 2-37}$$

A pesar de que en este caso se trata de un elemento curvo, es posible simplificar el cálculo de los momentos M' utilizando la fórmula que da la variación angular $d\theta$ en la teoría de la flexión de piezas rectas, [RODRIGUEZ-AVIAL, 1999]. En la Figura 2-38 se puede observar un elemento recto que ha sido sometido a flexión pura.

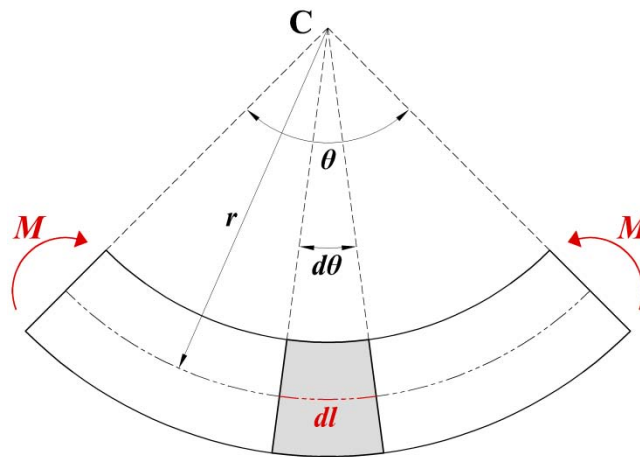


Figura 2-38. Elemento recto sometido a un momento flector.

Como es sabido, para el caso de elementos rectos, la superficie neutra coincide con el centroide de la sección transversal, que para el caso de la figura tiene radio r . La curvatura del elemento recto una vez aplicado el momento M está determinada por la siguiente ecuación [BEER y JOHNSTON, 1998]:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad \text{Ecuación 2-38}$$

donde E es el módulo de Young del material e I es el momento de inercia de la sección transversal con respecto al eje centroidal perpendicular al plano del momento M . Al aislar un elemento diferencial comprendido entre dos secciones indefinidamente

próximas que forman un ángulo $d\theta$ (parte sombreada de la Figura 2-38) se obtiene la siguiente expresión para la curvatura de la superficie neutra del elemento:

$$dl = r d\theta$$

$$\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dl}$$

Sustituyendo el cociente $1/r$ en la Ecuación 2-38, se obtiene:

$$\frac{d\theta}{dl} = \frac{M}{EI}$$

$$d\theta = \frac{M}{EI} dl$$

Ecuación 2-39

Es importante notar, que el error cometido en la determinación de los valores de M , al aceptar dicha fórmula para elementos rectos, es despreciable [RODRIGUEZ-AVIAL, 1999]. Sustituyendo dentro de la integral de la Ecuación 2-37, se obtiene:

$$0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M}{EI} dl$$

Volviendo a la Figura 2-37, se aprecia que para este caso $dl = r_c d\alpha$, por lo que:

$$0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M}{EI} r_c d\alpha$$

Sustituyendo M de la Ecuación 2-36 se tiene:

$$0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-M' + \frac{P}{2}(r_c - r_c \sin \alpha)}{EI} r_c d\alpha$$

Por último, resolviendo la integral definida se llega a la expresión del momento M' en función de la fuerza aplicada P y el radio del centroide de la sección, como sigue:

$$M' = Pr_c \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right)$$

Ecuación 2-40

Sustituyendo en la Ecuación 2-36 y haciendo operaciones, se llega a una expresión para el momento M sobre una sección cualquiera, a un ángulo α con la vertical, es decir:

$$M = Pr_c \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin \alpha}{2} \right) \quad \text{Ecuación 2-41}$$

Finalmente, sustituyendo esta ecuación y la Ecuación 2-35 en la Ecuación 2-33 y la Ecuación 2-34 se obtienen las expresiones del modelo teórico que permiten calcular la tensión y la deformación, en cualquier punto de un anillo circular sometido a dos fuerzas P colineales, iguales y opuestas. De esta manera, para el caso de la tensión, se obtiene:

$$\sigma = P \left[\frac{\sin \alpha}{2A} - \frac{r_c y}{Ae(R - y)} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin \alpha}{2} \right) \right] \quad \text{Ecuación 2-42}$$

Finalmente, se llega a la ecuación final que permite calcular la deformación en cualquier punto de un elemento curvo:

$$\varepsilon = P \left[\frac{\sin \alpha}{2EA} - \frac{r_c y}{EAe(R - y)} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin \alpha}{2} \right) \right] \quad \text{Ecuación 2-43}$$

3 METODOLOGÍA

En este capítulo se detalla la metodología llevada a cabo para lograr los objetivos planteados. En la sección 3.1 se explica todo lo referente a los materiales y equipos utilizados en los ensayos realizados. Seguidamente, en la sección 3.2, se detalla la metodología experimental utilizada. Por último, en la sección 3.3 se expone cómo se ha llevado a cabo el tratamiento de los datos medidos en los ensayo.

3.1 *Materiales y equipos*

Para llevar a cabo los ensayos, ha sido necesaria la utilización de una serie de materiales, equipos y herramientas de acuerdo con la metodología. En esta sección se explica todo lo referente a los componentes requeridos para cumplir con los objetivos de este trabajo.

3.1.1 Materiales utilizados en los ensayos

Los ensayos realizados con probetas curvas y planas, surgen de la necesidad de estudiar el comportamiento de las galgas extensométricas resistivas en elementos del mismo material, pero, con superficies de diferente curvatura. Como se verá en esta sección, han sido consideradas 5 probetas con curvaturas distintas y otras 5 probetas planas, es decir, cuya curvatura ($1/\text{radio}$) es cero. De esta manera se pretende hacer un análisis de los resultados para las diferentes curvaturas y determinar si la curvatura tiene influencia o no sobre la medición de la deformación.

3.1.1.1 Probetas con curvatura (tubos)

Con el fin de evaluar el comportamiento de las galgas en diferentes curvaturas se han realizado ensayos a compresión sobre probetas formadas por tubos de diámetro interior y exterior conocidos. De esta forma, ha sido posible determinar la deformación provocada en sus paredes por la fuerza de compresión, mediante galgas extensométricas resistivas. En la Tabla 3-1 se muestran las dimensiones nominales de los tubos utilizados.

Tabla 3-1. Dimensiones y propiedades mecánicas de los tubos utilizados

Material	Ø nominal externo (mm)	Ø nominal interno (mm)	Espesor (mm)	Longitud (mm)	R_e (MPa)
Tubo de acero al carbono, sin soldadura y laminado en caliente. Tipo de acero: ST-52.0 Norma: DIN-1629 $\nu = 0,3$	50	40	5,0	100	355
	75	60	7,5	100	355
	100	85	7,5	100	355
	125	107	9,0	100	355
	150	130	10,0	100	355

Debido a que, por el propio proceso de fabricación de los tubos, estos no presentaban diámetros uniformes, ha sido necesario mecanizarlos de manera que, en toda su longitud, los diámetros interno y externo fueran uniformes y concéntricos. En la Figura 3-1 (izquierda) se puede apreciar uno de los tubos antes del mecanizado. A simple vista, el diámetro externo y el interno parecen ser concéntricos y perfectamente circulares, sin embargo, al medirlos se pudo comprobar lo contrario, pudiéndose encontrar diferencias de más de 3 mm entre el diámetro externo máximo y el mínimo.

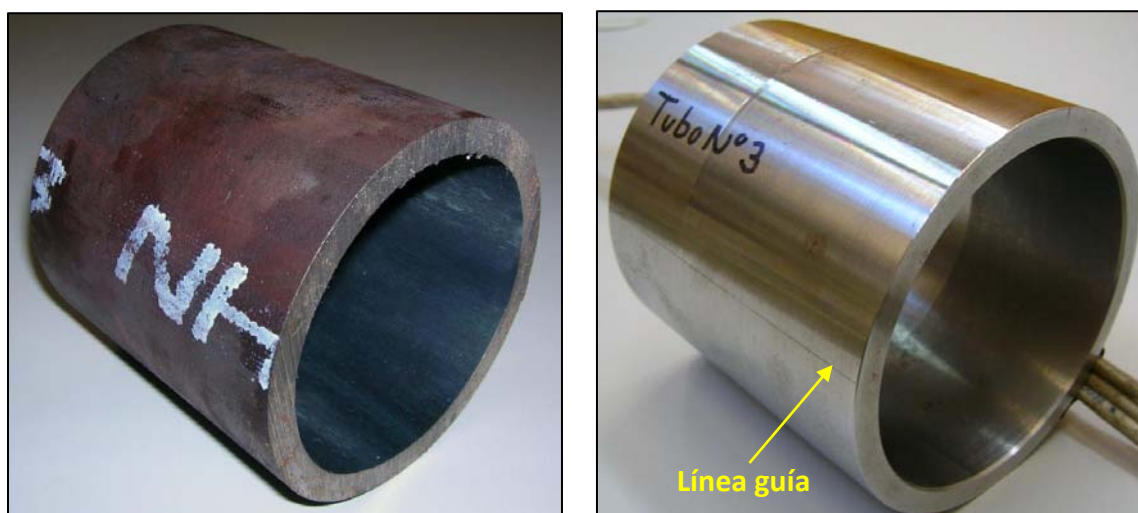


Figura 3-1. Tubo N° 3 antes y después del proceso de mecanizado

En la Figura 3-1 (derecha) se muestra también uno de los tubos después del mecanizado. Esto ha permitido corregir los problemas de uniformidad y concentricidad de las superficies externa e interna y, además, ha mejorado en gran medida el acabado superficial. Esto ha simplificado el proceso de lijado de la superficie durante la

preparación para el pegado de las galgas. Por otro lado, se ha aprovechado el proceso de mecanizado de los tubos para realizar cuatro pequeñas muescas o líneas guía a lo largo de los cuatro cuadrantes de cada tubo y que se han utilizado como guías para la correcta colocación de las galgas y la alineación del tubo en la máquina de ensayos, como se explicará más adelante.

En la Tabla 3-2 se indican las dimensiones finales de los tubos después del mecanizado. Las medidas se han obtenido utilizando un calibre con una resolución máxima de 0,05 mm y la curvatura se ha calculado como el inverso del radio externo.

Tabla 3-2. Dimensiones finales de los tubos después del mecanizado

Tubo Nº	Ø externo (mm)	Ø interno (mm)	Longitud (mm)	Curvatura externa (m^{-1})
1	50,875 ± 0,025	40,400 ± 0,025	100,200 ± 0,025	39,31 ± 0,02
2	75,725 ± 0,025	60,075 ± 0,025	99,250 ± 0,025	26,411 ± 0,009
3	99,925 ± 0,025	86,400 ± 0,025	100,550 ± 0,025	20,015 ± 0,005
4	125,675 ± 0,025	107,575 ± 0,025	100,475 ± 0,025	15,914 ± 0,003
5	149,600 ± 0,025	132,825 ± 0,025	97,150 ± 0,025	13,369 ± 0,002

Las distintas dimensiones de los tubos implican que la fuerza de compresión máxima que se puede aplicar es diferente para cada uno de ellos. Para determinar la fuerza máxima admisible que se ha de aplicar en los ensayos, se ha llevado a cabo un análisis teórico utilizando la Ecuación 2-42 para las secciones críticas donde las tensiones son máximas. En particular, las secciones críticas se encuentran en $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 90^\circ$ (ver Figura 2-37), siendo la primera de ellas donde se encuentran las mayores tensiones en todos los casos. Como se verá más adelante, estas secciones críticas coinciden con los puntos donde se aplica la carga y los puntos donde se han adherido las galgas, respectivamente.

Seguidamente se ha calculado la fuerza máxima que se puede aplicar a los tubos sin alcanzar la tensión máxima a fluencia R_e (ver Tabla 3-1) en los puntos de aplicación de la carga de compresión. Se ha asumido un factor de seguridad de $\eta = 1,5$. Es

importante que los tubos no sufran ninguna deformación permanente, con el fin de que las características geométricas y las propiedades del material de los tubos se mantengan constantes para todas las repeticiones realizadas. En la selección del factor de seguridad se ha tenido en cuenta que el rango de la carga aplicada debe ser lo más grande posible, mientras se mantienen las tensiones por debajo de la tensión máxima de fluencia. De esta manera, se obtiene la Tabla 3-3, donde se aprecian las fuerzas de compresión máximas que se han ejercido sobre cada uno de los tubos. Para simplificar, se ha efectuado un redondeo a los valores de la fuerza máxima a compresión de manera que se obtuviera la fuerza máxima aplicada (última columna).

Tabla 3-3. Fuerza de compresión máxima admisible en los ensayos

Tubo	Ø nominal externo (mm)	Ø nominal interno (mm)	Fuerza máxima de compresión (N)	Fuerza aplicada de compresión (kN)
1	50	40	13789,65	13,8
2	75	60	20485,15	20,5
3	100	85	11642,81	11,6
4	125	107	16586,24	16,6
5	150	130	11521,51	11,5

3.1.1.2 Probetas planas

Para poder evaluar si la curvatura de un elemento tiene influencia en la medida de la deformación, se han realizado ensayos en probetas con curvatura y sin curvatura (planas). Para poder asegurar que las propiedades del material son idénticas en ambos casos, se han mecanizado probetas planas a partir de los mismos tubos utilizados en los ensayos con curvatura. De esta manera se pretende que la geometría y en particular la curvatura, sea la única variable de influencia que cambia de un tipo de ensayos a otro.

Para la obtención de las probetas, se han seguido las recomendaciones de las normativas sobre ensayos a tracción ASTM, cuyas disposiciones más importantes se han comentado en la sección 2.5.1.

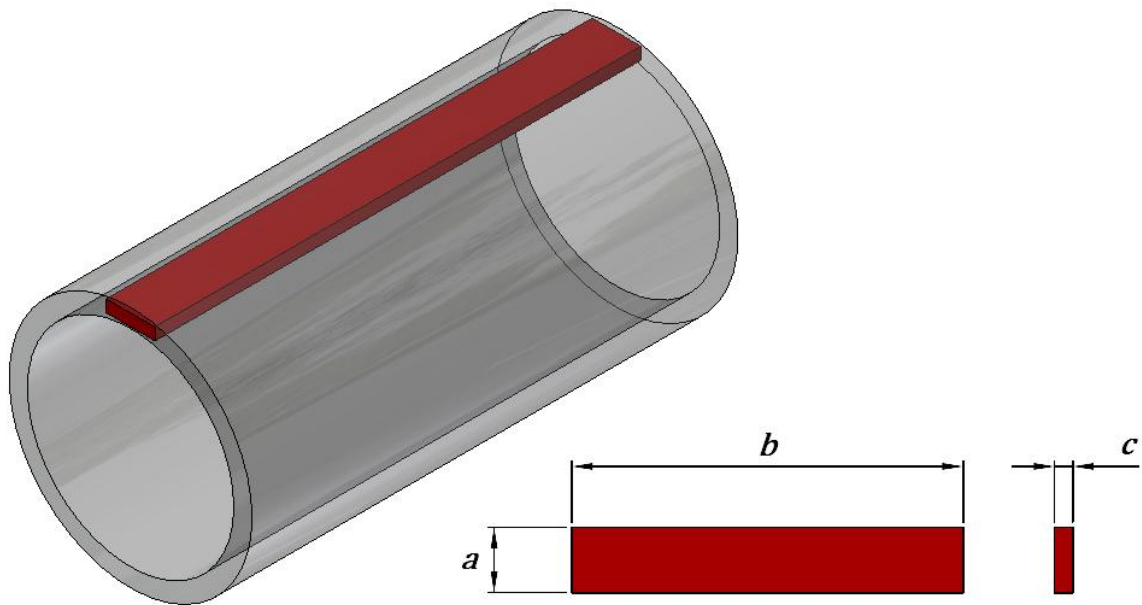


Figura 3-2. Obtención de una probeta a partir de uno de los tubos

Tal y como se puede observar en la Figura 3-2, a partir de los tubos utilizados para estudiar el comportamiento de las galgas en superficies curvas, se han mecanizando probetas planas de sección rectangular constante (en color rojo). Las dimensiones finales de estas probetas se pueden observar en la Tabla 3-4. Las dimensiones a y c se han obtenido mediante un calibre digital con una resolución máxima de 0,01 mm, mientras que la longitud b se ha medido con una cinta métrica analógica con una resolución máxima de 1 mm. Como se aprecia en la Figura 2-32, las dimensiones de las probetas utilizadas corresponden con las dimensiones de los especímenes Nº 4 y 6, según la norma ASTM E8M [ASTM E8M-04, 2008].

Tabla 3-4. Dimensiones de las probetas mecanizadas

Probeta Nº	Mecanizada a partir del tubo Nº	a (mm)	b (mm)	c (mm)
1	1	$19,96 \pm 0,01$	$204,0 \pm 0,5$	$3,37 \pm 0,01$
2	2	$24,95 \pm 0,01$	$204,0 \pm 0,5$	$6,15 \pm 0,01$
3	3	$25,01 \pm 0,01$	$204,0 \pm 0,5$	$5,93 \pm 0,01$
4	4	$24,99 \pm 0,01$	$205,0 \pm 0,5$	$9,02 \pm 0,01$
5	5	$24,98 \pm 0,01$	$205,0 \pm 0,5$	$9,44 \pm 0,01$

Las distintas dimensiones de las probetas implican que la fuerza de tracción máxima que se puede aplicar es diferente para cada una de ellas. Para determinar la fuerza máxima admisible que se ha aplicado en los ensayos, se ha utilizado la ecuación típica de resistencia de materiales para evaluar la tensión sobre un elemento a tracción:

$$F_{max} = \frac{R_e A}{\eta}$$

donde R_e es la tensión máxima a fluencia (ver Tabla 3-1). Se ha asumido un factor de seguridad de $\eta = 2$ y el área transversal A se ha obtenido multiplicando las dimensiones a y c de la sección transversal de cada probeta (ver Figura 3-2 y Tabla 3-4). Las áreas transversales calculadas tienen una incertidumbre máxima de 0,3 % (correspondiente a la probeta Nº 1), por lo que se cumple con lo expuesto en la sección 2.5.1. Por otro lado, en la selección del factor de seguridad se ha tenido en cuenta que el rango de la carga aplicada debe ser lo más grande posible, mientras se mantienen las tensiones por debajo de la tensión máxima de fluencia. Es importante que las probetas no sufran ninguna deformación permanente, con el fin de que las características geométricas y las propiedades del material se mantengan constantes para todas las repeticiones realizadas. De esta manera, se obtiene la Tabla 3-5, donde se aprecian las fuerzas a tracción máximas que se han ejercido sobre cada una de las probetas. Para simplificar, se ha efectuado un redondeo a los valores de la fuerza máxima a tracción de manera que se obtuviera la fuerza máxima aplicada (última columna).

Tabla 3-5. Fuerza de tracción máxima admisible para cada probeta

Probeta Nº	Área transversal (m ²)	Fuerza máxima a tracción (N)	Fuerza máxima aplicada (kN)
1	$6,73 \times 10^{-5} \pm 2,0 \times 10^{-7}$	11940	11,9
2	$1,53 \times 10^{-4} \pm 2,6 \times 10^{-7}$	27236	27,2
3	$1,48 \times 10^{-4} \pm 2,6 \times 10^{-7}$	26325	26,3
4	$2,25 \times 10^{-4} \pm 2,7 \times 10^{-7}$	40010	40,0
5	$2,36 \times 10^{-4} \pm 2,7 \times 10^{-7}$	41856	41,8

3.1.2 Galgas extensométricas

La deformación en las probetas, se ha medido por medio de rosetas de dos galgas superpuestas a 90°, representadas esquemáticamente en la Figura 3-3. Las especificaciones técnicas de las galgas utilizadas se muestran en la Tabla 3-6. A partir de este punto, el subíndice i en cualquiera de las variables consideradas toma los valores 1 ó 2 en relación con la numeración de las galgas.

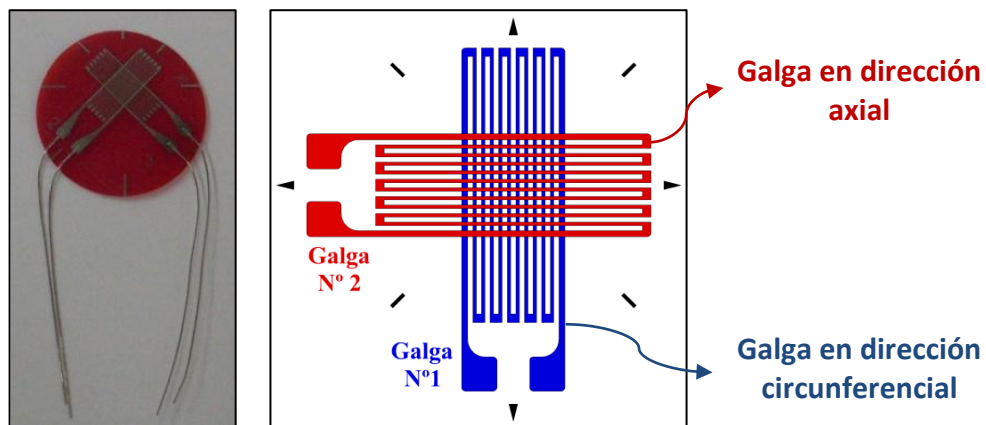


Figura 3-3. Imagen y dibujo esquemático de la roseta de dos galgas a 90°

Tabla 3-6. Tipo de galga utilizada en los ensayos y sus características

Modelo de roseta	TML FCA-6-11
Tipo de Roseta	Dos galgas a 90°
Principio de funcionamiento	Resistencia eléctrica
Longitud de las galgas	6 mm
Resistencia eléctrica	120 $\Omega \pm 0,5 \Omega$
Factor de galga	2,10 $\pm 1 \%$
Compensación por temperatura para	11x10 ⁻⁶ /°C
Sensibilidad transversal	0,0 $\pm 0,3 \%$
Coef. de temperatura del factor de galga	0,1 $\pm 0,05 \%$ / 10°C
Coef. de expansión térmica de la rejilla	15x10 ⁻⁶ /°C
Material utilizado por el fabricante	SS 400
Coeficiente de expansión térmica del material utilizado por el fabricante	11,8 x 10 ⁻⁶ /°C
Factor de galga utilizado por el fabricante	2,00
Deformación aparente por temperatura	$\varepsilon_{ap} = -2,97 + 2,73T - 7,23 \cdot 10^{-2}T^2 + 5,3 \cdot 10^{-4}T^3 - 1,4 \cdot 10^{-6}T^4$
Tolerancia de la deformación aparente	$\pm 0,85 (\mu\text{m}/\text{m})/\text{°C}$
Condiciones de prueba del fabricante	23°C, 50 % HR

3.1.2.1 Galgas sobre probetas curvas (tubos)

La compresión de los tubos se ha realizado diametralmente y las rosetas se han colocado sobre la superficie curva a 90° con respecto a la línea de acción de la carga. Para asegurar el posicionamiento de las galgas a un ángulo $\alpha = 90^\circ$ con respecto a la línea de carga, se han realizado marcas o líneas guía en los cuatro cuadrantes de la superficie exterior, todas paralelas al eje de cada tubo, como se ha comentado previamente. Las marcas se han realizado en la fase de mecanizado de los tubos, utilizando un cabezal divisor angular y un rayador (ver Figura 3-1). Estas marcas realizadas han sido utilizadas, además, como guías para el posicionamiento del tubo en la máquina de compresión.

En la Figura 3-4 se puede apreciar esquemáticamente la colocación de las galgas en uno de los tubos. Como se ve en la figura, cada roseta se ha colocado de tal manera que la dirección de máxima sensibilidad de la galga Nº 1 se encuentre en dirección circunferencial, mientras que la dirección de máxima sensibilidad de la galga Nº 2 sea paralela al eje del tubo. De esta manera, la galga en dirección axial es de gran utilidad para efectuar la compensación de los errores por sensibilidad transversal y mal alineamiento de la galga en dirección circunferencial, como se explicará más adelante.

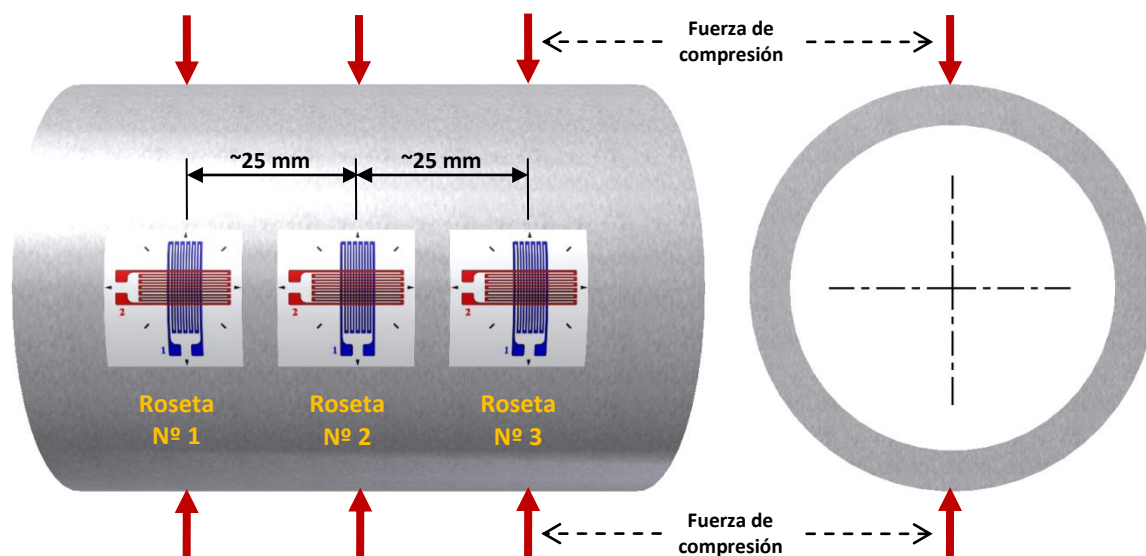


Figura 3-4. Galgas extensométricas adheridas en la superficie externa de un tubo

Para la correcta adhesión de las rosetas a la superficie se ha utilizado cianoacrilato como adhesivo y se han seguido las recomendaciones encontradas en la literatura [WINDOW y HOLISTER, 1982] [HOFFMANN, 1989] [VISHAY B-129-8, 2005]. Dado que la longitud de los tubos es aproximadamente 100 mm, se ha colocado una de las galgas en el centro del tubo y las otras dos a 25 mm de ésta. Esta disposición ha permitido abarcar gran parte de la longitud del tubo, así como dejar suficiente espacio entre las galgas para que el cableado posterior no fuera excesivamente complicado y, por último, alejar las galgas Nº 1 y Nº 3 de los bordes del tubo, pues la concentración de tensiones que se puede presentar cerca de ellos podría afectar la medición de la deformación. En la Figura 3-5 se puede ver la colocación de las rosetas en el tubo Nº 2. Si se observa detenidamente se puede distinguir la marca axial utilizada para alinear las rosetas así como un ligero desalineamiento en la roseta de la derecha, el cual se discute más adelante.

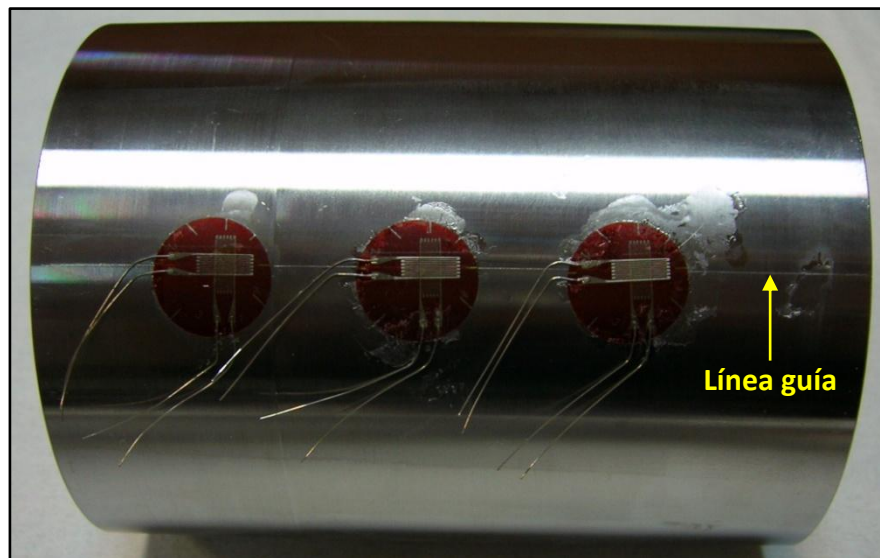


Figura 3-5. Tubo mecanizado con las tres rosetas adheridas a la superficie externa.

Dada la complejidad inherente al pegado de las galgas a la superficie, el posicionado a lo largo de la línea guía paralela al eje del tubo no es perfecto. Sin embargo, esto no debería traer consecuencias negativas en la medición de la deformación, pues como ya se ha comentado anteriormente, la fuerza de compresión está distribuida a lo largo del tubo, de manera que todas las galgas deberían estar

sometidas a la misma deformación (o muy similar) independientemente de su posición a lo largo del tubo. En la Tabla 3-7 se muestra la distancia de las galgas con respecto al borde izquierdo del tubo, tal y como se muestra en la Figura 3-4. Las medidas se han obtenido utilizando un calibre con una resolución máxima de 0,05 mm.

Tabla 3-7. Posicionamiento de las galgas a lo largo del tubo

Tubo Nº	Distancia medida de la roseta al borde izquierdo del tubo (mm)		
	Galga Nº 1	Galga Nº 2	Galga Nº 3
1	27,625 ± 0,025	50,200 ± 0,025	71,850 ± 0,025
2	23,650 ± 0,025	47,450 ± 0,025	71,550 ± 0,025
3	25,700 ± 0,025	49,650 ± 0,025	75,900 ± 0,025
4	24,975 ± 0,025	50,475 ± 0,025	75,725 ± 0,025
5	23,600 ± 0,025	48,900 ± 0,025	73,200 ± 0,025

Al igual que sucede con el posicionamiento longitudinal de las rosetas, el posicionamiento angular también es impreciso, pues el rápido endurecimiento del cianoacrilato deja poco margen para su corrección. A diferencia de la posición a lo largo del tubo, el ángulo de la roseta con respecto a la línea guía es un parámetro muy importante, pues el estado de deformación bajo las galgas varía desde su máximo principal, que se encuentra en la dirección circunferencial del tubo, hasta el mínimo principal, que es paralelo a la dirección axial de éste. Por esta razón, para poder efectuar la corrección a la medida de la deformación, este ángulo se ha medido y tomado en cuenta.

Para su medición se ha utilizado un goniómetro (ver Figura 3-6) y la superficie plana a la derecha del tubo y las marcas a 45º de las rosetas como referencias. El goniómetro digital utilizado tiene una resolución máxima de $\pm 2'$ según la información proporcionada por el fabricante en la hoja de especificaciones. De esta forma, el ángulo β entre los ejes de deformación que se quieren medir y los ejes de deformación en los que en realidad se ha medido (ver Figura 2-30), se obtiene restando 45º al valor del ángulo β_{gon} medido con el goniómetro.



Figura 3-6. Goniómetro digital

Los ejes de deformación en los que interesa medir con las galgas, están alineados con las direcciones circunferencial y axial de los tubos, que a su vez coinciden con los ejes principales máximo y mínimo de deformación, respectivamente. La Figura 3-7 muestra esquemáticamente una roseta de dos galgas mal alineada. En ésta, se puede observar el ángulo β_{gon} medido con el goniómetro y el error angular de instalación β entre el eje de la galga y la línea guía a lo largo en el tubo.

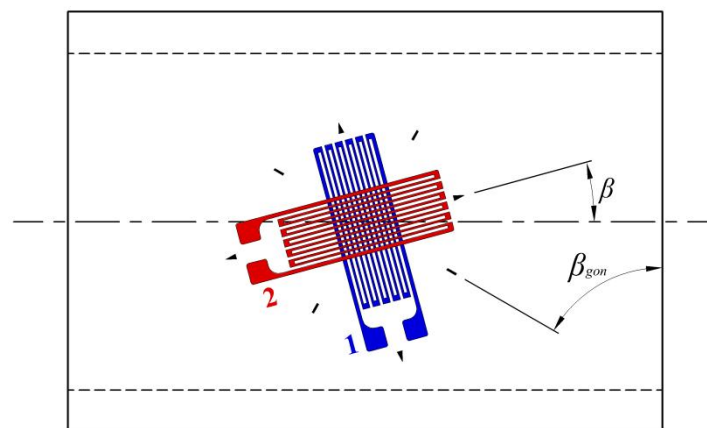


Figura 3-7. Roseta mal alineada con respecto a los ejes de deformación a medir

En la Tabla 3-8, se muestran los valores del ángulo β para cada una de las rosetas, así como la exactitud del instrumento utilizado para su medición.

Tabla 3-8. Angulo entre el eje de las rosetas y la marca longitudinal del tubo

Tubo Nº	Error angular de instalación β (grados)		
	Galga Nº 1	Galga Nº 2	Galga Nº 3
1	0,06 \pm 0,03	1,45 \pm 0,03	1,14 \pm 0,03
2	0,34 \pm 0,03	-0,87 \pm 0,03	-1,51 \pm 0,03
3	-0,33 \pm 0,03	-0,68 \pm 0,03	0,15 \pm 0,03
4	1,33 \pm 0,03	0,21 \pm 0,03	-0,21 \pm 0,03
5	-0,19 \pm 0,03	0,69 \pm 0,03	0,07 \pm 0,03

La longitud de las galgas también ha sido un factor importante a la hora de escogerlas. Como se ha comentado en la sección 2.2.7, las galgas no deben ser más pequeñas de lo necesario, pues esto acarrea problemas por presentar mayor dificultad de instalación y, además, con la disminución de la longitud también disminuye la capacidad de las galgas para disipar el calor generado por la corriente eléctrica [HOFFMANN, 1989].

Por otro lado, una longitud demasiado grande impediría la correcta determinación de las condiciones de deformación en una superficie donde la deformación no es uniforme (ver la sección 2.2.7). Por lo tanto, para facilitar su instalación se ha seleccionado un tamaño de galga que no sea demasiado pequeño, pero que tampoco sea demasiado grande, de manera que, el error de promediado sea pequeño. Como se verá en la sección 3.1.2.3, el error de promediado es de utilidad para determinar si el tamaño de la galga es aceptable. Este error se determina comparando la deformación promedio para cualquier intervalo del ángulo α con la deformación máxima que se mediría con una galga infinitamente pequeña, haciendo uso del modelo teórico desarrollado en la sección 2.6.

Por último, en la Figura 3-8 se pueden ver todos los tubos con las galgas y cables ya instalados.



Figura 3-8. Tubos N° 1 a N° 5 mecanizados y con las rosetas y los cables instalados

3.1.2.2 Galgas sobre probetas planas

La deformación en las probetas planas durante los ensayos a tracción se ha medido utilizando las mismas rosetas de dos galgas superpuestas a 90° que se han utilizado para los ensayos en los tubos. En la Figura 3-3 se encuentra representada esquemáticamente la roseta en cuestión, mientras que en la Tabla 3-6 se muestran sus especificaciones técnicas.

En cada probeta se ha colocado una roseta de dos galgas, de manera que la dirección de máxima sensibilidad de la galga Nº 1 sea igual a la dirección de la aplicación de la carga de tracción. Por lo tanto, la galga Nº 2 se ha colocado en dirección transversal y se ha utilizado para medir la deformación de Poisson. De esta manera, la galga en dirección transversal (Nº 2) también se puede utilizar para realizar la compensación de los errores por sensibilidad transversal y mal alineamiento de la galga colocada en dirección longitudinal (Nº 1), como se explica más adelante en la sección 3.3.2.

Es importante notar que la roseta se encuentra centrada longitudinalmente y transversalmente con respecto a la probeta, de manera que una vez colocada en la máquina de ensayos esté posicionada a la mitad de la distancia entre mordazas y alineada con respecto a la línea de acción de la fuerza. En la Figura 3-9 se puede apreciar la disposición de la roseta en una de las probetas.

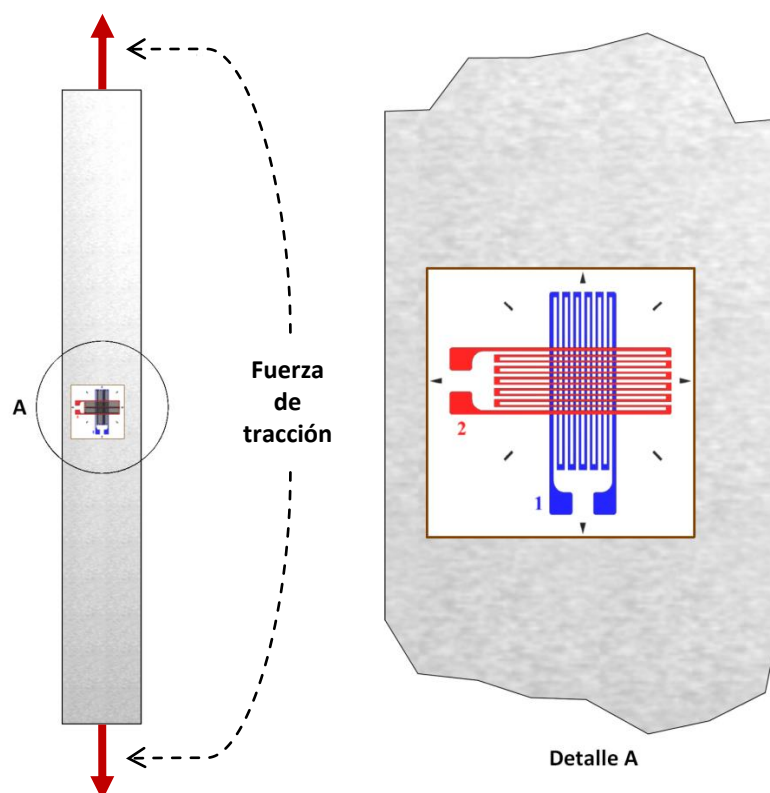


Figura 3-9. Representación de la galga adherida a la superficie de las probetas.

Al igual que en el caso de los ensayos con los tubos, se ha utilizado cianoacrilato como adhesivo para pegar las galgas a la superficie y se han seguido las

recomendaciones encontradas en la literatura [WINDOW y HOLISTER, 1982] [HOFFMANN, 1989] [VISHAY B-129-8, 2005]. En la Figura 3-10 se pueden observar las probetas con las rosetas adheridas a su superficie y los cables soldados a las terminales de las galgas.

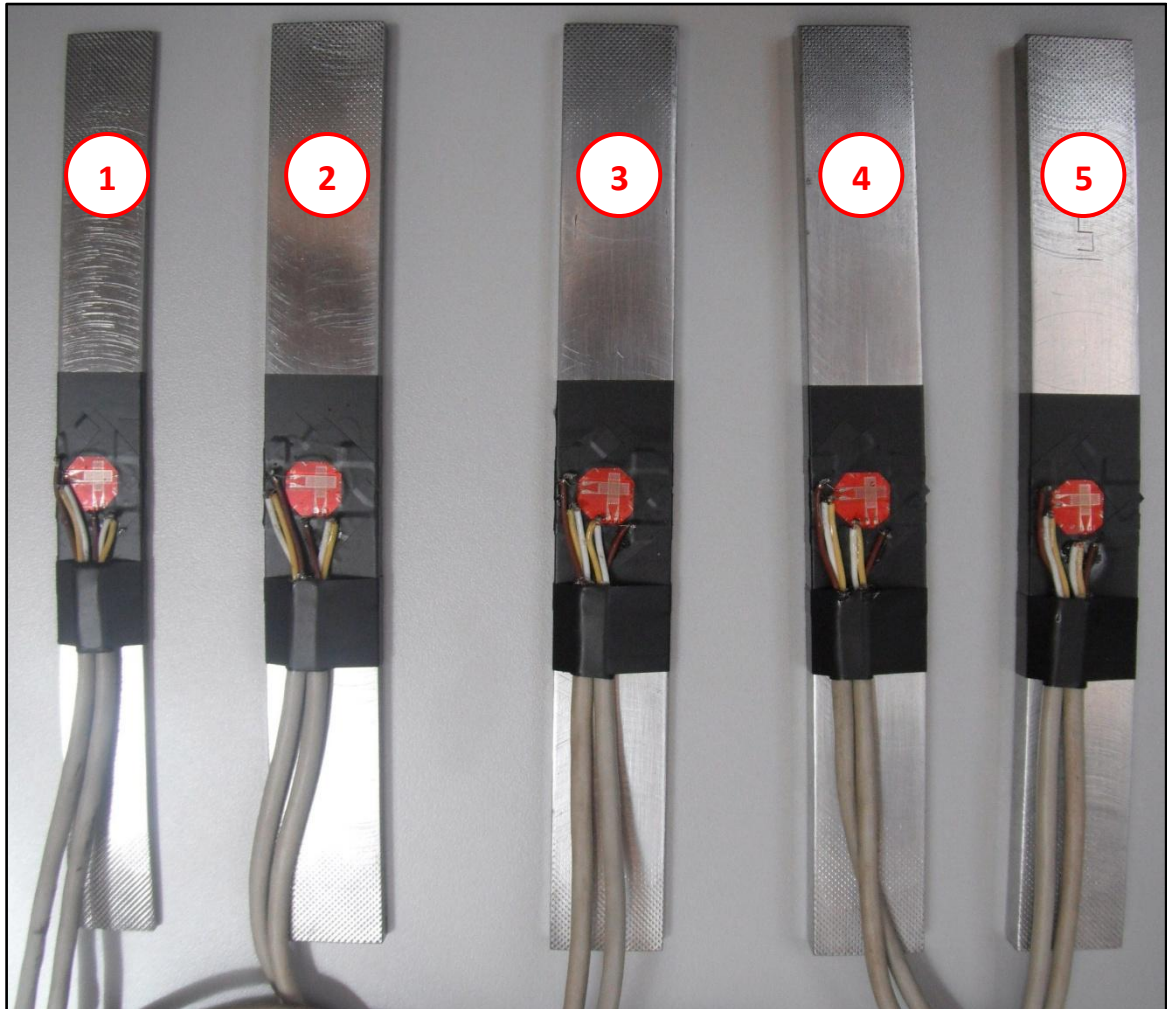


Figura 3-10. Probetas planas con las rosetas adheridas a su superficie

De la misma manera que para el caso de los tubos, el posicionamiento de las galgas en las probetas es, hasta cierto punto, impreciso. Por lo tanto, esta situación se ha tomado en cuenta en el cálculo y corrección de los errores de medición.

El ángulo que forma la roseta con respecto a la línea de dirección de la fuerza aplicada es un parámetro muy importante. Esto se debe a que el estado de deformación

bajo las galgas varía desde su máximo principal, que se encuentra en la dirección longitudinal de la probeta, hasta el mínimo principal, que se encuentra en la dirección transversal y corresponde con la deformación de Poisson (por ser un estado de tensiones uniaxial). Los valores de deformación que son de interés corresponden a los ejes de deformación principales máximo y mínimo, es decir, a la deformación en las direcciones longitudinal y transversal de la probeta. Al igual que con los tubos, para poder corregir la medida de la deformación tomada por una galga que tiene un error de alineamiento, este ángulo debe ser medido y tomado en cuenta.

Su medición se ha realizado con el mismo goniómetro digital que ha sido utilizado para los ensayos con los tubos (resolución máxima de $\pm 2'$). El ángulo medido es el comprendido entre la superficie plana a la derecha de cada probeta y las marcas a 45° de las rosetas. La Figura 3-11 muestra esquemáticamente una roseta de dos galgas mal alineada. En ésta, se puede observar el ángulo β_{gon} medido con el goniómetro y el error angular de instalación β entre el eje de la galga y la dirección de la carga aplicada. De esta forma, el ángulo β entre los ejes de deformación que se quieren medir y los ejes de deformación en los que en realidad se ha medido es $\beta = 135 - \beta_{gon}$. En la Tabla 3-9 se muestran los ángulos β entre las rosetas y la dirección longitudinal de las probetas planas.

Tabla 3-9. Angulo entre el eje de las rosetas y la dirección longitudinal de la probeta

Probeta Nº	β_{gon} (grados)	B (grados)
1	$135,00 \pm 0,03$	$0,00 \pm 0,03$
2	$136,00 \pm 0,03$	$-1,00 \pm 0,03$
3	$136,50 \pm 0,03$	$-1,50 \pm 0,03$
4	$132,50 \pm 0,03$	$2,50 \pm 0,03$
5	$133,00 \pm 0,03$	$2,00 \pm 0,03$

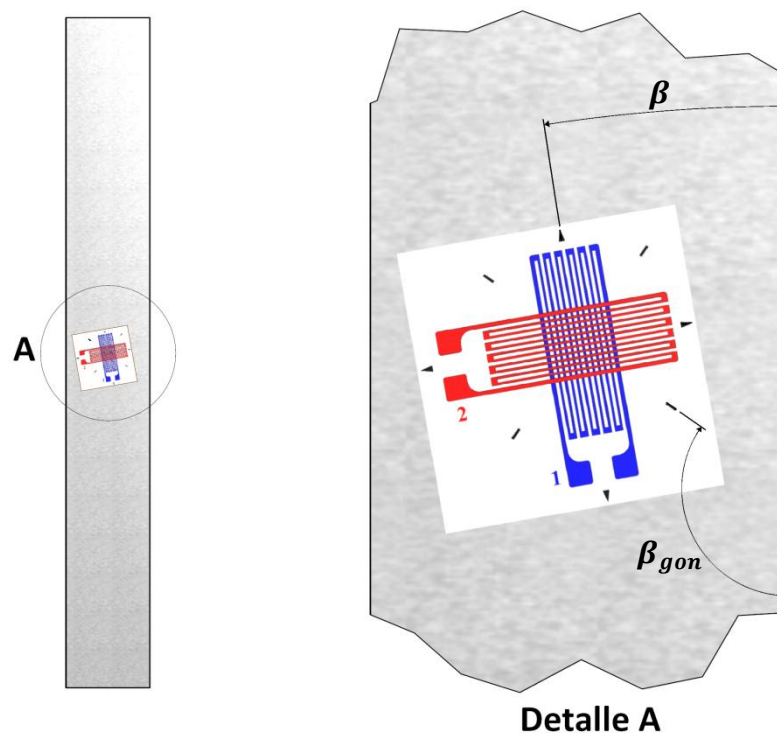


Figura 3-11. Representación esquemática de una roseta de dos galgas mal alineada

3.1.2.3 Deformación promedio en anillos circulares

La utilización de galgas extensométricas para la medición experimental de la deformación tiene la particularidad de dar, como resultado de la medida, un promedio de las deformaciones sufridas por el elemento en la superficie donde está adherida la galga (ver sección 2.2.7). Como es de esperar, si la deformación bajo la galga es homogénea, esta particularidad no representa ningún problema. Si por el contrario la deformación bajo la galga no se distribuye de manera uniforme, se debe tomar en cuenta esta situación y entender que el valor obtenido no corresponde a la deformación máxima sino a un promedio de las deformaciones en la superficie del elemento que se encuentra cubierta por la galga. Por esta razón es importante conocer cómo varía el estado tensional en la superficie donde se adhieren las galgas extensométricas.

Para el caso de un anillo circular sometido a cargas diametralmente opuestas como el de la Figura 2-37, la variación teórica de la deformación alrededor de su circunferencia interna y externa está determinada por la Ecuación 2-43. Al representar la

deformación en la superficie externa e interna según esta ecuación con respecto al ángulo α se obtienen curvas como las de la Figura 3-12. Como se puede ver, la deformación es máxima (a tracción o a compresión) cuando α toma valores de 0° , 90° y 180° . Es importante notar, además, que $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 180^\circ$ corresponden con los puntos de aplicación de la carga según la Figura 2-37.

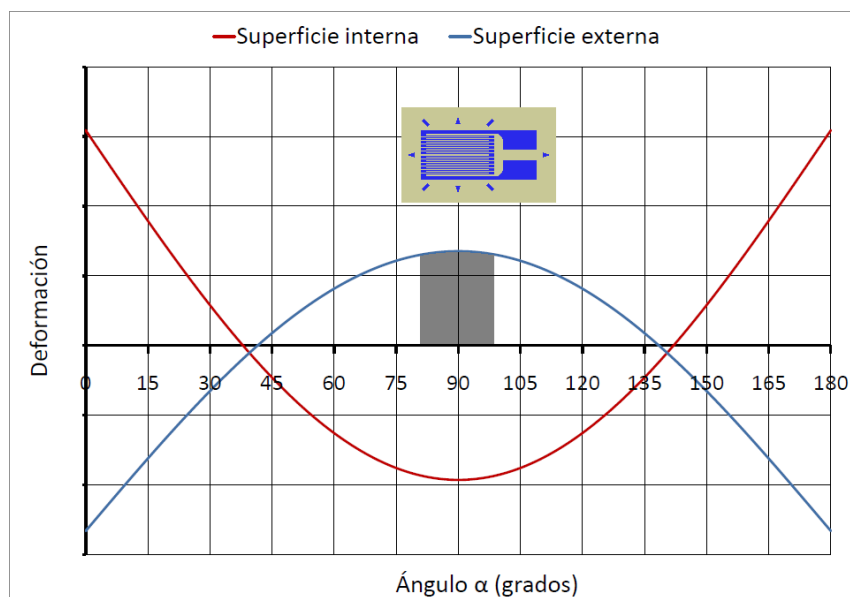


Figura 3-12. Variación de la deformación alrededor de la circunferencia de un anillo

A manera de ejemplo, en la Figura 3-12 se puede apreciar esquemáticamente una galga colocada sobre la superficie externa a un ángulo $\alpha = 90^\circ$, así como la deformación que se encuentra debajo de ésta (definida por el área sombreada). Por lo tanto, para encontrar la deformación promedio para cualquier intervalo de α , en cualquiera de las curvas de la Figura 3-12, simplemente es necesario calcular el área bajo la curva definida por la Ecuación 2-43 y dividirla por el ángulo comprendido entre el intervalo. Es decir (ver Figura 2-35 y Figura 2-37):

$$\varepsilon_{prom} = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{P}{EA} \left[\frac{\sin \alpha}{2} - \frac{r_c y}{e(R - y)} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin \alpha}{2} \right) \right] d\alpha$$

Resolviendo la integral definida, se obtiene una expresión para la deformación promedio, como:

$$\varepsilon_{prom} = \frac{P}{(\alpha_2 - \alpha_1)EA} \left[\frac{-\cos \alpha}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha}{\pi} + \frac{\cos \alpha}{2} \right) \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

La cual da como resultado la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{prom} = \frac{P}{(\alpha_2 - \alpha_1)EA} \left[\left(\frac{-\cos \alpha_2}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha_2}{\pi} + \frac{\cos \alpha_2}{2} \right) \right) - \left(\frac{-\cos \alpha_1}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha_1}{\pi} + \frac{\cos \alpha_1}{2} \right) \right) \right] \quad \text{Ecuación 3-1}$$

Para el caso en concreto en el que se tiene una galga que cubre un ángulo α_g de la circunferencia del tubo y que se encuentra posicionada a un ángulo α con respecto a la línea de aplicación de la carga, se tiene que $\alpha_1 = \alpha - \frac{\alpha_g}{2}$ y $\alpha_2 = \alpha + \frac{\alpha_g}{2}$. Por lo tanto, la Ecuación 3-1 se convierte en:

$$\varepsilon_{prom} = \frac{P}{\alpha_g EA} \left[\left(\frac{-\cos \left(\alpha + \frac{\alpha_g}{2} \right)}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha + \frac{\alpha_g}{2}}{\pi} + \frac{\cos \left(\alpha + \frac{\alpha_g}{2} \right)}{2} \right) \right) - \left(\frac{-\cos \left(\alpha - \frac{\alpha_g}{2} \right)}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha - \frac{\alpha_g}{2}}{\pi} + \frac{\cos \left(\alpha - \frac{\alpha_g}{2} \right)}{2} \right) \right) \right]$$

Simplificando términos se obtiene:

$$\varepsilon_{prom} = \frac{P}{\alpha_g EA} \left[\sin \alpha \sin \left(\frac{\alpha_g}{2} \right) \left(1 + \frac{r_c y}{e(R-y)} \right) - \frac{\alpha_g r_c y}{\pi e(R-y)} \right] \quad \text{Ecuación 3-2}$$

Para calcular el error debido al promediado, primero se calcula la deformación promedio en el intervalo definido por el ángulo cubierto por la galga α_g , para luego compararlo con el pico de deformación a un ángulo $\alpha = 90^\circ$. Al analizar la gráfica de la Figura 3-12 es fácil notar que, para una galga de longitud determinada, el error debido al promediado de las deformaciones bajo la galga varía con respecto a su posición angular α , siendo menor en torno a $\alpha = 90^\circ$ que corresponde con el punto donde estarían colocadas las galgas.

Es de interés determinar el error de promediado máximo, por lo que se analiza la superficie interna del tubo Nº 1, pues, presenta la situación más desfavorable en cuanto al error de promediado se refiere, debido a que tiene el radio más pequeño de todos los tubos y por lo tanto la galga cubre un mayor porcentaje de su circunferencia. A pesar de que en este trabajo en particular no se estudia la deformación en la superficie interna de los tubos, éste forma parte de una investigación más amplia, en la cual sí será abordada. Para efectos comparativos es importante la uniformidad de la metodología entre los estudios, de manera que se ha hecho el análisis utilizando la superficie interna para que la longitud del tipo de galga seleccionada sea el adecuado para ambos estudios. En la Figura 3-13 se puede apreciar la variación de la deformación en la superficie interna del tubo Nº 1 obtenida según la Ecuación 2-43 para diferentes fracciones de la fuerza máxima aplicable P (ver Tabla 3-3). Para la galga de longitud 6 mm y el tubo cuyo radio de la superficie interna es 20 mm, el ángulo cubierto por la galga α_g es:

$$\alpha_g = \frac{\text{longitud}}{\text{radio}} = \frac{6}{20} = 0,297 \text{ rad} \sim 17^\circ$$

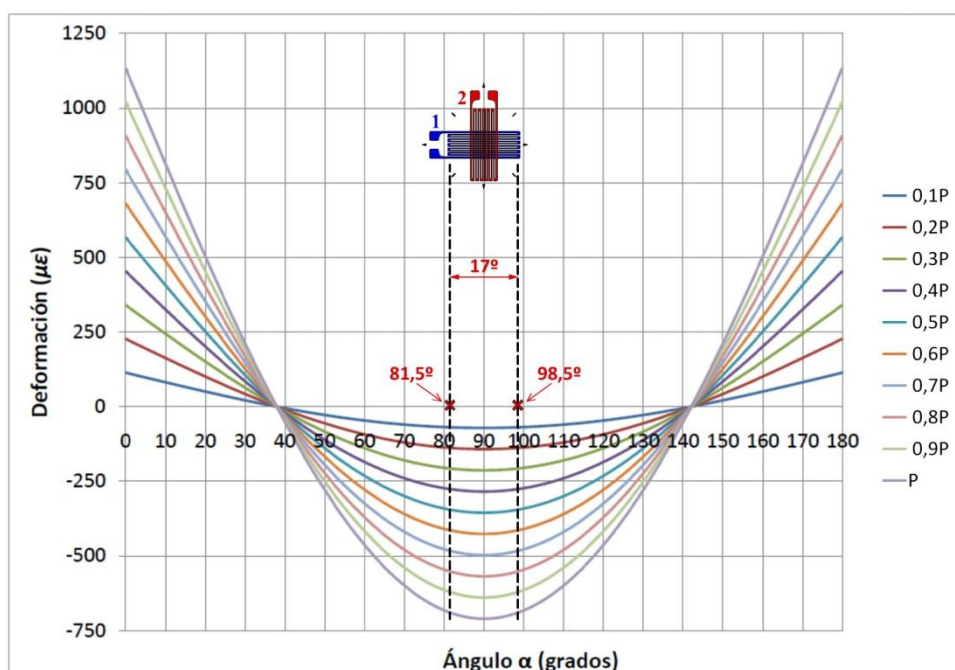


Figura 3-13. Variación de la deformación en la superficie interna (tubo Nº1)

La deformación promedio se obtiene sustituyendo en la Ecuación 3-2, las variables correspondientes a las propiedades del material, a la geometría el tubo N° 1, la carga máxima aplicable P para este caso, el ángulo de posicionamiento de la galga ($\alpha = \pi/2 \text{ rad}$) y el ángulo cubierto por la galga ($\alpha_g = 0,297 \text{ rad}$). En la Tabla 3-10 se muestra el ángulo que cubre la galga para cada uno de los tubos utilizados.

Tabla 3-10. Ángulo que cubre la galga sobre la superficie externa del tubo

	Tubo N° 1	Tubo N° 2	Tubo N° 3	Tubo N° 4	Tubo N° 5
Diámetro (mm)	50,875	75,725	99,925	125,675	149,600
Ángulo α_g (°)	13,514	9,080	6,881	5,471	4,596

Por lo tanto, después de sustituir los valores en la ecuación, se obtiene que la deformación promedio para el tubo N° 1 es:

$$\varepsilon_{prom} = 0,297 \frac{P}{EA} \left[\left(\frac{-\cos\left(\frac{\pi + 0,297}{2}\right)}{2} - \frac{r_c y_i}{e(R - y_i)} \left(\frac{\pi + 0,297}{\pi} + \frac{\cos\left(\frac{\pi + 0,297}{2}\right)}{2} \right) \right) - \left(\frac{-\cos\left(\frac{\pi - 0,297}{2}\right)}{2} - \frac{r_c y_i}{e(R - y_i)} \left(\frac{\pi - 0,297}{\pi} + \frac{\cos\left(\frac{\pi - 0,297}{2}\right)}{2} \right) \right) \right] = -702,98 \mu\varepsilon$$

Por otro lado, el valor de la deformación máxima en $\alpha = \pi/2 \text{ rad}$ se puede calcular directamente de la Ecuación 2-43, sustituyendo los valores de las variables correspondientes:

$$\varepsilon_{90^\circ} = \frac{P}{EA} \left[\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{2} - \frac{r_c y_i}{e(R - y_i)} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{2} \right) \right] = -710,50 \mu\varepsilon$$

Por último, es posible calcular el error relativo debido al promediado que realiza la galga de la siguiente manera:

$$\Delta \varepsilon_{prom} = \frac{\varepsilon_{90^\circ} - \varepsilon_{prom}}{\varepsilon_{90^\circ}} 100 = 0,95 \%$$

Este error es muy pequeño, por lo que se considera que la longitud de la galga seleccionada es la adecuada para esta aplicación. Disminuir aun más la longitud de la galga para minimizar aun más el error de promediado implicaría un aumento en la dificultad de su instalación. Esto podría tener como consecuencia errores de medida aún mayores que el de promediado, producto de una instalación inadecuada.

3.1.2.4 Comprobación de la correcta distribución de las galgas

En esta sección se detalla el modelo de elementos finitos elaborado con el fin de comprobar la correcta distribución de las galgas sobre los tubos. Las galgas estarán distribuidas correctamente a lo largo del tubo en la medida en que el efecto de los bordes tenga una influencia despreciable sobre la medida de la deformación. Para llevar a cabo el análisis por elementos finitos se ha utilizado el software comercial ABAQUS, en su versión 6.7.1. Se han realizado 5 modelos para cada uno de los 5 tamaños de tubos distintos. Los cinco modelos son idénticos en la mayoría de aspectos, con excepción de las dimensiones de tubo (ver Tabla 3-2) y la posición de los nodos donde se midió la deformación. Esto último se debe a que, para ajustar el modelo lo más posible a la realidad, la deformación se ha medido en los nodos donde la galga se encuentra colocada físicamente (ver la Tabla 3-7 y la Tabla 3-10).

3.1.2.4.1 Definición geométrica

La definición geométrica del modelo de elementos finitos es relativamente simple pues consta únicamente de un elemento cilíndrico hueco que representa el tubo y dos superficies que representan el útil superior e inferior que ejercen la carga sobre el tubo. A manera de ejemplo, en la Figura 3-14 se puede apreciar el modelo geométrico realizado para el tubo N° 3 con un diámetro nominal de 100 mm.

En el modelo desarrollado, el único elemento deformable es el tubo o cilindro hueco. El útil superior y el útil inferior han sido modelados como superficies analíticas rígidas. La principal ventaja de esto es que los elementos analíticos rígidos no requieren mallado, lo que conlleva un ahorro en el tiempo de simulación, en especial si las piezas son de gran tamaño. La principal desventaja es que se está considerando como rígido un

elemento que en la realidad es deformable. Para poder descartar que esta simplificación disminuyera la exactitud del modelo, en las primeras simulaciones de prueba se modeló el útil superior como un elemento deformable. Estas pruebas permitieron comprobar que la incidencia de la deformación sufrida por el útil superior es insignificante y puede ser despreciada.

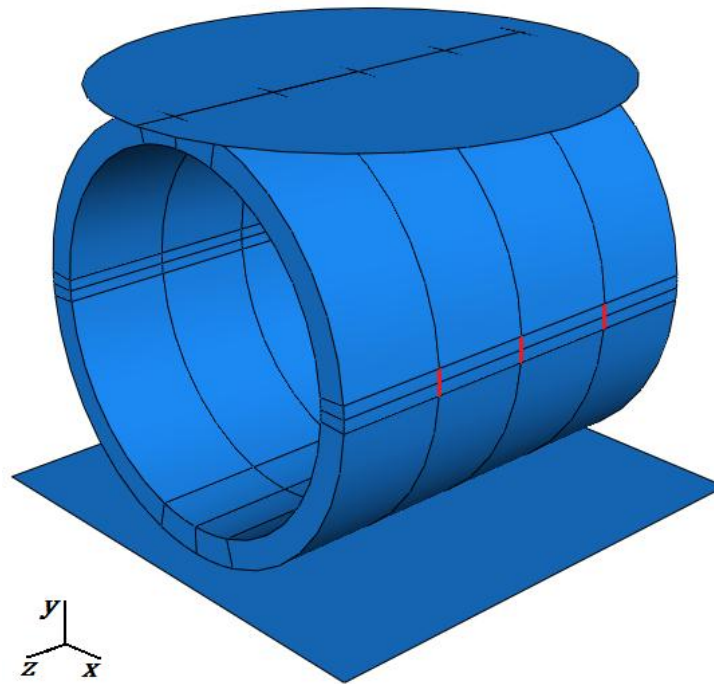


Figura 3-14. Modelo de elementos finitos para el tubo N° 3

Con el fin de ubicar correctamente los mismos puntos donde se encuentran las galgas extensométricas colocadas, se procedió a realizar particiones sobre el modelo del tubo (ver Figura 3-14). Las particiones se realizaron en consonancia con las distancias a las cuales se han colocado las galgas (ver Tabla 3-7) y a los ángulos abarcados por éstas según el diámetro del tubo (ver Tabla 3-10). Dichas particiones, además, permiten garantizar la presencia de nodos en la zona donde se encontrarían las galgas, independientemente del tamaño de la malla y el tipo de elemento que se utilice para el mallado. Los nodos de interés, es decir, los que están justo debajo de las tres galgas en dirección circunferencial (ver Figura 3-3), se encuentran a lo largo de las tres líneas de color rojo de la Figura 3-14.

3.1.2.4.2 Propiedades del material utilizado

El material del que están fabricados los tubos es acero al carbón ST-52.0, laminado en caliente según la norma DIN-1629. Por otro lado, las cargas de compresión aplicadas no son suficientemente grandes como para llevarlos hasta la deformación plástica (ver Tabla 3-3), pues se han calculado de manera que se tenga un factor de seguridad de 1,5 (ver sección 3.1.1). Por consiguiente, el material de los tubos se ha definido como isotrópico y con un coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ (ver Tabla 3-1). El Módulo de Young utilizado se ha calculado a partir de los ensayos realizados a las probetas planas (ver sección 4.2).

Para el caso de los útiles superior e inferior, no ha sido necesario especificar ninguna propiedad del material pues se han definido como superficies analíticas rígidas.

3.1.2.4.3 Interacciones, condiciones de contorno y cargas aplicadas

La simulación se realizó siguiendo 2 pasos, ambos de carácter estático, por lo que en todos ellos se utilizó el procedimiento “*static general*” de ABAQUS. En el primer paso se estableció el contacto entre las superficies de los diferentes componentes. Cabe destacar que en este primer paso, se han restringido todos los grados de libertad del tubo y de las superficies correspondientes a los útiles superior e inferior. La razón de este primer paso es permitir que las partes entren en contacto sin tener ninguna carga aplicada.

Para definir el contacto entre el tubo y los útiles, se utilizó la opción “*surface-to-surface*”. Esta opción, aunque más costosa en términos computacionales, proporciona una modelización más real del contacto entre superficies. Por otro lado, se utilizó la opción “*small sliding*” para definir el movimiento relativo de los nodos de una superficie con respecto a los de la otra. Esta opción asume que el movimiento de los nodos es pequeño y que por lo tanto solo van a interaccionar con los nodos de la otra superficie que estén en su cercanía. Este comportamiento es acorde con la realidad, pues no existe movimiento relativo entre el tubo y las otras dos superficies, con

excepción de los pequeños deslizamientos que ocurren en el contacto y que son producto de la deformación de la superficie.

Para definir las superficies de contacto, se hicieron varias particiones en los tubos, de manera que solo una pequeña zona de éste formara parte de la interacción. De esta manera se ahorran recursos, pues hay una menor cantidad de nodos involucrados. Las superficies definidas para el contacto con la parte superior e inferior del tubo se puede ver en rojo en la Figura 3-15. El coeficiente de rozamiento se definió como $\mu = 0,2$ para el contacto entre acero y acero [FISCHER, 1999].

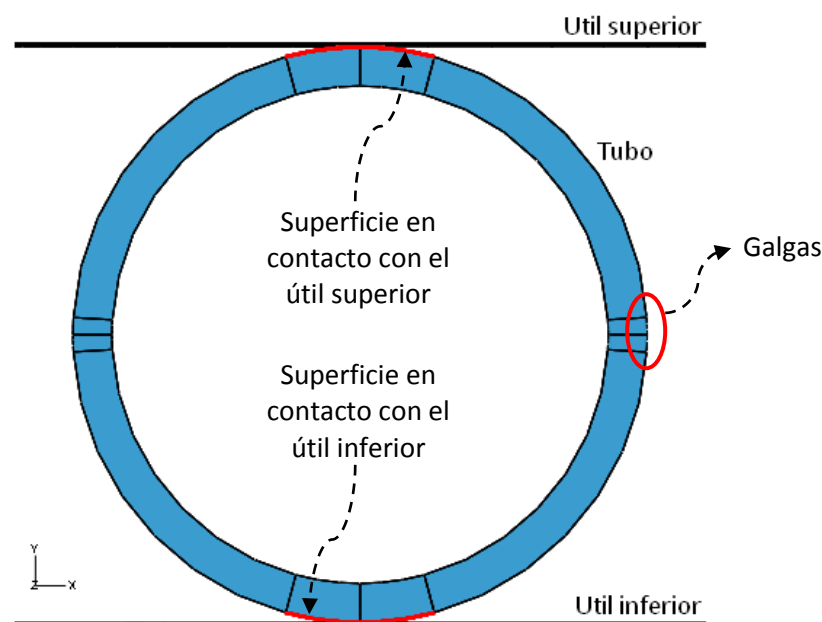


Figura 3-15. Superficies en contacto con los útiles superior e inferior

En el segundo y último paso de la simulación, se aplica la fuerza de compresión. Para esto, se elimina la condición de contorno que restringe el movimiento vertical en el útil superior y se aplica sobre éste la carga correspondiente para cada tamaño de tubo, tal y como se observa en la Figura 3-16. Por otro lado, las restricciones aplicadas al tubo durante el primer paso también cambian, pues, éste debe tener libertad para deformarse. De esta manera, las únicas restricciones que se mantienen son las que impiden el movimiento en la dirección del eje x . Estas restricciones se aplican sobre los nodos que se encuentran a lo largo de las líneas rojas que se muestran en la Figura 3-16.

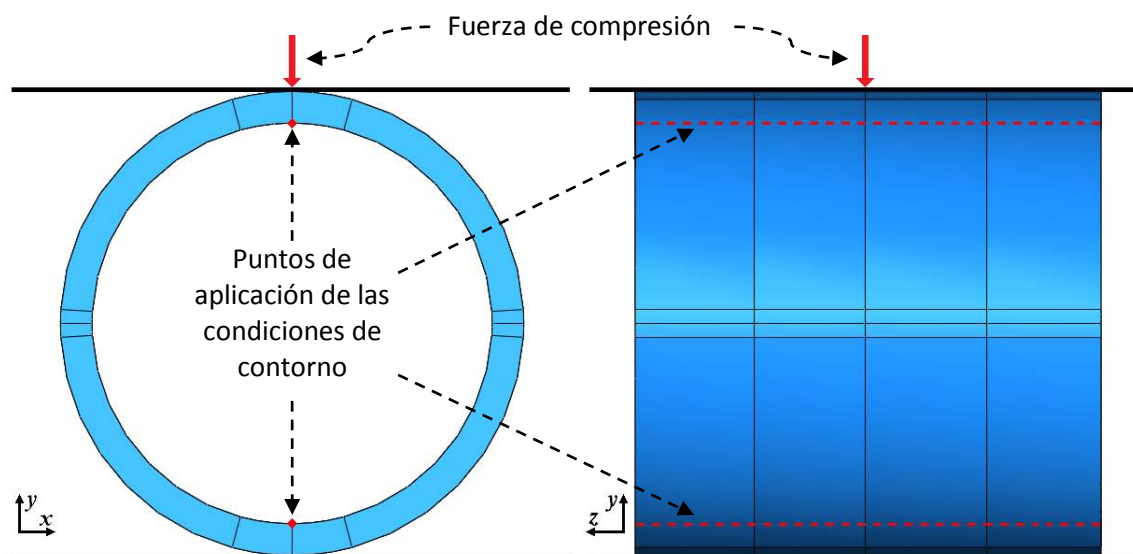


Figura 3-16. Condiciones de contorno aplicadas a los tubos y el útil superior

3.1.2.4.4 Mallado

Dadas las características del modelo, el tubo es el único elemento que ha requerido de mallado. Las múltiples simulaciones de prueba realizadas llevaron a la conclusión que el tipo de elemento que mejores resultados proporcionaba era el hexaedro. Por otro lado, dado que se pretende estudiar el comportamiento de la superficie curva, se han utilizado elementos de segundo orden (cuadráticos), de esta manera los elementos se aproximan con mucha mayor precisión a la curvatura del tubo. El tipo de elemento escogido para el mallado es por lo tanto el C3D20R, un elemento hexaédrico con un total de 20 nodos.

Seguidamente, se seleccionó la técnica que debía utilizar ABAQUS para el mallado automático, y para la cual se eligió la técnica de mallado estructurado. Por último, se definió el tamaño de los elementos a utilizar y se procedió al mallado del tubo. El tamaño seleccionado para los elementos ha sido de 1,5 mm para el caso del tubo más pequeño y de 3 mm para el resto de los tubos. La razón por la que se utilizó un tamaño de malla más grande para los demás tubos ha sido la falta de capacidad computacional, pues, a pesar de ser una geometría simple, la cantidad de nodos es considerable (380160 nodos para el tubo más pequeño y 284160 nodos para el tubo de mayor diámetro). Si a esto se le añade el uso de elementos con geometría de segundo

orden, la solución del problema requiere de mucho tiempo (del orden de días) y en especial de grandes cantidades de memoria. Esta última circunstancia ha sido el principal impedimento a la hora de realizar un mallado más fino, pues, los 2,21 GHz de velocidad de procesador y 2 GB de memoria RAM que posee el equipo utilizado para realizar las simulaciones, no son suficientes para conseguir tiempos de cálculo aceptables. En la Figura 3-17 se puede apreciar el resultado una vez que se ha realizado el mallado en uno de los tubos en particular.

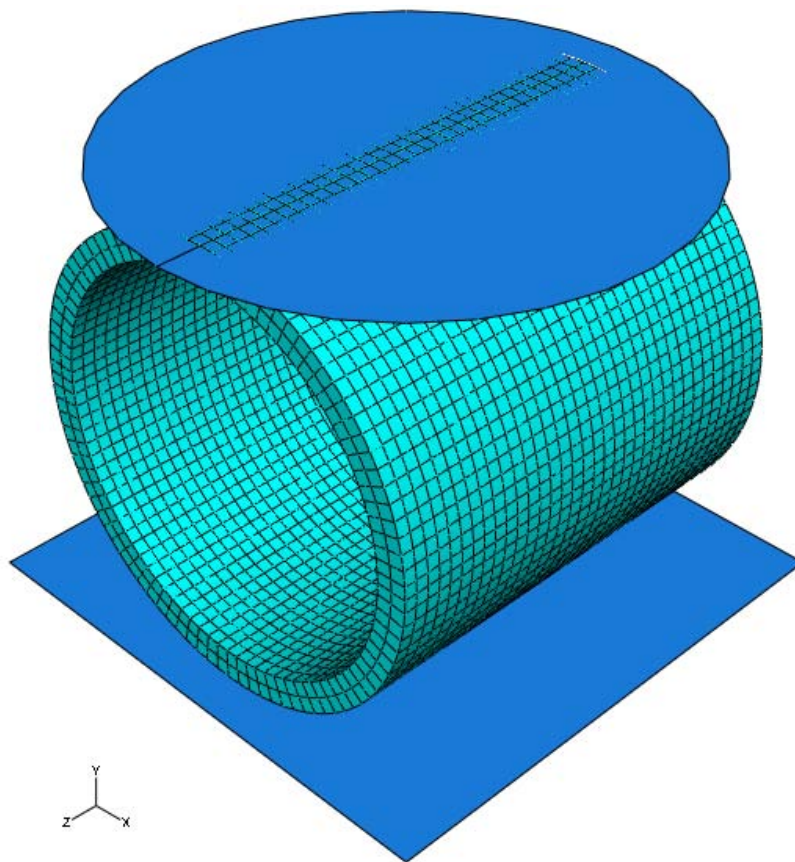


Figura 3-17. Mallado del tubo de diámetro nominal 100 mm

3.1.2.4.5 Resultado de la simulación

En la Figura 3-18 se muestra la deformación principal máxima (m/m), en escala de colores, del costado de los tubos sobre los que se han adherido las galgas. Se puede apreciar que el comportamiento es prácticamente idéntico para todos y que la deformación en la parte central de los tubos se mantiene relativamente constante.

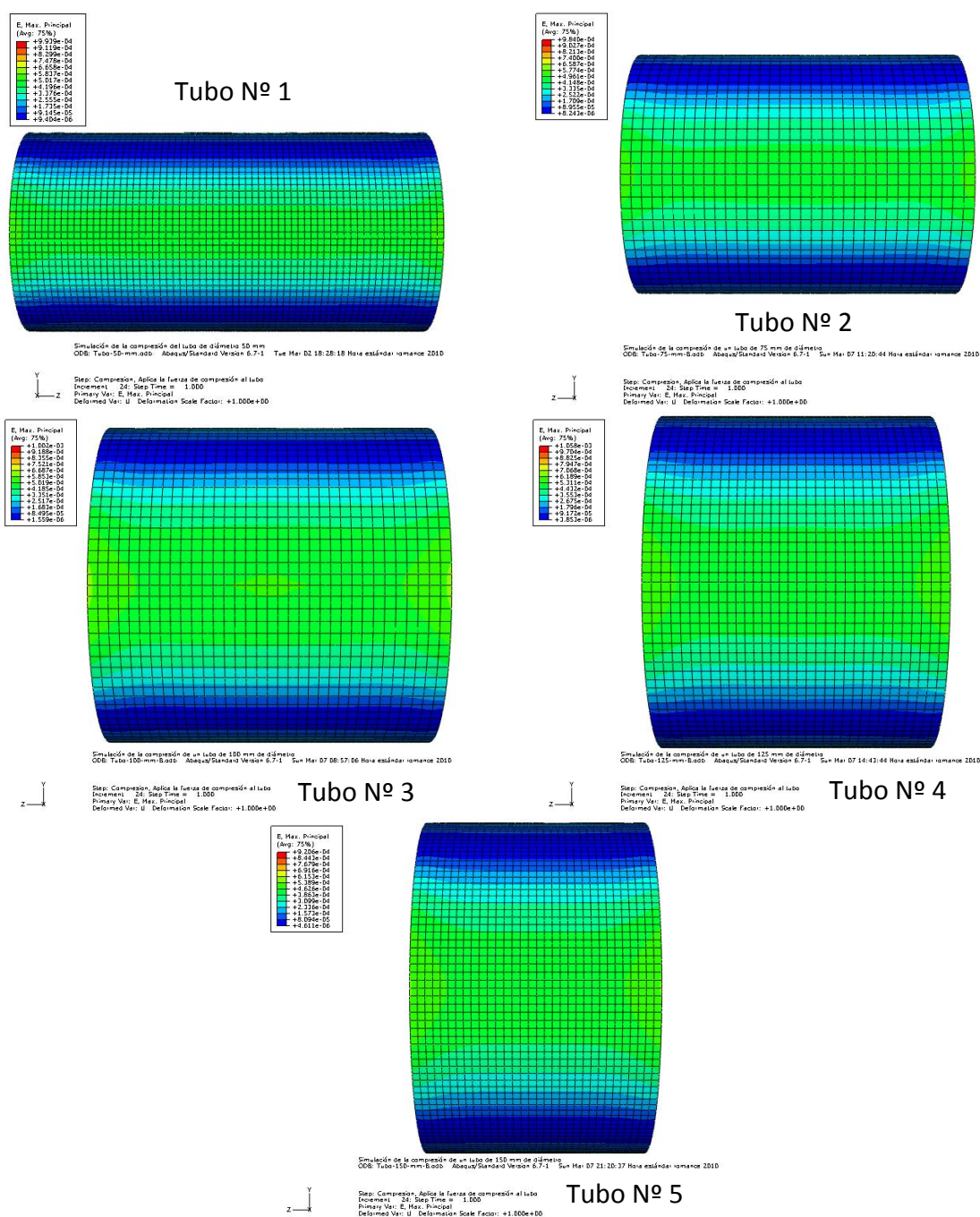


Figura 3-18. Deformación principal máxima en los tubos en escala de colores

Además, en la Figura 3-19 se puede apreciar la variación de la tensión a lo largo del tubo Nº 1, cuando éste se encuentra sometido a la carga máxima. Como se puede ver, para efectos prácticos las rosetas Nº 1 y Nº 3 se ven afectadas por la variación de la tensión que se producen por efecto de los bordes. La diferencia en la tensión a 25, 50 y 75 mm es únicamente de 0,7 %. El comportamiento en los demás tubos es idéntico.

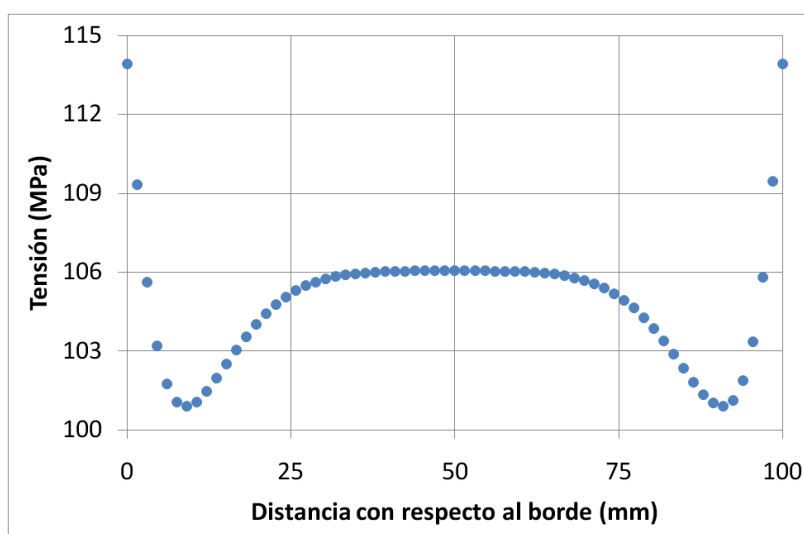


Figura 3-19. Variación de la tensión a lo largo del tubo N° 1

3.1.3 Máquina de ensayos

Para llevar a cabo los ensayos sobre los tubos y las probetas planas, ha sido necesario utilizar máquinas universales de ensayos a tracción-compresión. La razón por la cual no se ha utilizado la misma máquina en ambos casos, es la disponibilidad de utillajes adecuados. En concreto, la máquina de ensayos que posee el Departamento de Ingeniería Mecánica no tiene las mordazas necesarias para sujetar probetas planas. Por esta razón, para éstas ha sido necesario utilizar la máquina de ensayos que se comentará en la sección 3.1.3.2.

3.1.3.1 Máquina de ensayos para probetas curvas (tubos)

Para ejercer la fuerza de compresión sobre los tubos se ha utilizado la máquina de ensayos y calibraciones Microtest modelo EM2/200FR/SCM, que pertenece al Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid, ya que cumple con los requerimientos necesarios para llevar a cabo los ensayos (ver Figura 3-20). Ésta incorpora un transductor de fuerza de 200 kN en el puente móvil y un codificador rotatorio óptico (*encoder*) de posición angular de manera que, es posible programar el movimiento del puente utilizando cualquiera de estas dos señales de entrada como parámetro de control [MICROTEST, 2004]. La máquina de ensayos se encuentra dentro de un área cerrada y climatizada, de manera que es posible realizar los

ensayos en un ambiente con una temperatura controlada que, además, se ha medido en cada ensayo con un equipo debidamente calibrado. La máquina posee además 6 canales de entrada analógicos ± 10 V en los cuales es posible introducir cualquier señal de interés, de manera que, sean adquiridas simultáneamente con los valores de fuerza y desplazamiento que ya incorpora la máquina. La adquisición de los datos se ha efectuado por medio del software propio de la máquina SCT 3000. Este software permite además exportar los datos en formatos reconocibles por Excel o cualquier otro programa estadístico, de manera que se pueda realizar su tratamiento más adecuado.

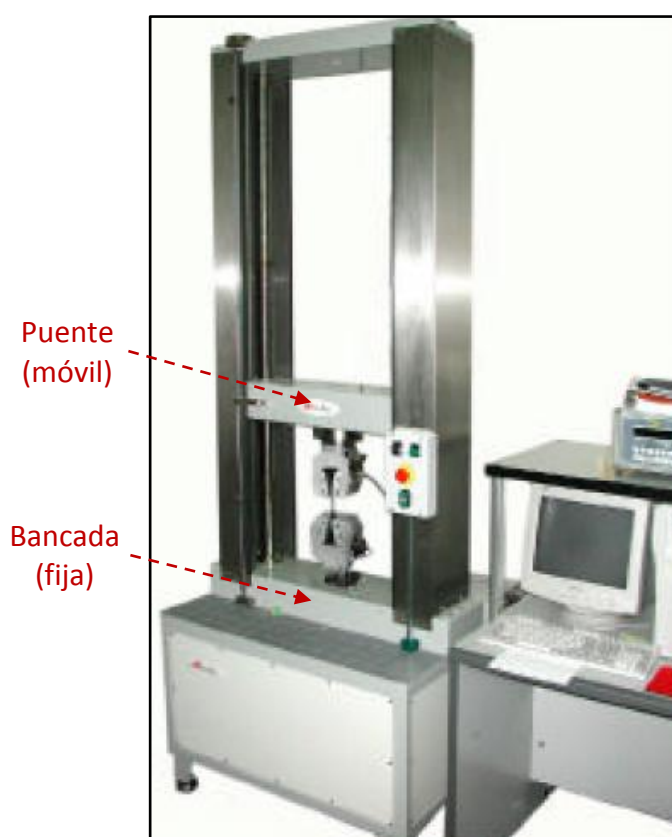


Figura 3-20. Máquina de ensayos a tracción y compresión

Para llevar a cabo la compresión de los tubos ha sido necesario el diseño y fabricación de tres útiles para la colocación y sujeción de los mismos. Todos los utillajes necesarios han sido mecanizados en el taller del Departamento de Ingeniería Mecánica. En la Figura 3-21 (a), (b) y (c) se muestran las vistas isométricas del útil inferior, superior y de la barra de sujeción y posicionamiento diseñados, respectivamente.

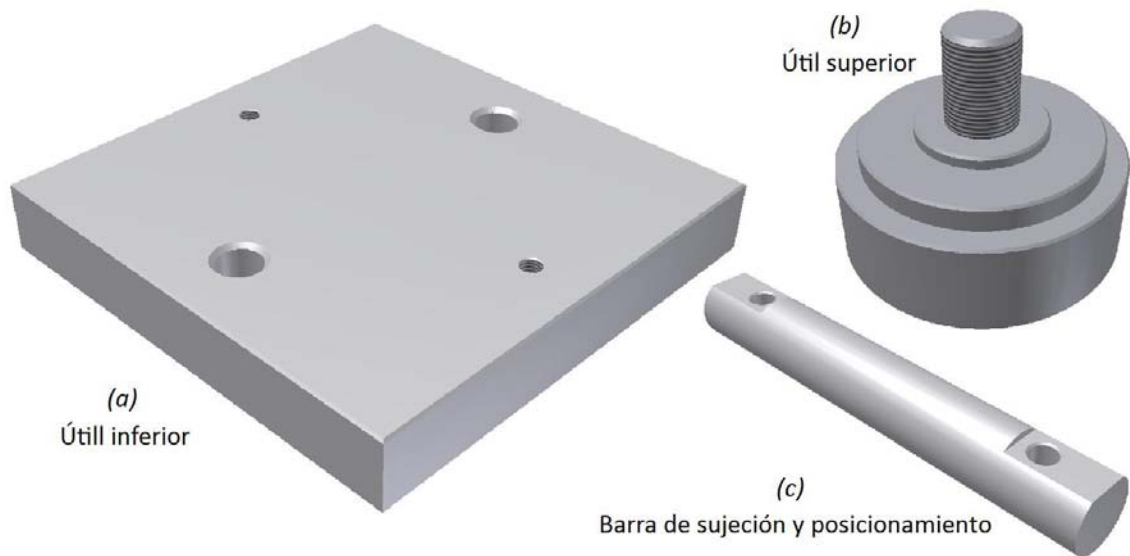


Figura 3-21. Utillajes para la sujeción y centrado de los tubos

La disposición de los útiles y el tubo en la máquina de ensayos se muestra en la Figura 3-22.

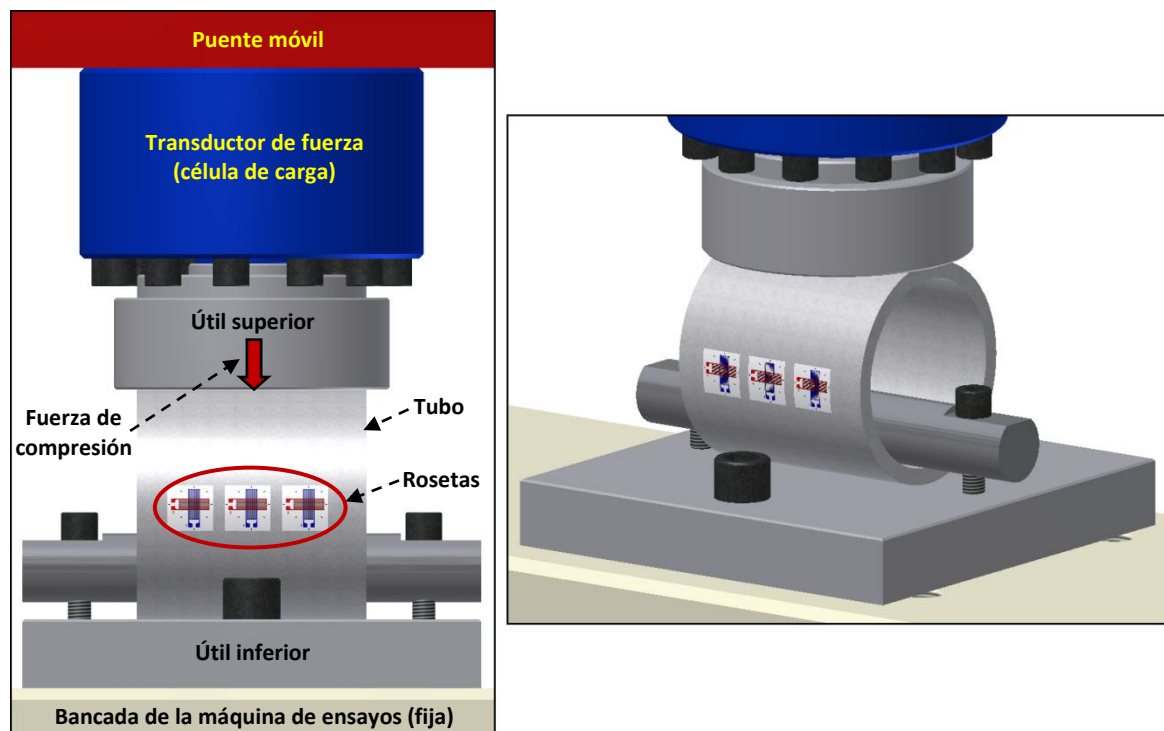


Figura 3-22. Colocación de los útiles y el tubo en la máquina de ensayos

Como se puede observar, el útil inferior se sujeta a la bancada (fija) de la máquina de ensayos por medio de dos tornillos achaflanados, de manera que quede centrado con respecto a la máquina de ensayos. El útil superior es enroscado al transductor de fuerza de la máquina, de manera que su función es la de transmitir la fuerza de compresión del puente y la célula de carga hacia el tubo. Por último, la función de la barra de sujeción y posicionamiento es la de centrar el tubo con respecto al puente móvil de la máquina de ensayos e impedir que el tubo deslice y se salga de la posición al aplicar la fuerza de compresión. Por último, en la Figura 3-23 se puede apreciar, a manera de ejemplo, el tubo N° 3 durante uno de los ensayos realizados.

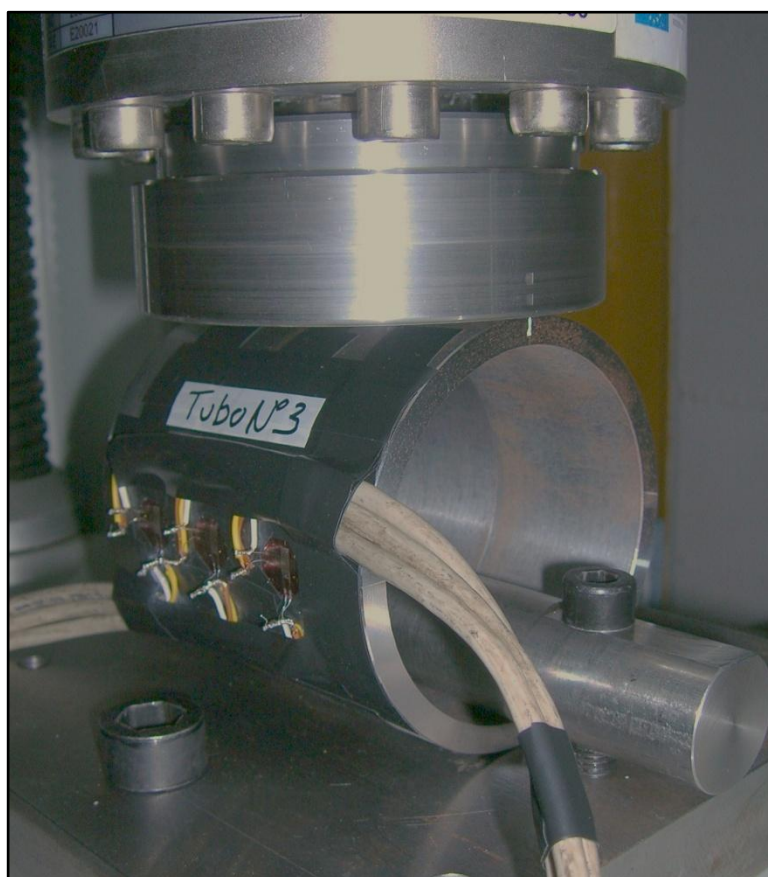


Figura 3-23. Utillajes y el tubo N° 3 en la máquina de ensayos

3.1.3.2 Máquina de ensayos para probetas planas

Los ensayos experimentales con probetas planas se han llevado a cabo en el laboratorio del Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

de la Universidad Carlos III de Madrid. La máquina de ensayos utilizada es una INSTRON 8802 con una capacidad de hasta 500 kN. Esta máquina funciona mediante un sistema servohidráulico, lo cual permite tener una gran exactitud en los movimientos, además de una gran capacidad. En la Figura 3-24 se puede apreciar una imagen de la máquina. Como se puede ver, ésta posee mordazas especiales para la sujeción de las probetas, así como una célula de carga DYNACELL con capacidad máxima de ± 250 kN. Las mordazas, con forma de cuña, poseen un sistema hidráulico para la sujeción de las probetas que mantiene la presión de agarre constante durante todo el ensayo, sin importar la fuerza de tracción aplicada a la probeta.



Figura 3-24. Máquina de ensayo utilizada para las probetas planas

Como se puede ver en la figura, ésta posee mordazas especiales para la sujeción de las probetas, así como una célula de carga DYNACELL con capacidad máxima de ± 250 kN. Las mordazas, con forma de cuña, poseen un sistema hidráulico para la sujeción de las probetas que mantiene la presión de agarre constante durante todo el ensayo, sin importar la fuerza de tracción aplicada a la probeta. Por otra parte, la célula de carga DYNACELL se utiliza para medir la fuerza aplicada sobre la probeta y tiene una exactitud y una repetitividad mayor al $\pm 0,25$ % de la lectura.

La máquina cuenta con su propio sistema de control y adquisición de datos, el INSTRON 8800. Este equipo de adquisición recoge todos los parámetros de la máquina necesarios para su control, incluyendo la señal de fuerza proveniente de la celda de carga DYNACELL. De esta manera, mediante el software de control, se establece el inicio y el final del ensayo de acuerdo a la fuerza máxima admisible que se ha establecido para cada probeta según la Tabla 3-5. Junto con la deformación, el valor de la fuerza aplicada en cada instante es importante, pues, a partir de ésta se calcula la tensión en el elemento. En la Figura 3-25 se muestra una imagen de la pantalla del ordenador con el programa utilizado para el control de la máquina.

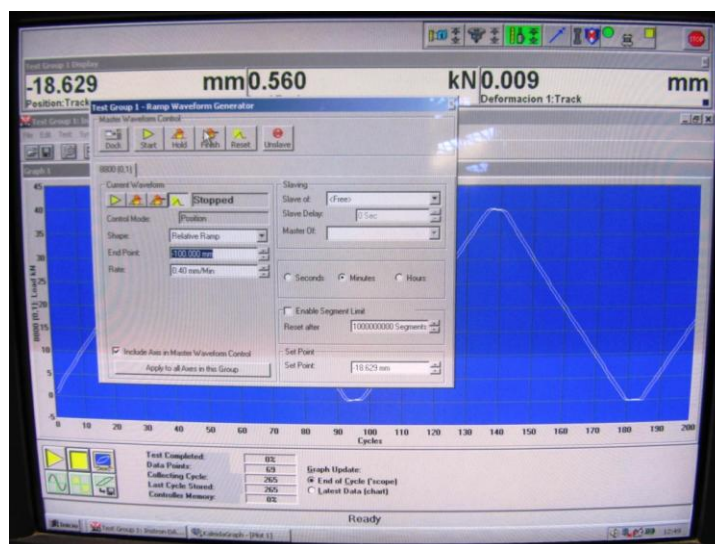


Figura 3-25. Programa de control de la máquina de ensayos INSTRON

La colocación de la probeta en la máquina de ensayos se ha realizado posicionando adecuadamente las mordazas para lograr una superficie de agarre suficiente para garantizar la sujeción en todo el rango de carga aplicada. También se ha asegurado su correcta alineación con respecto a la línea de acción de la fuerza, para evitar la aparición de solicitaciones indeseadas (momentos) sobre la probeta, que puedan distorsionar las medidas de deformación con las galgas extensométricas. Por último, es importante el posicionamiento de las galgas entre las dos mordazas, para asegurar que, el estado tensional y de deformación es homogéneo. En la Figura 3-26 se aprecia la colocación de una probeta en la máquina de ensayos.



Figura 3-26. Colocación de la probeta plana en la máquina de ensayos

Por último, en la Figura 3-27 se puede ver la probeta colocada y lista para llevar a cabo el ensayo a tracción. En ésta se pueden observar las galgas con sus respectivos cables que salen hacia el instrumento de medición y adquisición de datos.



Figura 3-27. Probeta plana colocada en la máquina de ensayos

3.1.4 Instrumentos de medición

Para llevar a cabo la medición de la deformación en los ensayos con probetas planas y curvas, se han debido utilizar instrumentos distintos. Esto es debido a que las máquinas de ensayo utilizadas son diferentes y, por lo tanto, los instrumentos de medida también son diferentes. Aun así, se ha comprobado mediante una prueba sencilla, que los dos instrumentos utilizados tienen una precisión muy similar y no existe diferencia apreciable en las medidas realizadas con uno o con el otro.

3.1.4.1 Ensayos con probetas curvas (tubos)

El equipo de amplificación y acondicionamiento de la señal de las galgas extensométricas utilizado es un NEC San-ei, compuesto por siete módulos *NEC AS2101 DC Strain Amplifiers* (ver Figura 3-28), a los cuales se conectan los puentes de Wheatstone (Figura 3-30) [NEC SAN-EI INSTRUMENTS, 1992]. Cada señal independiente es visualizada en el monitor, dependiendo del canal seleccionado. Por otro lado, cada uno de los módulos tiene una salida analógica independiente ± 10 V, de tal manera que, se han conectado a las entradas auxiliares provistas en la máquina de ensayos para así lograr una adquisición simultánea y en tiempo real del desplazamiento de la máquina, la fuerza de compresión ejercida y de todas las señales provenientes de las galgas. La salida de tensión se ha convertido a unidades de deformación (m/m) mediante una ecuación proporcionada en el manual del instrumento, como se verá más adelante.

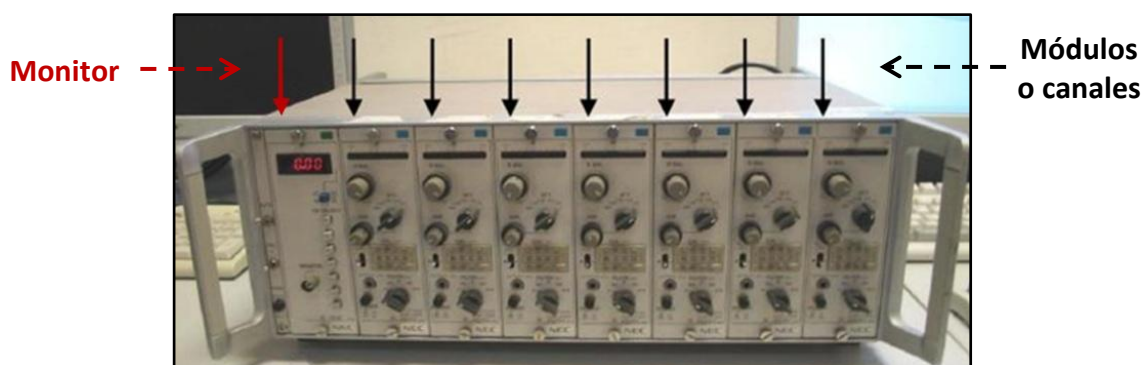


Figura 3-28. Equipo de amplificación y acondicionamiento de la señal (San-ei)

Las galgas de las rosetas se han conectado a los puentes de Wheatstone respectivos en configuración de $\frac{1}{4}$ de puente y tres cables, de acuerdo con las ventajas comentadas en la sección 2.2.9. En la Figura 3-29 se puede apreciar la conexión de las rosetas a los puentes de Wheatstone. Estos a su vez se han conectado a los módulos de amplificación y acondicionamiento de señal.

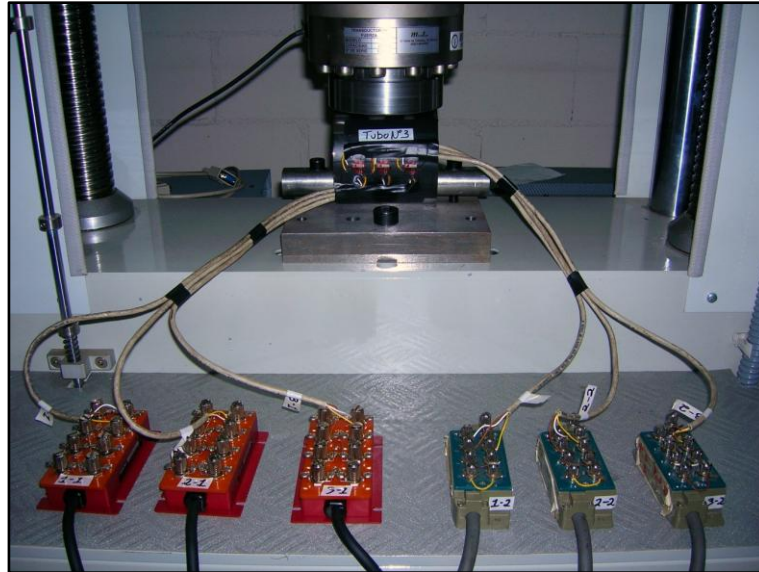


Figura 3-29. Tubo Nº 3 en la máquina de ensayos y conectado a los puentes

En la Figura 3-30 se muestra el diagrama de conexión de las galgas al puente de Wheatstone contenido en el módulo, que a su vez se conecta al *San-ei*.

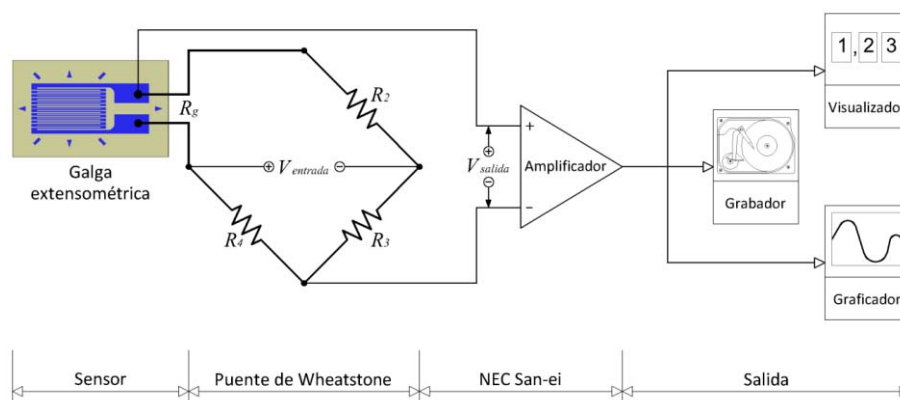


Figura 3-30. Diagrama de conexión del sistema de medida utilizado

De esta manera se consigue registrar dos valores por roseta, uno correspondiente a la deformación en la dirección tangente (circunferencial) a la superficie curva y el otro correspondiente a la deformación en la dirección axial del tubo. Como ya se ha comentado, ésta última se ha utilizado para efectuar la compensación de los errores por sensibilidad transversal y mal alineamiento.

Por otro lado, de acuerdo con el manual de usuario del instrumento, para obtener el valor de la deformación a partir de la salida en voltios es necesario aplicar la Ecuación 3-3 [NEC SAN-EI INSTRUMENTS, 1992]:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\bar{V}}{V_c} \varepsilon_c C_F \quad \text{Ecuación 3-3}$$

donde \bar{V} es el voltaje de salida medio de la galga (en caso de que se cuente con una serie de medidas), V_c es el voltaje de salida cuando se aplica una deformación de calibración ε_c y C_F es un factor de corrección debido a que internamente el instrumento se basa en una configuración de $\frac{1}{4}$ de puente de Wheatstone y en un factor de galga igual a 2. El factor de corrección, por utilizar un factor de galga F distinto, toma el valor de $C_F = 2/F$ [NEC SAN-EI INSTRUMENTS, 1992]. Por lo tanto, la deformación experimental se escribe de la siguiente forma (según la nomenclatura de la Figura 3-3):

$$\hat{\varepsilon}_i = \frac{\bar{V}_i}{V_{c,i}} \varepsilon_c \left(\frac{2}{F_i} \right) = \frac{2\bar{V}_i \varepsilon_c}{V_{c,i} F_i} \quad \text{Ecuación 3-4}$$

3.1.4.2 Ensayos con probetas planas

Para el caso de las probetas planas, el instrumento utilizado para la amplificación, acondicionamiento y adquisición de la señal proveniente de las galgas extensométricas es un VISHAY Digital Data System 5000. A diferencia de San-ei, el VISHAY incorpora en su interior los puentes de Wheatstone, por lo que las galgas se conectan directamente al equipo utilizando un conector RS232 de 9 pines. En la Figura 3-31 se puede ver una imagen del equipo, el cual se conecta a un ordenador. Como se puede ver, es un sistema

modular en el cual se agregan tarjetas electrónicas conforme se necesitan más canales de entrada.



Figura 3-31. VISHAY Digital Data System 5000

Este sistema de adquisición de datos se controla mediante el StrainSmart Software, que permite realizar las configuraciones necesarias para el ensayo, así como iniciar y finalizar la adquisición de los datos. La resolución del equipo es de $\pm 1 \mu\text{m/m}$, con una frecuencia máxima de 50 Hz.

Las galgas de cada roseta se han conectado al VISHAY en los puertos de entrada respectivos mediante los conectores RS232. Estos conectores se han preparado especialmente para ser utilizados con estas galgas, de manera que la conexión interna de los pines corresponde con la de una configuración de $\frac{1}{4}$ de puente y tres cables. Las ventajas de esta configuración se han comentado en la sección 2.2.9.

Al igual que en los ensayos de los tubos, para el caso de las probetas planas se han registrado dos valores por roseta, uno correspondiente a la deformación en la dirección longitudinal y el otro correspondiente a la deformación en la dirección transversal de la probeta. Esta última se ha utilizado para efectuar la compensación de los errores por sensibilidad transversal y mal alineamiento.

A diferencia del San-ei, el programa StrainSmart del VISHAY calcula automáticamente la deformación a partir del voltaje de salida de los puentes de Wheatstone, por lo que la adquisición de datos se realiza directamente en unidades de deformación ($\mu\text{m}/\text{m}$). Para esto, ha sido necesario especificar, en el menú de configuración de cada ensayo, el factor de galga (ver Tabla 3-6) y el tipo de conexión utilizada ($\frac{1}{4}$ de puente y tres cables). En la Figura 3-32 se puede ver la pantalla que presenta el StrainSmart. En ésta se ve la evolución de la deformación en el tiempo de las dos galgas para uno de los ensayos. Los datos adquiridos en cada ensayo son guardados por el programa en formato CSV, por lo que su posterior importación, en programas como Excel, es sencilla.



Figura 3-32. Gráfico de deformación en el software StrainSmart de VISHAY

3.1.4.3 Comparación entre instrumentos de medida

Al utilizar dos instrumentos distintos para la medición de la señal proveniente de las galgas, merece la pena compararlos para asegurarse de que ambos tienen una precisión similar. Para llevar a cabo esta comprobación se han realizado dos ensayos sencillos utilizando un dispositivo de pruebas, en el que se sujeta firmemente una pletina de aluminio (25,4 mm x 6,35 mm) por un lado y se aplica una flecha en el

extremo opuesto. El dispositivo con la pletina se puede apreciar en la Figura 3-33. Como se puede ver, la pletina queda sujeta, en voladizo, por la mordaza de la base del dispositivo, mientras que el otro extremo queda libre. Con una punta de altura regulable se aplica una determinada flecha sobre el extremo no sujeto de la placa a una distancia de 254 mm del empotramiento, de tal forma que la pletina se flexiona. La deformación se ha medido, para distintas flechas, por medio de una roseta de dos galgas a 90º colocada de tal manera que las direcciones de máxima sensibilidad de las galgas coincidan con las direcciones de las deformaciones principales, es decir, una galga en dirección longitudinal y la otra en dirección transversal.

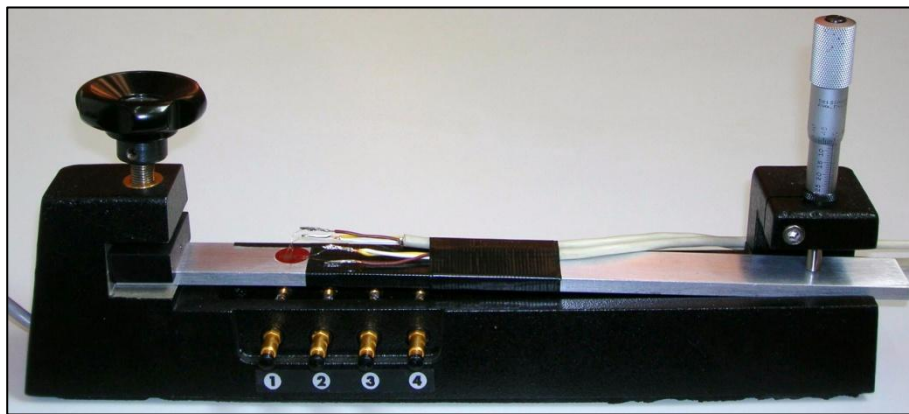


Figura 3-33. Dispositivo utilizado para comparar el San-ei y el Vishay

Al comparar las deformaciones medidas con los dos instrumentos para las mismas flechas aplicadas, se obtiene el gráfico de la Figura 3-34. Como se puede ver, en ambos casos la deformación medida es casi igual, encontrándose muy ligeras diferencias entre las mediciones efectuadas con uno y otro instrumento. Para hacer un análisis cuantitativo de las diferencias, se ha efectuado una regresión lineal por mínimos cuadrados para los dos casos. Como se puede ver, las pendientes de las rectas de regresión son casi idénticas, encontrándose una diferencia de 0,6 % entre ellas. Este análisis permite afirmar que las posibles diferencias en la medición de la deformación por utilizar dos instrumentos distintos, son despreciables.

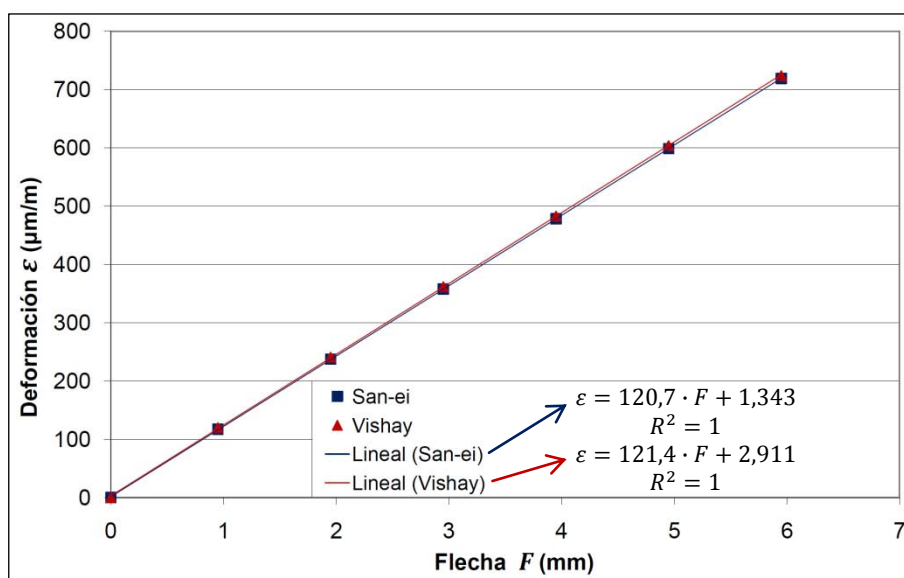


Figura 3-34. Deformaciones medidas con el San-ei y el Vishay para la misma flecha

3.2 Metodología experimental

Una vez preparados todos los materiales y los equipos, se ha procedido a la realización de los ensayos. El objetivo de cada ensayo es medir la deformación en la superficie, ocasionada por una fuerza variable en el tiempo. Para esto, se han utilizado rosetas de galgas extensométricas resistivas adheridas a las superficies externas de las probetas, como ya se ha explicado.

3.2.1 Mediciones sobre probetas curvas

Como se ha comentado anteriormente para cada uno de los ensayos se ha podido adquirir 8 señales por medio del software de adquisición de datos de la máquina. Dos de las señales provienen de la propia máquina: la fuerza ejercida y el desplazamiento del puente móvil. Las otras seis entradas disponibles se han utilizado para adquirir las señales de salida de las galgas adheridas a los tubos.

El parámetro de control que se ha utilizado para el control del movimiento de la máquina ha sido la fuerza de compresión ejercida sobre el tubo, es decir, la señal proveniente de la célula de carga. Además, se ha programado la máquina de manera que se detenga, una vez alcanzada la fuerza de compresión máxima admisible (según la

Tabla 3-3). De esta manera, cada ensayo comienza en el momento en que se pone en marcha la máquina de ensayos mediante el botón “marcha” y finaliza al alcanzar la fuerza de compresión máxima admisible.

En la Figura 3-35 se puede apreciar la ventana principal del software SCM 3000 de Microtest utilizado para controlar la máquina de ensayos y para registrar los voltajes de salidas de las galgas. Es importante hacer notar que la frecuencia de adquisición de datos ha sido de aproximadamente 10 Hz, pues es la frecuencia de adquisición máxima que permite el equipo.

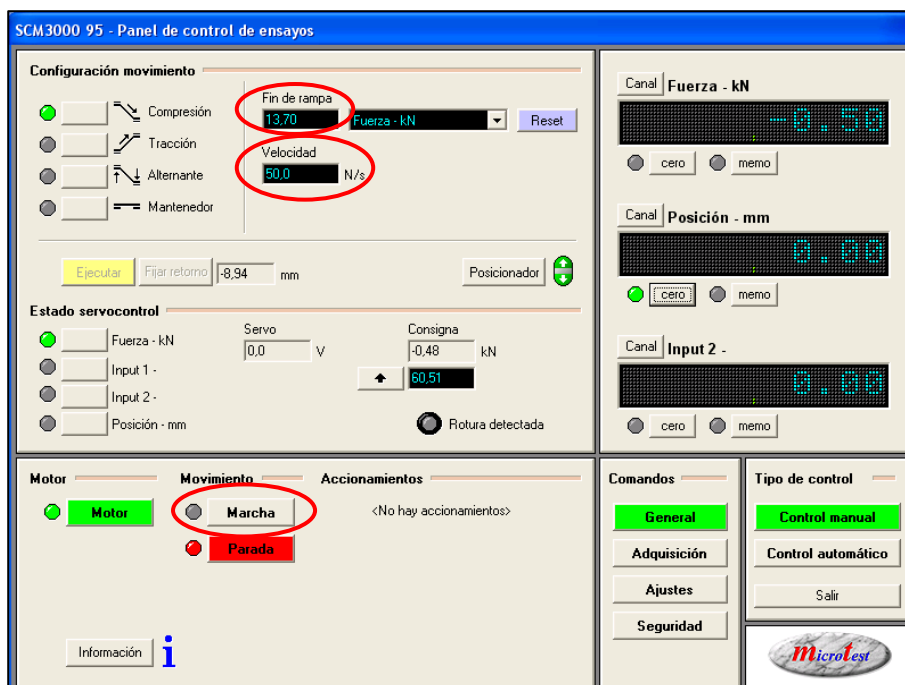


Figura 3-35. Ventana principal del controlador de la máquina de ensayos

El desplazamiento del puente móvil es un parámetro necesario para el correcto funcionamiento de la máquina y ha sido utilizado únicamente para el control de ésta. El codificador rotatorio (*encoder*) se encuentra acoplado al eje del motor, lo que permite obtener una resolución de 80.000 pulsos por revolución en el giro de los husillos que desplazan el puente en dirección vertical [MICROTEST, 2004]. Esta cantidad de pulsos por revolución, permite obtener una resolución angular en el husillo de:

$$resolución\ angular = \frac{2\pi\ rad}{80.000} = 7,85 \cdot 10^{-5} rad$$

Los husillos tienen un paso de 10 mm, de manera que el codificador rotatorio permite obtener una resolución final en el desplazamiento vertical del puente de:

$$resolución\ vertical = \frac{10\ mm}{2\pi\ rad} 7,85 \cdot 10^{-5} rad = 1,25 \cdot 10^{-4} mm$$

Este resultado es un importante, pues permite asegurar que el movimiento y el posicionamiento del puente móvil tienen la precisión adecuada para la correcta realización de los ensayos.

3.2.2 Mediciones sobre probetas planas

A diferencia del sistema de control de la máquina de ensayos utilizada para los tubos, el sistema de control de la máquina utilizada en los ensayos de las probetas planas no realiza la adquisición de las señales provenientes de las galgas. Tal y como se ha comentado en la sección 3.1.4.2, para esto último se ha utilizado el VISHAY *Data Acquisition System* 5000, cuyo funcionamiento es independiente del sistema de control. Como consecuencia directa de esto, la sincronización en la adquisición de los datos se ha debido hacer manualmente, es decir, al dar comienzo al software de control se ha debido iniciar, en ese mismo momento, la adquisición de la señal de deformación proveniente de las galgas por medio del VISHAY 5000. Sin embargo, esto no ha representado ningún problema, pues, la velocidad a la que se han realizado los ensayos es pequeña. El control de velocidad de tracción de la máquina se realiza mediante el sensor de desplazamiento de las mordazas y, para los ensayos, se ha establecido en 0,4 mm/min.

En cuanto a la velocidad de adquisición de datos, éstas son iguales o incluso superiores a las utilizadas en los ensayos de los tubos. Para el caso del sistema de control de la máquina de ensayos (INSTRON 8800), la velocidad de adquisición de la señal de fuerza de tracción proveniente de la célula de carga ha sido de 100 Hz. Por otro

lado, la velocidad de adquisición de la señal proveniente de las galgas, utilizando el VISHAY 5000, ha sido de 10 Hz.

En resumen, en conjunto los dos sistemas de adquisición han permitido adquirir las dos señales de desplazamiento y fuerza aplicada, por parte del INSTRON 8800, y las dos señales de deformación de las dos galgas extensométricas de la roseta, por medio del VISHAY 5000. Para este caso en particular, el desplazamiento no es un dato de utilidad, pero, es parte del control de la máquina y por lo tanto queda registrado dentro de la base de datos.

3.2.3 Diseño experimental para probetas curvas (tubos)

Debido al número limitado de entradas disponibles, se han registrado las señales provenientes de 3 rosetas de dos galgas cada una por ensayo realizado, todas ellas adheridas a la superficie externa, tal y como ha sido explicado. La utilización de 3 rosetas distribuidas a lo largo del tubo ha permitido obtener un valor promedio de la deformación a lo largo de éste.

En cuanto a la cantidad de ensayos, se han realizado tres series de ensayos de 10 repeticiones cada una por cada tamaño de tubo. Esto implica que en total se han realizado un total de 150 ensayos, pues se cuenta con cinco diámetros externos diferentes. El propósito de realizar tres series de ensayos para cada tubo ha sido incluir el factor montaje dentro de la aleatoriedad que se desea para los resultados.

La velocidad de compresión de la máquina sobre el tubo se ha establecido, por medio del software SCM 3000, a 50 N/s (ver Figura 3-35). Para su selección, se ha tenido en cuenta que la velocidad de adquisición máxima es aproximadamente 10 Hz para cada una de las entradas. Para velocidades menores de compresión, la duración del ensayo y la cantidad de datos adquiridos ha sido excesiva y el software es incapaz de manejarlos. El problema se presentaba a la hora de exportar los datos a formato ASCII, ya que el tamaño del archivo ha ocasionado un error que impide ejecutar el comando para exportar. Por otro lado, para velocidades mayores a los 50 N/s, la cantidad de datos recopilados es insuficiente. Esto ha dado problemas a la hora de hacer el análisis de

resultados, por razones que serán explicadas en la sección 3.3.3.1. De esta manera se encontró que, debido las circunstancias, la velocidad de compresión de 50 N/s es la mejor opción para llevar a cabo los ensayos.

Por último, el software se ha configurado de manera que, una vez iniciada la compresión del tubo, el ensayo no se detiene hasta que se alcanza la fuerza de compresión máxima especificada, según los valores de la Tabla 3-3. Una vez finalizado el ensayo, se ha procedido a exportar los datos recopilados por el sistema de adquisición Microtest para su análisis. A continuación se especifica paso a paso el procedimiento seguido durante la realización de los ensayos para cada uno de los tubos:

1. Se colocó el tubo con las galgas ya instaladas sobre el útil inferior de la máquina de ensayos y se colocó la barra de sujeción y alineamiento en su lugar, pero sin apretar los tornillos. Se desplazó el puente móvil de la máquina con los controles manuales de manera que hubiera espacio suficiente para manipular el tubo y colocarlo correctamente.
2. Se conectaron los cables de las seis galgas a sus respectivos puentes de Wheatstone. Como ya se ha comentado, la configuración utilizada ha sido de $\frac{1}{4}$ de puente y tres cables.
3. Se alineó el tubo con el útil inferior por medio de las pequeñas muescas o líneas guía realizadas en ambos lados y se apretaron los tornillos de la barra de manera que el tubo quedara bien sujeto. Una vez sujeto, se verificó que el alineamiento fuera correcto.
4. Se movió el puente de la máquina de ensayos utilizando el control manual, hasta que el útil superior estuviera muy próximo al tubo, dejando un claro entre el tubo y el útil superior de aproximadamente 0,5 mm.
5. Una vez colocado el puente en posición, se realizó el ajuste a cero para las entradas correspondientes a la fuerza aplicada y a la posición del puente móvil directamente en el programa SMC 3000. Por otro lado, se realizó el ajuste a cero de todas las galgas conectadas equilibrando los diferentes puentes de Wheatstone en el *San-ei*.

6. Se anotó el voltaje de calibración V_c correspondiente a la deformación de calibración ε_c fijada en $1500 \mu\text{m/m}$ para todos los canales del *San-ei* y se midió la temperatura de la pieza mediante un pirómetro. Para evitar errores en la medición de la temperatura causados por la baja emisividad del acero mecanizado, la temperatura se midió sobre una parte de la superficie de los tubos que previamente había sido recubierta con cinta adhesiva color negro opaco, tal y como se puede apreciar en la Figura 3-36.
7. Se estableció la carga aplicada como parámetro de control, se fijó su velocidad a 50 N/s y se estableció la carga máxima admisible correspondiente como condición de parada.
8. Se comenzó el ensayo y automáticamente se inició el registro de datos.
9. Una vez alcanzada la fuerza máxima admisible, el ensayo se detuvo automáticamente y se procedió a desplazar el puente móvil hacia el valor cero del desplazamiento del puente, definido en el punto 5. Para el retorno del puente se utilizó como parámetro de control la señal de desplazamiento y se fijó su velocidad en torno a $0,5 - 1 \text{ mm/s}$.
10. Los puntos del 7 al 9 se repitieron un total de 10 veces.
11. Seguidamente, se aflojaron los tornillos de la barra de sujeción y alineamiento, el tubo se desmontó del utillaje inferior y se volvió a montar y a alinear con las muescas guía. Se desplazó el puente móvil de la máquina con los controles manuales de manera que hubiera espacio suficiente para manipular el tubo y colocarlo correctamente.
12. Los puntos 3 a 11 se repitieron un total de 3 veces.
13. Una vez realizados todos los puntos anteriores, se desconectaron los cables de las galgas de los puentes de Wheatstone, se aflojó la barra de sujeción y se desmontó el tubo correspondiente del utillaje.
14. Se repitieron los puntos 1 a 13 para cada uno de los tubos analizados.

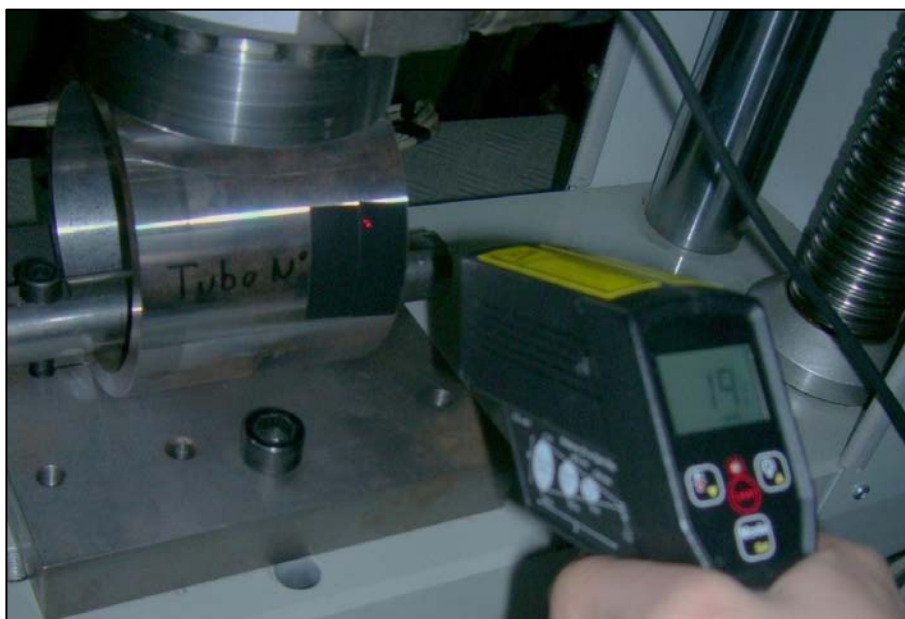


Figura 3-36. Medición de la temperatura de los tubos utilizando un pirómetro

3.2.4 Diseño experimental para probetas planas

Para los ensayos realizados con las probetas planas se han seguido las recomendaciones de la ASTM [ASTM E111-04, 2008] [ASTM E8M-04, 2008] para la determinación del módulo de Young. De esta manera, para cada probeta se han llevado a cabo tres ensayos a tracción. Para simplificar la adquisición de datos, los tres ensayos se realizaron en una misma secuencia, configurando la máquina de ensayos de manera que, al llegar a una determinada fuerza aplicada (ver Tabla 3-5), ésta regresara a su posición de inicio y comenzara de nuevo un ciclo de tracción.

Una vez finalizados los ensayos, se ha procedido a exportar los datos recopilados por los sistemas de adquisición INSTRON 8800 y VISHAY 5000 para su procesamiento y análisis. A continuación se especifica paso a paso el procedimiento seguido durante la realización de los ensayos para cada uno de los tubos:

1. Se colocó la probeta con la roseta ya instalada en las mordazas de la máquina, midiendo con un calibre para asegurar que estuviera correctamente alineada. Para esto fue necesario desplazar la mordaza inferior de la máquina con los controles manuales, de manera que la distancia entre mordazas y la superficie de

- sujeción fuera la adecuada. Una vez sujeta la probeta, se verificó que el alineamiento fuera correcto.
2. Se conectaron los cables de las dos galgas al VISHAY 5000 por medio de los conectores serie RS-232. La configuración utilizada ha sido de $\frac{1}{4}$ de puente y tres cables.
 3. Se realizó el ajuste a cero de la salida de la célula de carga (fuerza aplicada) en el sistema de control INSTON 8800. También se realizó el ajuste a cero de las galgas conectadas al VISHAY 5000, pero, a diferencia del San-ei, el equipo equilibra los puentes de Wheatstone automáticamente.
 4. Se midió la temperatura de la pieza mediante un termopar magnético de contacto tipo K y un polímetro digital (ver Figura 3-37).
 5. En el programa de control de la máquina, se estableció el desplazamiento como parámetro de control y se fijó su velocidad a 0,4 mm/min.
 6. Se comenzó el ensayo y automáticamente se inició el registro de datos por parte del INSTRON 8800. Al mismo tiempo, aunque de forma manual, se dio inicio a la adquisición de datos del VISHAY 5000.
 7. Una vez alcanzada la fuerza máxima admisible a tracción, de acuerdo con los criterios utilizados, la máquina regresa automáticamente a su posición original y comienza un nuevo ciclo de tracción. En total, se realizan 3 ciclos de tracción.
 8. Una vez realizados todos los puntos anteriores, se desconectaron los cables de las galgas del VISHAY 5000, se quitó la presión de las mordazas sobre la probeta y se desmontó de la máquina.
 9. Se repitieron los puntos 1 a 8 para cada una de las probetas analizadas.

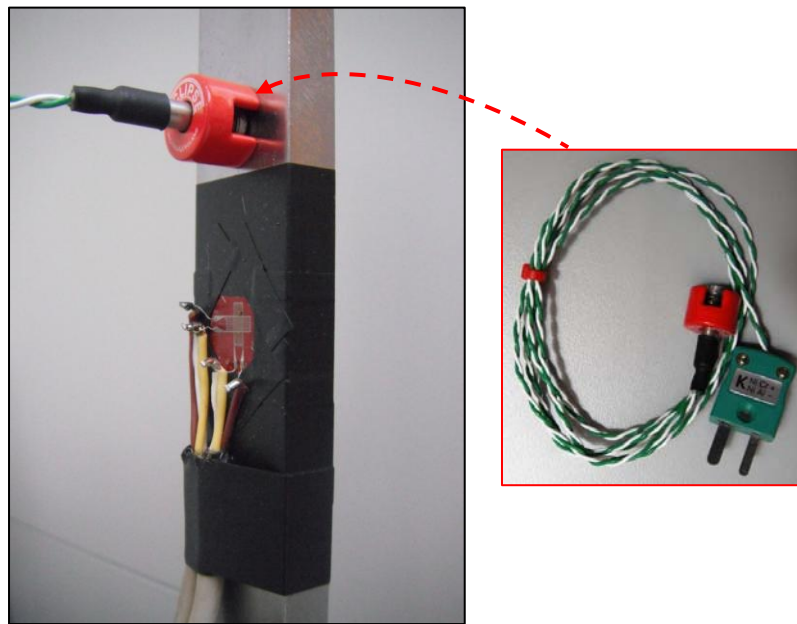


Figura 3-37. Medición de la temperatura de la probeta con un termopar

3.2.5 Parámetros de los ensayos

Para el procesamiento de los datos obtenidos durante los ensayos, ha sido necesaria la utilización de varios parámetros que han sido obtenidos de:

- ✓ Hoja de especificaciones técnicas del fabricante de las galgas.
- ✓ Manuales de los otros instrumentos utilizados para la medición, como el San-ei, el goniómetro, pirómetro, calibre, polímetro, etc.
- ✓ La medición de parámetros a controlar antes de cada ensayo:
 - La temperatura del tubo T_o al establecer el cero en el San-ei y de las probetas en el VISHAY 5000.
 - La temperatura durante el ensayo T .
 - Los voltajes de calibración derivados del equilibrado del puente de Wheatstone en el caso de San-ei.

Además, con el fin de calcular la incertidumbre asociada a los ensayos se ha calculado la incertidumbre estándar asociada a los parámetros de los cuales se conoce el intervalo de valores que puede tomar cada uno de ellos. En la Tabla 3-11 se pueden

apreciar las magnitudes de las variables comunes a todos los ensayos, así como su incertidumbre asociada.

Tabla 3-11. Magnitud de las variables comunes y su incertidumbre asociada

Variable	Valor	Unidades	Intervalo	Semirango	Varianza	Incertidumbre estándar
V_i^*	varía	V	$\pm 1,00 \times 10^{-2}$	$1,00 \times 10^{-2}$	$3,33 \times 10^{-5}$	$5,77 \times 10^{-3}$
$\hat{\varepsilon}_i^{**}$	varía	m/m	$\pm 1,00 \times 10^{-6}$	$1,00 \times 10^{-6}$	$3,33 \times 10^{-13}$	$5,77 \times 10^{-7}$
F_i	2,1	adimensional	$\pm 1,00 \times 10^{-2}$	$1,00 \times 10^{-2}$	$3,33 \times 10^{-5}$	$5,77 \times 10^{-3}$
K_T	$-1,00 \times 10^{-3}$	adimensional	$\pm 3,00 \times 10^{-3}$	$3,00 \times 10^{-3}$	$3,00 \times 10^{-6}$	$1,73 \times 10^{-3}$
C_T	$1,00 \times 10^{-4}$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	$\pm 5,00 \times 10^{-5}$	$5,00 \times 10^{-5}$	$8,33 \times 10^{-10}$	$2,89 \times 10^{-5}$
F_I	2,1	adimensional	$\pm 1,00 \times 10^{-2}$	$1,00 \times 10^{-2}$	$3,33 \times 10^{-5}$	$5,77 \times 10^{-3}$
$\varepsilon_{G,I}^a$	$1,5 \times 10^{-3}$	m/m	$\pm 1,00 \times 10^{-6}$	$1,00 \times 10^{-6}$	$3,33 \times 10^{-13}$	$5,77 \times 10^{-7}$
ϕ_i	0,00	radianes	-	-	-	-
α_S	$1,170 \times 10^{-5}$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	-	-	-	-
α_G	$1,500 \times 10^{-5}$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	-	-	-	-
α_F	$1,180 \times 10^{-5}$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	-	-	-	-
ν_F	0,285	adimensional	-	-	-	-
T_F	23	$^{\circ}\text{C}$	-	-	-	-
F_F	2	adimensional	-	-	-	-

★ únicamente en el caso de los ensayos realizados con el San-ei.

★★ únicamente en el caso de los ensayos realizados con el VISHAY 5000.

Es importante destacar que, al no conocerse con detalle la forma de la distribución de probabilidad de los valores de cada variable dentro del intervalo, se ha asumido una distribución rectangular uniforme.

A continuación, en la Tabla 3-12 y la Tabla 3-13, se muestran las magnitudes de las variables de entrada que son específicas de cada serie de repeticiones. El coeficiente térmico de la resistencia de la rejilla conductora β_G se ha obtenido según el procedimiento descrito en la sección 3.2.5.1. Por otro lado, los valores de los errores angulares de instalación de cada roseta, son los mismos que se han mostrado en la Tabla 3-8 y en la Tabla 3-9, pero en unidades distintas.

Tabla 3-12. Variables de entrada de los ensayos realizados a los tubos

	Serie de ensayos	β_G (°C ⁻¹)	T_o (°C)	T (°C)	Voltajes de calibración (V)						Error angular de instalación (radianes)		
					$V_{c,1,1}$	$V_{c,2,1}$	$V_{c,3,1}$	$V_{c,1,2}$	$V_{c,2,2}$	$V_{c,3,2}$	$\beta_{1,i}$	$\beta_{2,i}$	$\beta_{3,i}$
Tubo Nº 1	A	$7,299 \times 10^{-6}$	20	20	8,07	8,07	8,09	8,08	8,08	8,07	$1,05 \times 10^{-3}$	$2,53 \times 10^{-2}$	$1,99 \times 10^{-2}$
	B	$7,220 \times 10^{-6}$	21	21	8,06	8,07	8,08	8,07	8,07	8,08			
	C	$7,143 \times 10^{-6}$	22	22	8,06	8,07	8,08	8,07	8,07	8,08			
Tubo Nº 2	A	$7,067 \times 10^{-6}$	23	23	8,06	8,06	8,08	8,08	8,08	8,08	$-8,03 \times 10^{-3}$	$2,53 \times 10^{-2}$	$5,65 \times 10^{-2}$
	B	$7,220 \times 10^{-6}$	21	21	8,06	8,07	8,09	8,07	8,07	8,08			
	C	$7,143 \times 10^{-6}$	22	22	8,06	8,07	8,08	8,08	8,07	8,08			
Tubo Nº 3	A	$7,143 \times 10^{-6}$	22	22	8,07	8,07	8,09	8,08	8,08	8,09	$-5,76 \times 10^{-3}$	$-1,19 \times 10^{-2}$	$2,62 \times 10^{-3}$
	B	$7,299 \times 10^{-6}$	20	20	8,07	8,06	8,08	8,08	8,07	8,08			
	C	$7,220 \times 10^{-6}$	21	21	8,07	8,07	8,09	8,08	8,07	8,08			
Tubo Nº 4	A	$7,299 \times 10^{-6}$	20	20	8,07	8,07	8,09	8,09	8,07	8,08	$2,32 \times 10^{-2}$	$3,67 \times 10^{-3}$	$-3,67 \times 10^{-3}$
	B	$7,220 \times 10^{-6}$	21	21	8,07	8,07	8,08	8,08	8,07	8,08			
	C	$7,299 \times 10^{-6}$	20	20	8,07	8,07	8,08	8,08	8,07	8,09			
Tubo Nº 5	A	$7,379 \times 10^{-6}$	19	19	8,08	8,07	8,08	8,08	8,07	8,08	$-3,32 \times 10^{-3}$	$1,20 \times 10^{-2}$	$1,22 \times 10^{-3}$
	B	$7,299 \times 10^{-6}$	20	20	8,07	8,07	8,08	8,08	8,08	8,08			
	C	$7,299 \times 10^{-6}$	20	20	8,07	8,07	8,09	8,08	8,07	8,08			

Tabla 3-13. Variables de entrada de los ensayos con probetas planas

Probeta plana Nº	β_G (°C ⁻¹)	T_o (°C)	T (°C)	Error angular de instalación β_i (radianes)
1	$7,720 \times 10^{-6}$	15	15	0,00
2	$7,720 \times 10^{-6}$	15	15	$-1,75 \times 10^{-2}$
3	$7,720 \times 10^{-6}$	15	15	$-2,62 \times 10^{-2}$
4	$7,720 \times 10^{-6}$	15	15	$4,36 \times 10^{-2}$
5	$7,720 \times 10^{-6}$	15	15	$3,49 \times 10^{-2}$

Por último, en la Tabla 3-14 se pueden observar las incertidumbres asociadas a las variables de entrada de la Tabla 3-12 y la Tabla 3-13.

Tabla 3-14. Incertidumbres asociadas a las variables particulares

Variable	Unidades	Intervalo	Semirango	Varianza	Incertidumbre estándar
T_o^*	°C	± 2	2	1,33	1,15
T^*	°C	± 2	2	1,33	1,15
T_o^{**}	°C	± 1	1	$3,33 \times 10^{-1}$	$5,77 \times 10^{-1}$
T^{**}	°C	± 1	1	$3,33 \times 10^{-1}$	$5,77 \times 10^{-1}$
$V_{C_{r,i}}$	V	$\pm 1,00 \times 10^{-2}$	$1,00 \times 10^{-2}$	$3,33 \times 10^{-5}$	$5,77 \times 10^{-3}$
$\beta_{r,i} \text{ y } \beta_i$	radianes	$\pm 5,82 \times 10^{-4}$	$5,82 \times 10^{-4}$	$1,13 \times 10^{-7}$	$3,36 \times 10^{-4}$

★ únicamente en el caso de los ensayos realizados con el San-ei.

★★ únicamente en el caso de los ensayos realizados con el VISHAY 5000.

3.2.5.1 Determinación del coeficiente térmico de resistencia de la galga

Como ya se ha comentado, para determinar y corregir el error causado por la deformación térmica aparente es necesario hacer uso de la Ecuación 2-15. La excepción se da, únicamente, para mediciones obtenidas en ensayos en los que se utiliza el mismo material y bajo las mismas condiciones que el utilizado por el fabricante con el fin de determinar las características de las galgas, como pueden ser el factor de galga, la sensibilidad transversal, etc.

Todas las variables involucradas en su determinación son conocidas por medio de la información provista por el fabricante, con excepción del coeficiente térmico de la resistencia de la rejilla conductora β_G . Este coeficiente da una indicación de cómo varía la resistencia de la galga con la temperatura. Al ser la temperatura un factor de error muy importante [WINDOW y HOLISTER, 1982] [VISHAY TN-504-1, 2007], se ha puesto especial énfasis en la determinación de este coeficiente. Para estimar el valor de β_G se han valorado dos posibles alternativas:

- 1) Someter experimentalmente a la galga a un cambio de temperatura controlado y libre de cualquier tensión mecánica o térmica y medir la resistencia a diferentes temperaturas. A partir de los datos obtenidos, sería posible obtener la curva de mejor ajuste que permita definir el valor del coeficiente térmico de la resistencia de la galga β_G para cualquier valor de temperatura [VISHAY TN-504-1, 2007].

- 2) Evaluar la Ecuación 2-15 para las mismas condiciones que las utilizadas por el fabricante e igualar el resultado a la ecuación de deformación aparente suministrada en la hoja de especificaciones de la galga. De esta manera, la deformación térmica aparente se puede evaluar para el caso hipotético en que se utiliza el mismo material, bajo las mismas condiciones que el fabricante y asumiendo como constantes los valores de las otras variables dentro de los paréntesis cuadrados en la Ecuación 2-15 (pues los ensayos se han efectuado a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente).

Para llevar a cabo la primera de las alternativas es necesario mantener a la galga bajo condiciones de temperatura controlada y en el Departamento de Ingeniería Mecánica no se dispone del equipo adecuado. Por esta razón se ha utilizado la segunda opción, la cual se explica con más detalle a continuación.

Primero, es necesario evaluar la Ecuación 2-15 para las mismas condiciones que las utilizadas por el fabricante en sus ensayos. Esto se puede escribir como:

$$\varepsilon_{ap} = \frac{\left[\beta_G + F \left(\frac{1 + K_t}{1 - F K_t} \right) (\alpha_F - \alpha_G) \right] \Delta T}{F_F} \quad \text{Ecuación 3-5}$$

donde las variables α_S y F_I de la Ecuación 2-15, se han sustituido por α_F y F_F , correspondientes al coeficiente de expansión térmica del material (SS400 según la Tabla 3-6) y el factor de galga, respectivamente, ambos utilizados por el fabricante en sus ensayos.

Despejando el coeficiente térmico de la resistencia de la rejilla conductora y haciendo $\Delta T = T - T_F$, donde T_F es la temperatura de prueba del fabricante, se obtiene:

$$\beta_G = \frac{\varepsilon_{ap} F_F}{T - T_F} - F \left(\frac{1 + K_t}{1 - F K_t} \right) (\alpha_F - \alpha_G) \quad \text{Ecuación 3-6}$$

Por otro lado, el fabricante proporciona la siguiente ecuación para obtener la deformación térmica aparente (ver Tabla 3-6), siempre y cuando, se utilice el mismo material y bajo las mismas condiciones que las utilizadas por ellos:

$$\varepsilon_{ap} = -2,97 + 2,73T - 7,23 \cdot 10^{-2}T^2 + 5,3 \cdot 10^{-4}T^3 - 1,4 \cdot 10^{-6}T^4 \quad \text{Ecuación 3-7}$$

Dado que para la Ecuación 3-6 se están asumiendo las mismas condiciones que las utilizadas por el fabricante para obtener la curva de deformación térmica aparente, se puede hacer $\varepsilon_{ap} = \varepsilon_{ap}$ y sustituirlo en la Ecuación 3-6 para obtener una expresión para el coeficiente térmico de la resistencia de la galga en función de la temperatura:

$$\beta_G = \frac{\varepsilon_{ap} F_F}{T - T_F} - F \left(\frac{1 + K_t}{1 - F K_t} \right) (\alpha_F - \alpha_G) \quad \text{Ecuación 3-8}$$

Esta ecuación, sin embargo, no puede ser evaluada directamente para temperaturas cercanas a los 23 °C, pues presenta una discontinuidad en $T = 23$ °C, ya que, el término $T - T_F = 0$. Esto se puede ver más claramente en la Figura 3-38. Como se puede apreciar, cuando la temperatura tiende a 23 °C, el valor de β_G tiende a $\pm \infty$, dependiendo de si T tiende a 23 °C desde la derecha o desde la izquierda de la curva.

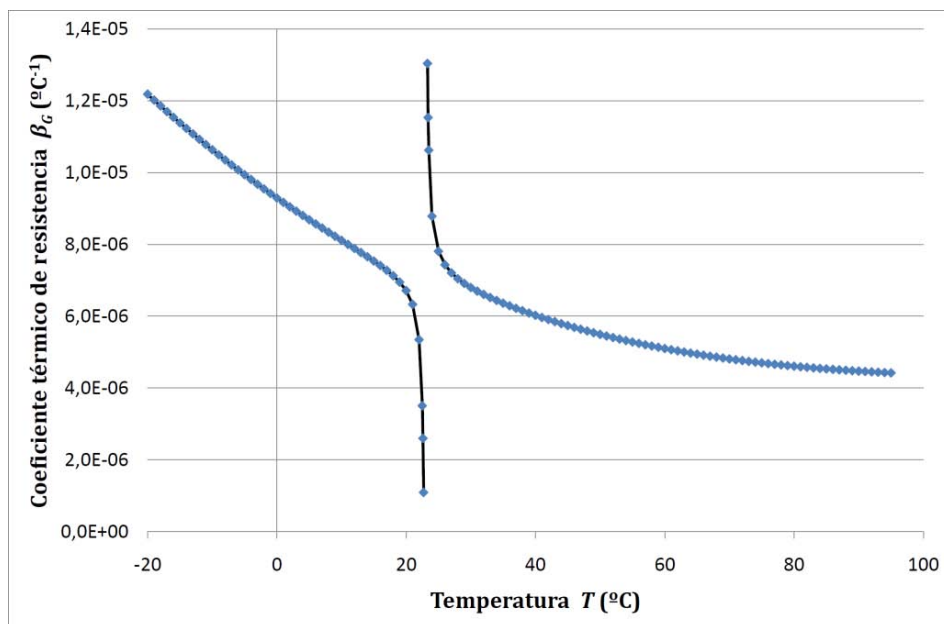


Figura 3-38. Variación del coeficiente térmico de la resistencia con la temperatura.

Indiscutiblemente, β_G no puede tener un comportamiento semejante. Por lo tanto, se ha eliminado del gráfico el rango de temperaturas cercanas a los 23 °C y se ha calculado la curva de regresión que represente de mejor manera la variación de β_G con respecto a la temperatura. El resultado se puede apreciar en la Figura 3-39.

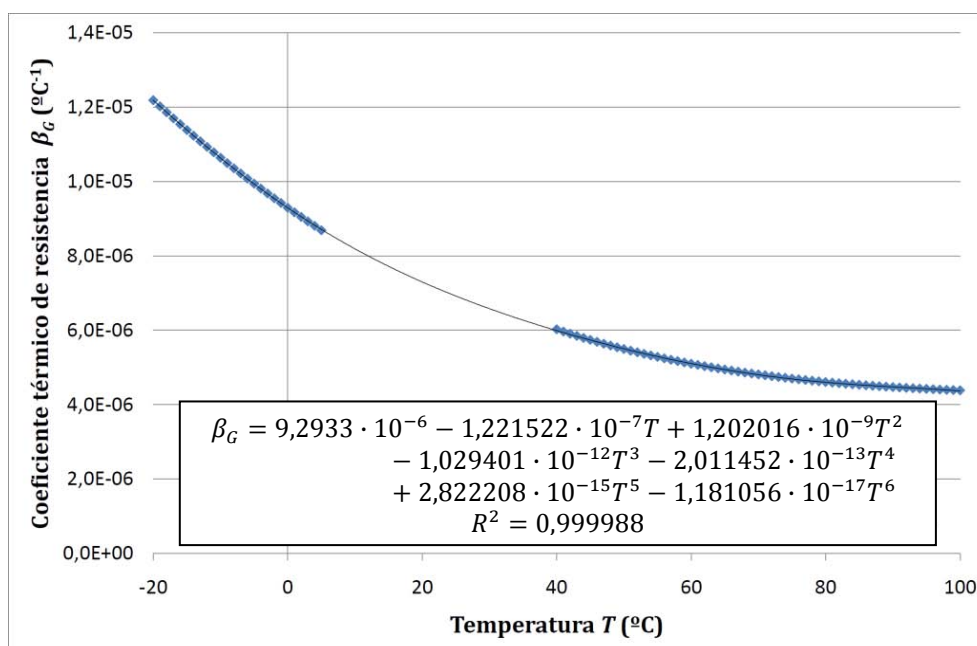


Figura 3-39. Curva de mejor ajuste para el coeficiente térmico de la resistencia

Tal y como se ve en la gráfica, la curva de mejor ajuste es un polinomio de grado seis y la bondad del ajuste es elevada ($R^2 \approx 1$). Para comprobar la validez de la ecuación de la curva de regresión obtenida, se ha calculado el valor de β_G para diferentes temperaturas y se ha representado la Ecuación 3-5 junto a la ecuación proporcionada por el fabricante para ε_{ap} (Ecuación 3-7). El resultado se puede apreciar en la Figura 3-40. Como se puede ver, utilizando la ecuación general con el valor de β_G calculado según la curva de mejor ajuste, se logra copiar casi perfectamente la curva de deformación térmica aparente obtenida a partir de la ecuación proporcionada por el fabricante. Únicamente en los alrededores de $T = 23$ $^{\circ}\text{C}$ se nota cierta discrepancia entre ambas curvas, donde la máxima diferencia es de 0,9 $\mu\text{m}/\text{m}$. Esta diferencia es muy pequeña y puede ser despreciada. Es importante notar que, a la temperatura de $T = 23$ $^{\circ}\text{C}$, la deformación térmica aparente debería ser cero, pues, es la temperatura a la cual el fabricante efectuó las pruebas para determinar las características propias de la galga; sin embargo, el resultado de la deformación térmica aparente calculado a partir de la Ecuación 3-7 para esa temperatura, no es cero, como sí lo es para la ecuación general (Ecuación 3-5).

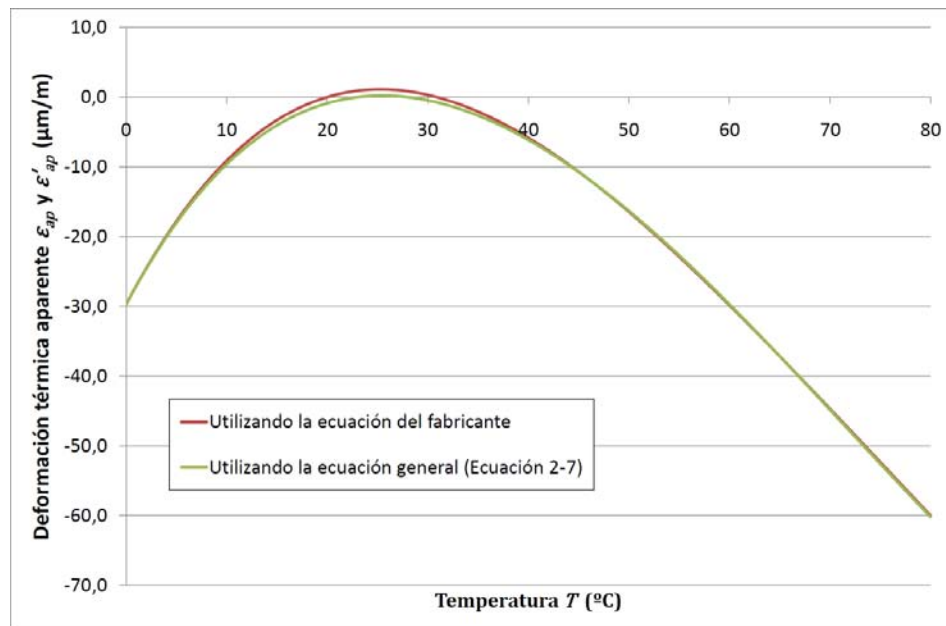


Figura 3-40. Deformación térmica aparente en función de la temperatura.

Debido a que β_G es una característica propia de la galga y no depende del material al cual está adherida, una vez que se ha determinado es posible utilizar la ecuación general para obtener la deformación térmica aparente para cualquier material y bajo cualquier temperatura, siempre y cuando se encuentre dentro del rango para el cual es válida la ecuación proporcionada por el fabricante (en este caso el rango de temperaturas es de 0 a 80 °C).

3.3 Metodología de tratamiento de datos

En esta sección, se pretende explicar los pasos que se han seguido para procesar adecuadamente los datos recolectados experimentalmente, con el fin de poder dar respuesta a la hipótesis planteada en la introducción de este trabajo.

Como se ha dicho, en general, al calcular la tensión σ sobre un elemento, se ignora la curvatura y, simplemente, se calcula multiplicando la deformación medida mediante la galga extensométrica por el módulo de elasticidad, es decir: $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Por lo tanto, se propone que, para calcular la tensión corregida por los efectos de la curvatura σ_c se debe utilizar un factor de corrección K_c . Es decir:

$$\sigma_c = K_c \cdot \sigma = K_c(E \cdot \varepsilon)$$

Ecuación 3-9

Para determinar el Factor de Corrección por Curvatura, K_c , se ha realizado un análisis de regresión múltiple por mínimos cuadrados a partir de los datos procesados de los ensayos experimentales. En la Figura 3-41 se representa el diagrama de flujo de la metodología utilizada para el desarrollo de este trabajo.

Como se puede observar, por un lado se tiene la deformación que ha sido medida experimentalmente por medio de las galgas extensométricas en los ensayos sobre los tubos y las probetas planas, mientras que, por otro lado, la tensión ha sido calculada a partir de la fuerza aplicada en cada caso. Esta fuerza también ha sido medida durante los ensayos, de manera que a cada valor de deformación medido le corresponde un valor de fuerza aplicada. Para obtener la tensión a partir de los valores de fuerza, se han utilizado dos modelos distintos, en uno se aplican las leyes de la Resistencia de Materiales mientras que en el otro se utiliza el Método de los Elementos Finitos. Estos dos modelos se explican en la sección 3.3.1.

Paralelamente, se han evaluado los errores e incertidumbres cometidos en ambos casos, tal y como se comenta en la sección 3.3.2. De esta manera, se ha podido cuantificar y efectuar la corrección correspondiente para el caso de los errores y, además, cuantificar la desviación con respecto al valor real por medio de la incertidumbre global.

El tratamiento de los datos experimentales se ha desarrollado por medio de hojas de cálculo de Excel. En la sección 3.3.3 se explica con detalle los pasos realizados mediante estas hojas de cálculo para calcular la tensión, corregir los valores de deformación y calcular la incertidumbre.

Una vez obtenidas las deformaciones corregidas y las tensiones para todos los ensayos en superficies planas y curvas, se ha realizado un análisis de regresión múltiple por mínimos cuadrados, tal y como se comentará en la sección 3.3.4.

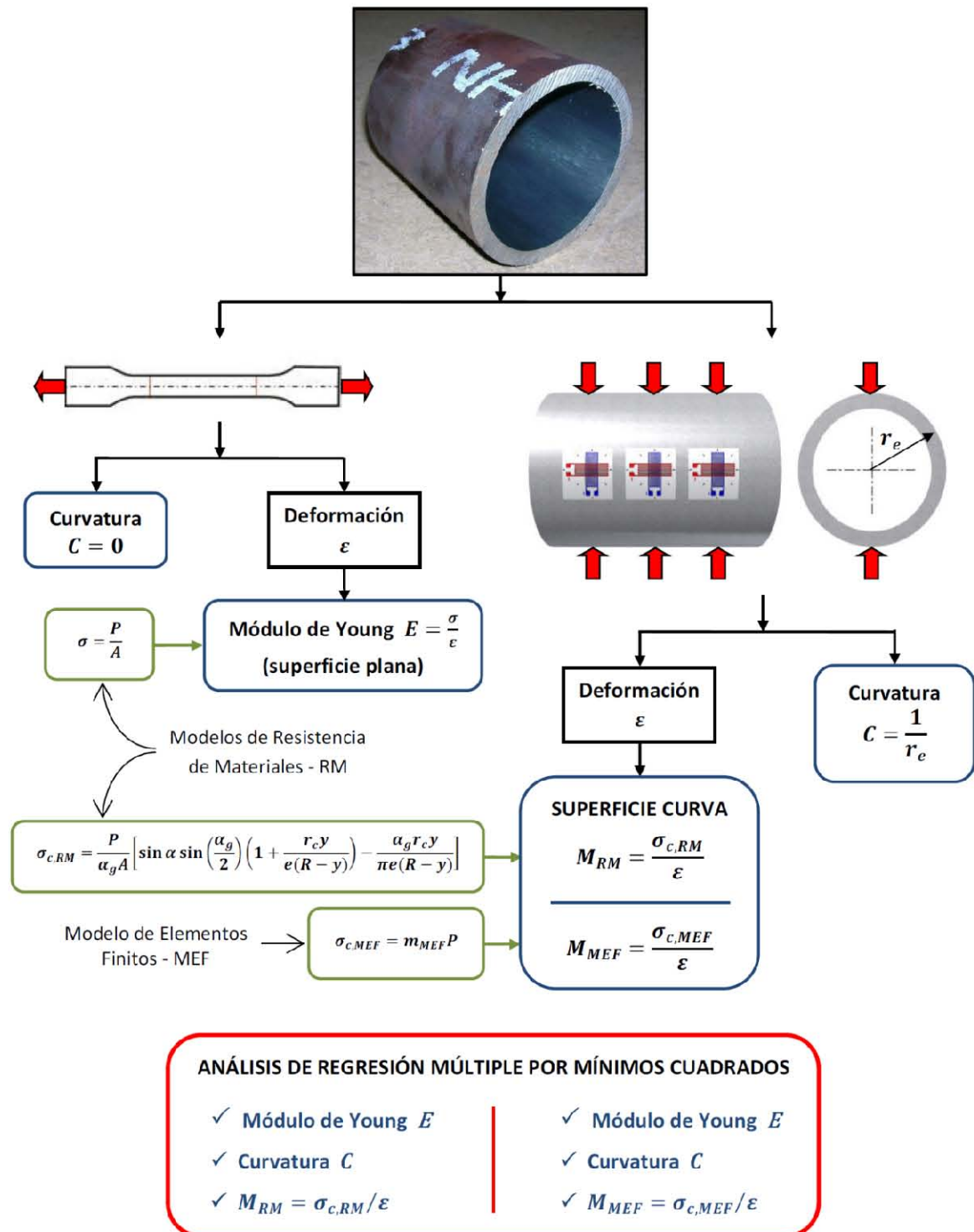


Figura 3-41. Diagrama de flujo de la metodología seguida para los tubos

3.3.1 Tensión promedio en anillos circulares

Para calcular la tensión promedio en un anillo circular, a partir de la carga aplicada, se han seguido dos modelos distintos, el primero desarrollado a partir de las teorías de Resistencia de Materiales y el segundo a partir del Método de los Elementos Finitos. En las dos secciones siguientes, se explican los detalles de ambos modelos.

3.3.1.1 Modelo de resistencia de materiales (RM)

En el modelo de resistencia de materiales planteado, se sigue la misma idea utilizada en la sección 3.1.2.3 para encontrar la deformación promedio. Por lo tanto, para cualquier intervalo de α , simplemente es necesario calcular el área bajo la curva definida por la Ecuación 2-42 y dividirla por el ángulo comprendido entre el intervalo. Es decir (los parámetros han sido definidos en la sección 2.6):

$$\sigma_{prom} = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{P}{A} \left[\frac{\sin \alpha}{2} - \frac{r_c y}{e(R - y)} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin \alpha}{2} \right) \right] d\alpha$$

Resolviendo la integral definida, se obtiene una expresión para la tensión promedio, como:

$$\sigma_{prom} = \frac{P}{(\alpha_2 - \alpha_1)A} \left[\frac{-\cos \alpha}{2} - \frac{r_c y}{e(R - y)} \left(\frac{\alpha}{\pi} + \frac{\cos \alpha}{2} \right) \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

La cual da como resultado la siguiente ecuación:

$$\sigma_{prom} = \frac{P}{(\alpha_2 - \alpha_1)A} \left[\left(\frac{-\cos \alpha_2}{2} - \frac{r_c y}{e(R - y)} \left(\frac{\alpha_2}{\pi} + \frac{\cos \alpha_2}{2} \right) \right) - \left(\frac{-\cos \alpha_1}{2} - \frac{r_c y}{e(R - y)} \left(\frac{\alpha_1}{\pi} + \frac{\cos \alpha_1}{2} \right) \right) \right]$$

Ecuación 3-10

Para el caso en concreto en el que se tiene una galga que cubre un ángulo α_g de la circunferencia del tubo y que se encuentra posicionada a un ángulo α con respecto a

la línea de aplicación de la carga, se tiene que $\alpha_1 = \alpha - \frac{\alpha_g}{2}$ y $\alpha_2 = \alpha + \frac{\alpha_g}{2}$. Por lo tanto, la

Ecuación 3-10 se convierte en:

$$\sigma_{prom} = \frac{P}{\alpha_g A} \left[\left(\frac{-\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_g}{2}\right)}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha + \frac{\alpha_g}{2}}{\pi} + \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\alpha_g}{2}\right)}{2} \right) \right) \right. \\ \left. - \left(\frac{-\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_g}{2}\right)}{2} - \frac{r_c y}{e(R-y)} \left(\frac{\alpha - \frac{\alpha_g}{2}}{\pi} + \frac{\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_g}{2}\right)}{2} \right) \right) \right]$$

Simplificando términos se obtiene:

$$\sigma_{prom} = \frac{P}{\alpha_g A} \left[\sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha_g}{2}\right) \left(1 + \frac{r_c y}{e(R-y)} \right) - \frac{\alpha_g r_c y}{\pi e(R-y)} \right] \quad \text{Ecuación 3-11}$$

La que a su vez se puede simplificar más si se observa que esta ecuación es lineal y que se puede escribir como:

$$\sigma_{c, RM} = m_{RM} P \quad \text{Ecuación 3-12}$$

Donde se ha cambiado el subíndice de la tensión para identificar la tensión en un elemento curvo calculada según las teorías de Resistencia de Materiales. La pendiente de la recta, m_{RM} , caracteriza el cambio de la tensión con la fuerza aplicada y viene dada por la siguiente ecuación:

$$m_{RM} = \frac{1}{\alpha_g A} \left[\sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha_g}{2}\right) \left(1 + \frac{r_c y}{e(R-y)} \right) - \frac{\alpha_g r_c y}{\pi e(R-y)} \right] \quad \text{Ecuación 3-13}$$

Los resultados de la ecuación anterior para cada tamaño de tubo, se detallan en la sección 4.1.1.

3.3.1.2 Modelo de elementos finitos (MEF)

En esta sección se detalla el modelo de elementos finitos elaborado con el fin de simular el comportamiento de los tubos cuando son sometidos a una carga de compresión. El modelo es similar al explicado en la sección 3.1.2.4, sin embargo, en este

caso, el objetivo es determinar la ecuación que caracteriza la variación de la tensión media, con la fuerza aplicada sobre los tubos. Esto ha requerido una mayor cantidad de elementos para mejorar la precisión de los resultados y, por lo tanto, se ha optado por un modelo en 2D (deformación en un plano). El modelo desarrollado para confirmar la correcta ubicación de las galgas tiene menos simplificaciones y geométricamente es más real (aunque no más preciso). Sin embargo, ese modelo no permite un mallado suficientemente fino por razones de capacidad computacional, de ahí que para el obtener la ecuación que caracteriza la variación de la tensión promedio con la fuerza aplicada sobre los tubos, se haya optado por un modelo más simplificado, pero que permita un tamaño de malla más pequeño.

Para llevar a cabo el análisis se ha utilizado el software comercial de elementos finitos ABAQUS, en su versión 6.7.1. Se han realizado 5 modelos para los 5 tamaños de tubos distintos. Los cinco modelos son idénticos en la mayoría de aspectos, con excepción de las dimensiones de tubo (ver Tabla 3-2) y la posición de los nodos donde se midió la tensión. Esto último se debe a que, para efectos de ajustar el modelo lo más posible a la realidad, la tensión se ha medido en los nodos donde la galga se encuentra colocada físicamente (ver la Tabla 3-7 y la Tabla 3-10).

3.3.1.2.1 Definición geométrica

La geometría del modelo es simple, pues, consta únicamente de una superficie plana circular que representa el tubo. El útil superior, el útil inferior y la barra de sujeción y posicionamiento (ver Figura 3-21) no se han incluido en el modelo como un elemento aparte, únicamente se han tenido en cuenta a la hora de aplicar las condiciones de contorno, como se verá más adelante. A manera de ejemplo, en la Figura 3-42 se puede apreciar el modelo geométrico realizado para el tubo N° 1 con un diámetro nominal de 50 mm.

El único elemento deformable del modelo es el tubo y éste se ha simplificado al asumir que la deformación es plana, lo que permite utilizar elementos planos para el mallado. Por otro lado, el modelo también se ha simplificado al prescindir de los

elementos que representan al útil superior, al útil inferior y a la barra de sujeción. Para poder descartar estas simplificaciones disminuyeran la exactitud del modelo en comparación con el modelo en 3D, se han llevado a cabo simulaciones utilizando un tamaño de malla igual al del modelo en 3D. Las diferencias encontradas en los resultados de ambos casos son despreciables, de esta forma se comprobó su equivalencia con el modelo en 3 dimensiones y se procedió a afinar la malla.

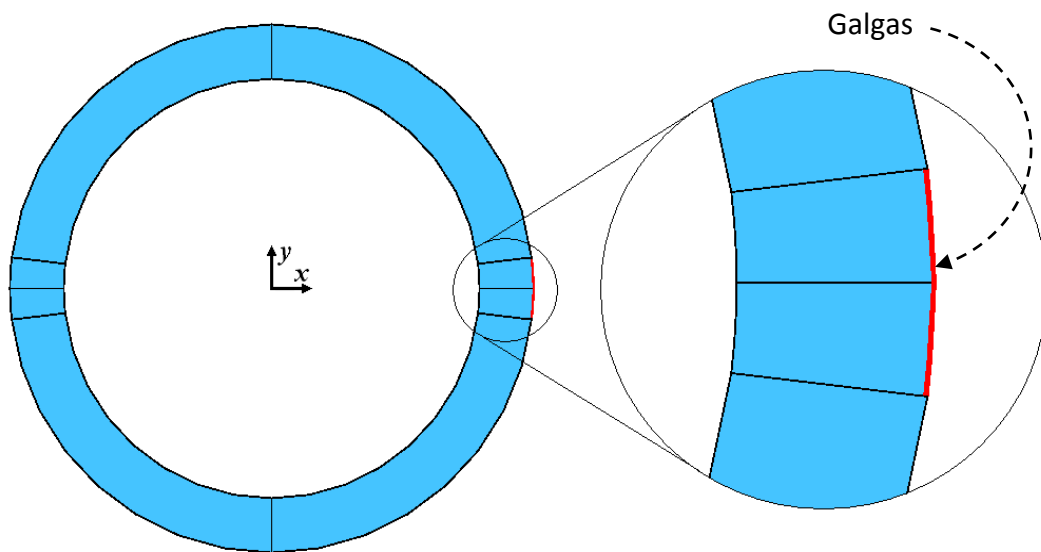


Figura 3-42. Modelo geométrico para el tubo N° 1

Con el fin de medir la tensión en los mismos puntos donde se encuentran las galgas extensométricas colocadas, se procedió a realizar una serie de particiones sobre el modelo geométrico del tubo. Las particiones se realizaron en concordancia con las distancias a las cuales se han colocado las galgas (ver Tabla 3-7) y a los ángulos abarcados por éstas según el diámetro del tubo (ver Tabla 3-10). Estas particiones permiten garantizar la presencia de nodos en la zona donde se encontrarían las galgas, independientemente del tamaño de la malla y el tipo de elemento que se utilice para el mallado. En la Figura 3-42 se puede apreciar las particiones realizadas a uno de los tubos. Los nodos de interés, es decir, los que están justo debajo de las galgas en dirección circunferencial (ver Figura 3-3), se encuentran a lo largo de la línea de color rojo que se muestra en la sección ampliada del tubo. Una vez terminada la simulación, se obtuvo el valor de la tensión en todos los nodos a lo largo de esta línea.

3.3.1.2.2 Propiedades

Las propiedades del material utilizadas para el modelo son las que se muestran en la Tabla 3-1. Al igual que en el modelo utilizado para confirmar la correcta ubicación de las galgas (ver sección 3.1.2.4), las cargas de compresión aplicadas no son suficientemente grandes como para alcanzar la deformación plástica (ver Tabla 3-3). Por consiguiente, el material de los tubos se ha definido como isotrópico y con un coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ (ver Tabla 3-1). El Módulo de Young utilizado se ha calculado a partir de los ensayos realizados a las probetas planas según la sección 3.2.4 y cuyos resultados se muestran más adelante en la sección 4.2.

Otra propiedad importante es la longitud del tubo, ya que, al utilizar un modelo plano, las únicas dimensiones que han sido definidas por medio del modelo geométrico son los radios interno y externo. Para que la sección quede totalmente definida, se le debe especificar a ABAQUS el espesor de la sección. En este caso particular, el espesor corresponde con la longitud del tubo (ver Tabla 3-2).

3.3.1.2.3 Interacciones, condiciones de contorno y cargas aplicadas

La simulación se realizó siguiendo un único paso, de carácter estático, por lo que se utilizó el procedimiento “*static general*” de ABAQUS. Cabe destacar que, previo a este único paso, existe un paso inicial que ABAQUS ejecuta por defecto y para el cual se han restringido todos los grados de libertad en dos nodos del tubo. Estos nodos corresponden con los puntos en donde, por un lado, se aplica la carga de compresión por medio del útil superior y, por el otro, se produce la reacción a esa fuerza por medio del útil inferior. En la Figura 3-43 se pueden apreciar la ubicación de estos dos nodos.

Una vez que el programa comienza la simulación, se aplica la fuerza de compresión. Para esto, se elimina la condición de contorno que restringe el movimiento vertical (eje y) en el nodo superior y se aplica sobre éste la carga correspondiente para cada tamaño de tubo (ver Tabla 3-3). De esta manera, las únicas restricciones que se mantienen en el nodo superior son las que impiden el movimiento en la dirección del eje x . Las restricciones a los grados de libertad en el nodo inferior se mantienen invariantes

durante toda la simulación, es decir, en todo momento se impide su movimiento en los ejes x e y . Estas condiciones de contorno pretenden emular la restricción al movimiento del tubo en la dirección del eje x , impuesta por la barra de sujeción y posicionamiento.

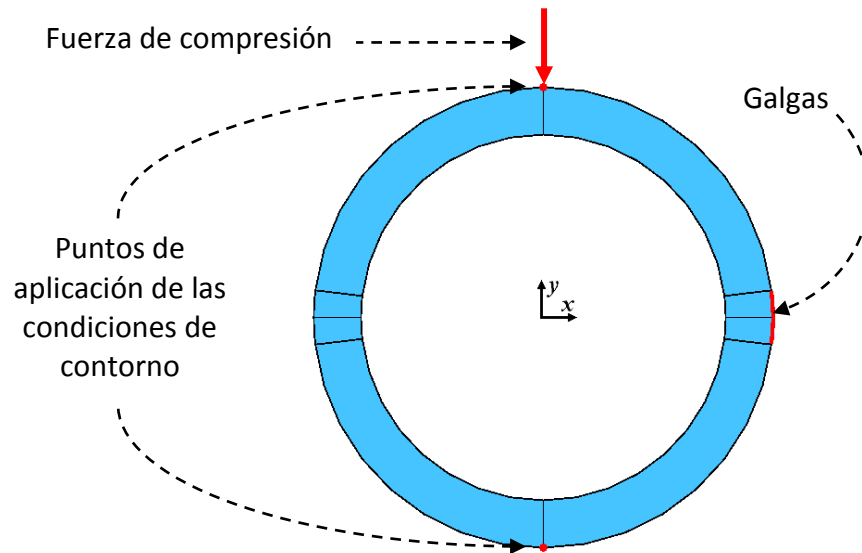


Figura 3-43. Aplicación de las condiciones de contorno en los tubos

3.3.1.2.4 Mallado

Dadas las características del modelo, el tubo es el único componente que ha requerido mallado. Las múltiples simulaciones de prueba realizadas llevaron a la conclusión de que el tipo de elemento que mejores resultados proporcionaba era el cuadrilátero. Por otro lado, este trabajo pretende estudiar el comportamiento de la superficie curva, por lo que se utilizaron elementos de segundo orden (cuadráticos). De esta manera los elementos se aproximan con mucha mayor precisión a la curvatura del tubo. El tipo de elemento seleccionado para el mallado es, por lo tanto, el CPE8R, un elemento cuadrilátero para deformación plana ("*plane strain*") con un total de 8 nodos.

Seguidamente, se seleccionó la forma que debía utilizar ABAQUS para el mallado automático, y para la cual se eligió la técnica de mallado estructurado. Por último, se definió el tamaño de los elementos a utilizar y se procedió al mallado del tubo. Se han realizado pruebas con diferentes tamaños de malla: 1 mm, 0,5 mm, 0,25 mm y 0,1 mm. El criterio utilizado para determinar el tamaño de malla óptimo ha sido realizar

simulaciones con tamaños de malla cada vez más pequeños, hasta llegar a un tamaño de malla a partir del cual los resultados de la simulación no varían. Estas pruebas se han realizado únicamente para el tubo más pequeño y el más grande (tubos Nº 1 y Nº 5). Los mejores resultados en cuanto a exactitud y duración de la simulación, se han conseguido para elementos de 0,25 mm de tamaño, por lo que éste ha sido el tamaño de malla seleccionado para el resto de los tubos. Para tamaños de malla más pequeños, el tiempo de simulación se incrementa y los resultados no varían. En la Figura 3-44 se puede apreciar el tubo Nº 1, una vez que se ha realizado el mallado.

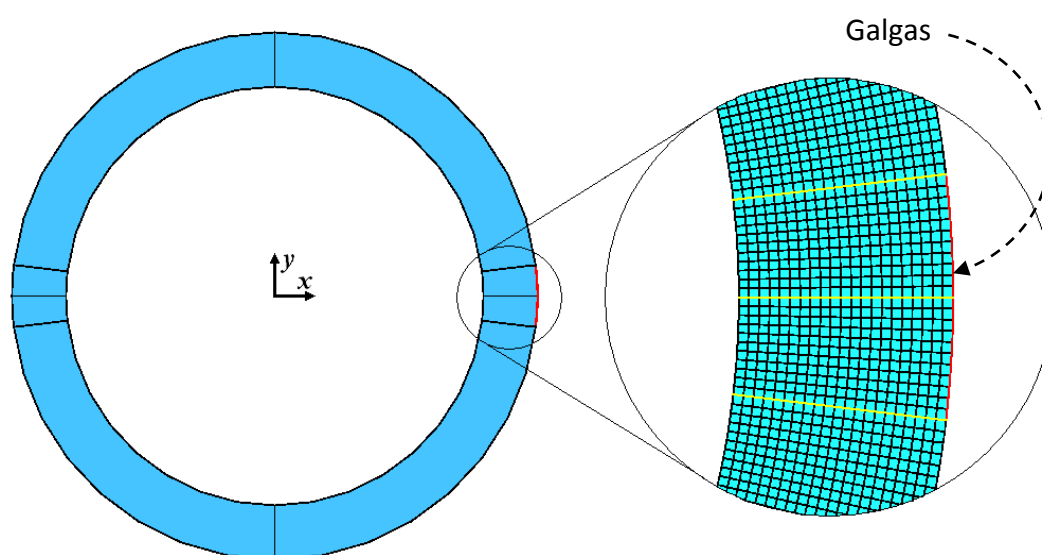


Figura 3-44. Mallado del tubo de diámetro nominal 50 mm.

Como ya se sabe, las galgas tienen una longitud de 6 mm y el diámetro externo es diferente para cada tubo, por lo tanto, la cantidad de nodos útiles para la medición de la tensión y el posterior cálculo de la tensión media bajo las galgas puede variar. Según la Tabla 3-15, únicamente el mallado realizado en el tubo Nº 5 ha dado como resultado una cantidad de nodos mayor a 45.

Tabla 3-15. Cantidad de nodos utilizados para calcular la tensión bajo la galga

	Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
Cantidad de nodos	45	45	45	45	47

3.3.1.2.5 Determinación de la tensión en dirección circunferencial

Una vez completo el modelo, se ha procedido a su simulación. El tiempo de simulación varía de un tubo a otro, pues, al aumentar el tamaño del tubo aumenta la cantidad de elementos y nodos. El máximo tiempo necesario para completar una simulación ha sido de 5,5 horas. Una vez finalizadas, se han extraído los valores de la tensión en los nodos de interés, es decir, los que se encuentran debajo de la galga. Como se podrá recordar de las secciones anteriores, la deformación medida con una galga corresponde al promedio de la deformación en la superficie a la cual está adherida. Por esta razón, para la correcta caracterización de la variación de la tensión media con la fuerza aplicada en el modelo de elementos finitos es necesario conocer la tensión en todos los nodos bajo las galgas.

Las particiones realizadas a la geometría del tubo han permitido que la obtención de la deformación en los nodos de interés sea sencilla; sin embargo, es importante notar que, las tensiones calculadas por ABAQUS para cada nodo se encuentran referenciadas al eje de coordenadas global. Debido a la curvatura del elemento, la tensión circunferencial genera una componente de tensión radial, así llamada pues actúa en dirección radial [HIBBELER, 1997]. Por otro lado, una galga mide la deformación en la superficie y, por lo tanto, la dirección de esa deformación será siempre tangente a la curvatura.

Para explicar esto con mayor claridad, a la izquierda de la Figura 3-45 se puede apreciar una sección transversal del tubo mallado y las fuerzas de compresión y de reacción aplicadas en dirección diametral. Considérese un nodo sobre la superficie externa del tubo y a un ángulo ϕ con el eje x . Las tensiones calculadas para ese nodo, de acuerdo con el eje de coordenadas utilizado por ABAQUS, tienen la dirección que se muestra en (a). Estas tensiones no son tangentes a la curvatura del elemento y, por lo tanto, es necesario hacer uso del círculo de Mohr para obtener la tensión en dirección circunferencial, tal y como se muestra en (b). Cabe recalcar que la tensión en la dirección circunferencial corresponde a la tensión principal máxima, mientras que el valor de la tensión en dirección radial corresponde a la tensión principal mínima.

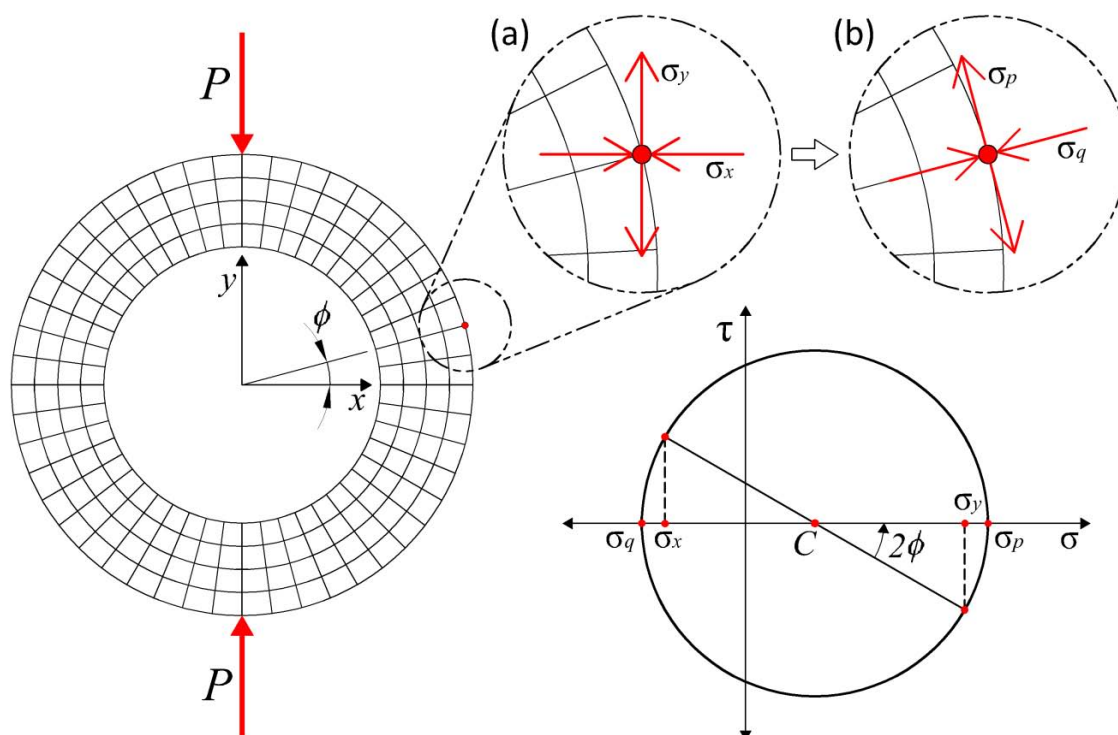


Figura 3-45. Deformación sufrida por un nodo en el análisis por elementos finitos.

Por simple geometría del círculo de Mohr, es posible obtener la siguiente ecuación para la deformación principal máxima (ver Figura 3-45):

$$\sigma_p = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\cos(2\phi)}$$

Es importante mencionar que en cada uno de los pasos de la simulación, ABAQUS realiza pequeños incrementos en las cargas y condiciones de contorno aplicadas. El tamaño de cada incremento depende en gran parte de la complejidad del modelo. El modelo es relativamente sencillo y por lo tanto existe la posibilidad de que ABAQUS sea capaz de realizar incrementos muy grandes. Para garantizar que se cuenta con suficientes datos para representar la variación de la deformación en cualquier nodo con respecto a la fuerza de compresión aplicada, se ha especificado que durante la simulación debe haber, como mínimo, un total de 20 incrementos.

3.3.1.2.6 Tensión media en función de la carga aplicada

Una vez obtenida la tensión en dirección circunferencial en cada uno de los nodos y para cada incremento de la fuerza aplicada, simplemente es necesario promediarlas para obtener la tensión media a lo largo de los nodos que estarían cubiertos por la galga.

A continuación, para cada uno de los tubos, se ha procedido a representar de manera gráfica la tensión media en los nodos contra la fuerza aplicada. Finalmente, se ha realizado una regresión lineal por mínimos cuadrados para encontrar la ecuación que permite calcular la tensión media a partir de cualquier valor de fuerza de compresión aplicada. La caracterización de la variación de la tensión media, $\sigma_{c,MEF}$, con la fuerza, P , da como resultado una ecuación lineal:

$$\sigma_{c,MEF} = m_{MEF}P \quad \text{Ecuación 3-14}$$

Los resultados de la regresión lineal, a partir de la que se obtienen las pendientes m_{MEF} para cada tamaño de tubo, se detallan en la sección 4.1.2.

3.3.2 Modelo de error e incertidumbre

En el caso particular que se estudia en este trabajo, se pretende encontrar la incertidumbre asociada a la cadena de medida del sistema de medición extensométrico. Para ello se ha desarrollado un modelo de cálculo de errores, de acuerdo con las secciones 2.3.5 y 2.4, que se detalla a continuación.

En primer lugar, es necesario definir el error de medida E como la desviación del valor medido en una observación k cualquiera (en este caso la deformación ε_k), respecto del valor verdadero ε [JCGM, 2008]. Es imposible conocer el valor real de la magnitud; sin embargo, sí es posible determinar los límites inferior y superior entre los cuales se encuentra esa magnitud real. Por lo tanto, de acuerdo con esta definición de error:

$$E = \varepsilon_k - \varepsilon$$

Despejando ε se obtiene:

$$\varepsilon = \varepsilon_k - E \quad \text{Ecuación 3-15}$$

Por otro lado, el error de medida E , se define también como la suma del error sistemático E_s y el error aleatorio E_r :

$$E = E_r + E_s \quad \text{Ecuación 3-16}$$

y el error aleatorio E_r a su vez, se define como:

$$E_r = \varepsilon_k - \hat{\varepsilon} \quad \text{Ecuación 3-17}$$

donde $\hat{\varepsilon}$ es la media aritmética de la deformación de una serie de medidas. Sustituyendo la Ecuación 3-16 y la Ecuación 3-17 en la Ecuación 3-15 se obtiene:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_k - E_r - E_s = \varepsilon_k - (\varepsilon_k - \hat{\varepsilon}) - E_s \\ \varepsilon &= \hat{\varepsilon} - E_s \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3-18}$$

Aplicando la Ecuación 2-7, es posible encontrar la varianza combinada $u_c^2(\varepsilon)$:

$$\begin{aligned} u_c^2(\varepsilon) &= \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \hat{\varepsilon}} u(\hat{\varepsilon}) \right]^2 + \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial E_s} u(E_s) \right]^2 \\ u_c^2(\varepsilon) &= [1 \cdot u(\hat{\varepsilon})]^2 + [1 \cdot u(E_s)]^2 \\ u_c^2(\varepsilon) &= u^2(\hat{\varepsilon}) + u^2(E_s) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3-19}$$

donde $u(E_s)$ es la incertidumbre del error sistemático y $u(\hat{\varepsilon})$ es la incertidumbre de la media aritmética $\hat{\varepsilon}$. La variable E_s es el error sistemático asociado a la cadena de medida y, por lo tanto, es la suma de todos los errores que la hayan afectado. Para el caso de la medida de la deformación con galgas extensométricas, el error sistemático es entonces:

$$E_s = E_{ST} + E_T + E_A + E_{NL} \quad \text{Ecuación 3-20}$$

donde E_{ST} es el error debido a la sensibilidad transversal, E_T es el error debido a la temperatura, E_A es el error debido al mal alineamiento de la galga y E_{NL} es el error

debido a la no linealidad del puente de Wheatstone. Aplicando la Ecuación 2-7, es posible encontrar la varianza $u^2(E_s)$, como se muestra a continuación:

$$u^2(E_s) = \left[\frac{\partial E_s}{\partial E_{ST}} u(E_{ST}) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_s}{\partial E_T} u(E_T) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_s}{\partial E_A} u(E_A) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_s}{\partial E_{NL}} u(E_{NL}) \right]^2$$

$$u^2(E_s) = [1 \cdot u(E_{ST})]^2 + [1 \cdot u(E_T)]^2 + [1 \cdot u(E_A)]^2 + [1 \cdot u(E_{NL})]^2$$

$$u^2(E_s) = u^2(E_{ST}) + u^2(E_T) + u^2(E_A) + u^2(E_{NL}) \quad \text{Ecuación 3-21}$$

Es decir, que la varianza del error sistemático total cometido es igual a la suma de las varianzas de los errores sistemáticos individuales. Sustituyendo la Ecuación 3-21 en la Ecuación 3-19 y aplicando la raíz cuadrada a ambos lados de la ecuación se logra encontrar la incertidumbre estándar combinada de la deformación ε_i para cada galga, según la nomenclatura descrita en la Figura 3-3:

$$u_c(\varepsilon_i) = \sqrt{u^2(\hat{\varepsilon}_i) + u^2(E_{ST,i}) + u^2(E_{T,i}) + u^2(E_{A,i}) + u^2(E_{NL,i})} \quad \text{Ecuación 3-22}$$

Por último, multiplicando la Ecuación 3-22 por un factor de cobertura k_p , según se ha explicado en la sección 2.3.4, se llega finalmente a una expresión para la incertidumbre expandida de la deformación medida por la galga i (ver Figura 3-3):

$$U(\varepsilon_i) = k_p \cdot u_c(\varepsilon_i)$$

$$U(\varepsilon_i) = k_p \cdot \sqrt{u^2(\hat{\varepsilon}_i) + u^2(E_{ST,i}) + u^2(E_{T,i}) + u^2(E_{A,i}) + u^2(E_{NL,i})} \quad \text{Ecuación 3-23}$$

A continuación se realizará el análisis para determinar las varianzas de cada uno de los errores considerados a lo largo de este trabajo.

3.3.2.1 Incertidumbre del instrumento de medida

La incertidumbre del instrumento de medida es de suma importancia pues afecta a todas las demás incertidumbres. A continuación se analiza la incertidumbre de los dos instrumentos utilizados en la realización de este trabajo.

3.3.2.1.1 Incertidumbre del San-ei

Esta incertidumbre tiene que ver con el hecho de que las deformaciones medidas por el San-ei ($\hat{\varepsilon}_1$ y $\hat{\varepsilon}_2$) se obtienen de forma indirecta por medio de la Ecuación 3-4. Por lo tanto, para obtener la incertidumbre de la medida debida al instrumento, es necesario aplicar la Ley de Propagación de la Incertidumbre para cada galga. Aplicando derivadas parciales a la Ecuación 3-4 es posible obtener los coeficientes de sensibilidad para la galga i :

Ecuación 3-24

$$\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial \hat{V}_i} = \frac{2\varepsilon_c}{F_i V_{c,i}} \quad (a)$$

$$\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial \varepsilon_c} = \frac{2\hat{V}_i}{F_i V_{c,i}} \quad (b)$$

$$\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial V_{c,i}} = -\frac{2\hat{V}_i \varepsilon_c}{F_i V_{c,i}^2} \quad (c)$$

$$\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial F_i} = -\frac{2\hat{V}_i \varepsilon_c}{F_i^2 V_{c,i}} \quad (d)$$

Por último, se aplica la Ecuación 2-8 para encontrar la varianza de la medida debida al instrumento $u^2(\hat{\varepsilon}_i)$ para las galgas:

$$u^2(\hat{\varepsilon}_i) = \left[\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial \hat{V}_i} u(\hat{V}_i) \right]^2 + \left[\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial \varepsilon_c} u(\varepsilon_c) \right]^2 + \left[\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial V_{c,i}} u(V_{c,i}) \right]^2 + \left[\frac{\partial \hat{\varepsilon}_i}{\partial F_i} u(F_i) \right]^2 \quad \text{Ecuación 3-25}$$

donde la incertidumbre estándar $u(\hat{V}_i)$ se obtiene por medio de la Ecuación 2-4 aplicando el procedimiento descrito para las evaluaciones tipo A o por medio de la Ecuación 2-5 de acuerdo con el procedimiento para las evaluaciones tipo B, según la que proceda. Es decir,

$$u(\hat{V}_i) = \max[u(V_i), s(\hat{V}_i)] \quad \text{Ecuación 3-26}$$

3.3.2.1.2 Incertidumbre del VISHAY 5000

En el caso del VISHAY 5000, el cálculo de la deformación a partir del voltaje medido en el puente de Wheatstone lo realiza automáticamente el equipo, por lo que no es posible aplicar la Ley de Propagación de la Incertidumbre.

En este caso, es necesario hacer uso de la información proporcionada por el fabricante en las especificaciones técnicas del equipo. Según estas especificaciones, la resolución es $\pm 1 \mu\text{m/m}$, lo cual permite estimar el límite superior y el inferior de la incertidumbre. Asumiendo que la distribución de la incertidumbre es rectangular uniforme, este valor corresponde con el semirango de la distribución [JCGM, 2008]. Por lo tanto, de acuerdo con el procedimiento para las evaluaciones tipo B descrito en la sección 2.3.2, la incertidumbre se puede obtener por medio de la Ecuación 2-5. Es decir:

$$u(\hat{\varepsilon}_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{10^{-6}(\text{m/m})}{\sqrt{3}} = 5,77 \cdot 10^{-7} \text{ m/m} \quad \text{Ecuación 3-27}$$

3.3.2.2 Incertidumbre debida a la sensibilidad transversal

La Ecuación 2-12 permite obtener el error debido a la sensibilidad transversal relativo a la deformación verdadera a lo largo del eje principal de la galga. Si se multiplica esta ecuación por el valor de la deformación verdadera, se consigue una expresión para el error debido a la sensibilidad transversal E_{ST} , es decir:

$$E_{ST} = \varepsilon_a e_{st} = \varepsilon_a \frac{K_t \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} + \nu_F \right)}{1 - \nu_F K_t}$$

$$E_{st} = \frac{K_t (\varepsilon_t + \varepsilon_a \nu_F)}{1 - \nu_F K_t} \quad \text{Ecuación 3-28}$$

Esta ecuación del error es, a su vez, función de los valores reales de la deformación en la dirección axial (ε_a) y transversal (ε_t) de la galga además del coeficiente de sensibilidad transversal K_t y el módulo de Poisson ν_F utilizado por el fabricante. Las deformaciones verdaderas no son conocidas, pero se pueden aproximar utilizando los valores de las deformaciones corregidas. Éstas se pueden calcular a partir de las

ecuaciones que se muestran en la Tabla 2-2 para el caso de la roseta de dos galgas a 90° de la siguiente manera:

Ecuación 3-29

$$\varepsilon_{a,1} = \varepsilon_{t,2} = \varepsilon_1 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\varepsilon}_1 - K_t \hat{\varepsilon}_2) \quad (a)$$

$$\varepsilon_{a,2} = \varepsilon_{t,1} = \varepsilon_2 = \frac{1 - \nu_F K_t}{1 - K_t^2} (\hat{\varepsilon}_2 - K_t \hat{\varepsilon}_1) \quad (b)$$

Por lo tanto, los errores debidos a la sensibilidad transversal para las dos galgas se pueden obtener sustituyendo las Ecuación 3-29 (a) y (b) en la Ecuación 3-28:

Ecuación 3-30

$$E_{ST,1} = \frac{K_t}{1 - K_t^2} [\hat{\varepsilon}_1 (\nu_F - K_t) + \hat{\varepsilon}_2 (1 - \nu_F K_t)] \quad (a)$$

$$E_{ST,2} = \frac{K_t}{1 - K_t^2} [\hat{\varepsilon}_2 (\nu_F - K_t) + \hat{\varepsilon}_1 (1 - \nu_F K_t)] \quad (b)$$

Para obtener la incertidumbre debida al error por sensibilidad transversal, es necesario aplicar la Ley de Propagación de la Incertidumbre para cada galga. Aplicando derivadas parciales a la Ecuación 3-30 (a), es posible obtener los coeficientes de sensibilidad para la galga N° 1:

Ecuación 3-31

$$\frac{\partial E_{ST,1}}{\partial \hat{\varepsilon}_1} = \frac{K_t (\nu_F + K_t)}{1 - K_t^2} \quad (a)$$

$$\frac{\partial E_{ST,1}}{\partial \hat{\varepsilon}_2} = \frac{K_t (1 - \nu_F K_t)}{1 - K_t^2} \quad (b)$$

$$\frac{\partial E_{ST,1}}{\partial \nu_F} = \frac{K_t (\hat{\varepsilon}_1 - K_t \hat{\varepsilon}_2)}{1 - K_t^2} \quad (c)$$

$$\frac{\partial E_{ST,1}}{\partial K_t} = \frac{[\hat{\varepsilon}_1 (\nu_F - 2K_t) + \hat{\varepsilon}_2 (1 - 2\nu_F K_t)](1 - K_t^2) + 2K_t^2 [\hat{\varepsilon}_1 (\nu_F - K_t) + \hat{\varepsilon}_2 (1 - \nu_F K_t)]}{(1 - K_t^2)^2} \quad (d)$$

Procediendo de igual manera, se aplica derivadas parciales a la Ecuación 3-30 (b) para obtener los coeficientes de sensibilidad para la galga Nº 2:

Ecuación 3-32

$$\frac{\partial E_{ST,2}}{\partial \hat{\epsilon}_1} = \frac{K_t(1 + \nu_F K_t)}{1 - K_t^2} \quad (a)$$

$$\frac{\partial E_{ST,2}}{\partial \hat{\epsilon}_2} = \frac{K_t(\nu_F - K_t)}{1 - K_t^2} \quad (b)$$

$$\frac{\partial E_{ST,2}}{\partial \nu_F} = \frac{K_t(\hat{\epsilon}_2 - K_t \hat{\epsilon}_1)}{1 - K_t^2} \quad (c)$$

$$\frac{\partial E_{ST,2}}{\partial K_t} = \frac{[\hat{\epsilon}_1(1 - 2\nu_F K_t) + \hat{\epsilon}_2(\nu_F - 2K_t)](1 - K_t^2) + 2K_t^2[\hat{\epsilon}_1(1 - \nu_F K_t) + \hat{\epsilon}_2(\nu_F - K_t)]}{(1 - K_t^2)^2} \quad (d)$$

Debido a que las magnitudes $\hat{\epsilon}_1$ y $\hat{\epsilon}_2$ han sido obtenidas a partir de observaciones simultáneas de V_1 y V_2 , puede existir una correlación entre ambas y por lo tanto, es necesario aplicar la Ecuación 2-9 para encontrar la varianza del error debido a la sensibilidad transversal $u^2(E_{ST,i})$. De esta forma se obtiene:

$$u^2(E_{ST,i}) = \left[\frac{\partial E_{ST,i}}{\partial \hat{\epsilon}_1} u(\hat{\epsilon}_1) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{ST,i}}{\partial \hat{\epsilon}_2} u(\hat{\epsilon}_2) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{ST,i}}{\partial \nu_F} u(\nu_F) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{ST,i}}{\partial K_t} u(K_t) \right]^2 + 2 \frac{\partial E_{ST,i}}{\partial \hat{\epsilon}_1} \frac{\partial E_{ST,i}}{\partial \hat{\epsilon}_2} u(\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2)$$

Ecuación 3-33

donde las derivadas parciales $\partial E_{ST,i}/\partial x_i$ son los coeficientes de sensibilidad para la galga en estudio, los $u(x_i)$ son las incertidumbres de cada variable y $u(\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2)$ es la estimación de la covarianza dada por la Ecuación 2-10 que para este caso se obtiene:

$$u(\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (\hat{\epsilon}_{1,k} - \hat{\epsilon}_1)(\hat{\epsilon}_{2,k} - \hat{\epsilon}_2)$$

Ecuación 3-34

donde $\hat{\epsilon}_{1,k}$ y $\hat{\epsilon}_{2,k}$ son los valores de la k^a observación de la deformación en las galgas 1 y 2 que se han obtenido a partir de la Ecuación 3-4 para cada una de las observaciones realizadas, $\hat{\epsilon}_1$ y $\hat{\epsilon}_2$ son las medias aritméticas para las galgas 1 y 2, respectivamente, y n es el número total de observaciones.

3.3.2.3 Incertidumbre debida a la temperatura

Para encontrar la incertidumbre producto de efectuar la medición a una temperatura distinta de la temperatura ambiente, primero es necesario escribir la ecuación del error para este caso:

$$E_T = \hat{\varepsilon}_i - \varepsilon_i$$

donde ε_i es la deformación verdadera en la dirección de máxima sensibilidad de la galga y $\hat{\varepsilon}_i$ es la deformación medida (incorrecta) donde i toma los valores 1 ó 2, según la Figura 3-3. El valor de la deformación verdadera es imposible de conocer, sin embargo, se puede obtener una buena aproximación utilizando el valor corregido de la deformación obtenido por medio de la Ecuación 2-19. Sustituyendo esta última en la ecuación anterior, se obtiene:

$$E_{T,i} = \hat{\varepsilon}_i - (\hat{\varepsilon}_i - \varepsilon_{ap}) \frac{F_I}{F_i \left(1 + \frac{\Delta F}{100}\right)}$$

El fabricante de las galgas utilizadas en este trabajo, además de proporcionar gráficamente la variación del factor de galga con la temperatura, también facilita el coeficiente de variación del factor de galga con la temperatura C_T , el cual puede ser utilizado para encontrar directamente la variación del factor de galga a la temperatura de prueba. Por lo tanto, se puede decir que $\Delta F = C_T \Delta T$, donde ΔT es el cambio de temperatura a partir de la temperatura utilizada por el fabricante para obtener C_T y que en general es la temperatura ambiente. De esta manera, la ecuación anterior se convierte en:

$$E_{T,i} = \hat{\varepsilon}_i - (\hat{\varepsilon}_i - \varepsilon_{ap}) \frac{F_I}{F_i (1 + C_T \Delta T)}$$

$$E_{T,i} = \hat{\varepsilon}_i - \frac{F_I (\hat{\varepsilon}_i - \varepsilon_{ap})}{F_i [1 + C_T (T - T_F)]}$$

Ecuación 3-35

donde F_I es el factor de galga utilizado durante la prueba (generalmente corresponde con el proporcionado por el fabricante y que ha sido obtenido a temperatura ambiente), F_i es el factor de galga a temperatura ambiente, C_T es el coeficiente de variación del factor de galga con la temperatura, T es la temperatura a la que se realiza la prueba y T_F es la temperatura a la cual el fabricante obtuvo F_i y C_T (normalmente es la temperatura ambiente).

De la hoja de especificaciones técnicas de las galgas que proporciona el fabricante de la roseta (TML), se puede obtener la ecuación de la deformación térmica aparente ε_{ap} en función de la temperatura. Esta ecuación, sin embargo, aplica únicamente para el mismo material utilizado por el fabricante para encontrar la curva de ε_{ap} . Debido a que el material utilizado por el fabricante es acero SS 400 (JIS G3101) y el utilizado en los ensayos es acero al carbón ST-52.0 (DIN-1629), no es posible utilizarla. Por lo tanto, es necesario hacer uso de la Ecuación 2-15, la cual se sustituye en la Ecuación 3-35. El ΔT correspondiente a la Ecuación 2-15 se ha sustituido por $(T - T_o)$, donde T_o es la temperatura a la cual se ha equilibrado el circuito (puente de Wheatstone):

$$E_{T,i} = \hat{\varepsilon}_i - \frac{F_I \left(\hat{\varepsilon}_i - \frac{[\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G)] (T - T_o)}{F_I} \right)}{F_i [1 + C_T (T - T_F)]}$$

$$E_{T,i} = \hat{\varepsilon}_i - \frac{F_I \hat{\varepsilon}_i - [\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G)] (T - T_o)}{F_i [1 + C_T (T - T_F)]} \quad \text{Ecuación 3-36}$$

Para obtener la incertidumbre debida al error por temperatura, es necesario aplicar la Ley de Propagación de la Incertidumbre para cada galga. Aplicando derivadas parciales a la Ecuación 3-36, es posible obtener los coeficientes de sensibilidad para las galgas, tal y como que se muestran a continuación:

Ecuación 3-37

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_i} = 1 - \frac{F_i}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (a)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial F_i} = \frac{F_i \hat{\varepsilon}_i - \beta_G(T - T_o)}{F_i^2[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (b)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial F_i} = - \frac{\hat{\varepsilon}_i}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (c)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \beta_G} = \frac{(T - T_o)}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (d)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \alpha_S} = \frac{\left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t}\right)(T - T_o)}{1 + C_T(T - T_F)} \quad (e)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \alpha_G} = - \frac{\left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t}\right)(T - T_o)}{1 + C_T(T - T_F)} \quad (f)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial K_t} = \frac{(1 + \nu_o)(\alpha_S - \alpha_G)(T - T_o)}{(1 - \nu_F K_t)^2[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (g)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial T_o} = - \frac{\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t}\right)(\alpha_S - \alpha_G)}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (h)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \nu_F} = \frac{K_t(1 + K_t)(\alpha_S - \alpha_G)(T - T_o)}{(1 - \nu_F K_t)^2[1 + C_T(T - T_F)]} \quad (i)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial T_F} = - \frac{C_T \left(F_i \hat{\varepsilon}_i - \left[\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G) \right] (T - T_o) \right)}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]^2} \quad (j)$$

$$\frac{\partial E_{T,i}}{\partial C_T} = \frac{\left(F_i \hat{\varepsilon}_i - \left[\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G) \right] (T - T_o) \right) (T - T_F)}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]^2} \quad (k)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{T,i}}{\partial T} = & \frac{\left[\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G) \right]}{F_i[1 + C_T(T - T_F)]} \\ & + \frac{C_T \left(F_i \hat{\varepsilon}_i - \left[\beta_G + F_i \left(\frac{1 + K_t}{1 - \nu_F K_t} \right) (\alpha_S - \alpha_G) \right] (T - T_o) \right)}{F_i(1 + C_T(T - T_o))^2} \quad (l) \end{aligned}$$

Debido a que las magnitudes $\hat{\varepsilon}_1$, $\hat{\varepsilon}_2$ y T han sido obtenidas a partir de observaciones simultáneas de V_1 , V_2 y T , puede existir una correlación entre ellas y por lo tanto, es necesario aplicar la Ecuación 2-9 para encontrar la varianza del error debido a la temperatura $u^2(E_{T,i})$ para las dos galgas. De esta forma se logra obtener la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 u^2(E_{T,i}) = & \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_i} u(\hat{\varepsilon}_i) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial F_i} u(F) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial F_I} u(F_I) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \beta_G} u(\beta_G) \right]^2 \\
 & + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \alpha_S} u(\alpha_S) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \alpha_G} u(\alpha_G) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial K_t} u(K_t) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial T_o} u(T_o) \right]^2 \\
 & + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial \nu_F} u(\nu_F) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial T_F} u(T_F) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial C_T} u(C_T) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{T,i}}{\partial T} u(T) \right]^2 \\
 & + 2 \frac{\partial E_{T,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_i} \frac{\partial E_{T,i}}{\partial T} u(\hat{\varepsilon}_i, T)
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación 3-38}$$

donde las derivadas parciales $\partial E_{T,i}/\partial x_i$ son los coeficientes de sensibilidad para cada galga, $u(x_i)$ son las incertidumbres de cada variable y $u(\hat{\varepsilon}_i, T)$ es la estimación de las covarianzas obtenidas a partir de la Ecuación 2-10 que para las galgas se puede definir como (según la Figura 3-3):

$$u(\hat{\varepsilon}_i, T) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (\hat{\varepsilon}_{i,k} - \hat{\varepsilon}_i)(T_k - T)
 \tag{Ecuación 3-39}$$

donde $\hat{\varepsilon}_{i,k}$ es el valor de la k^{a} observación de la deformación en la galga i que se han obtenido a partir de la Ecuación 3-4 para cada una de las observaciones realizadas, $\hat{\varepsilon}_i$ y T son las medias aritméticas, T_k es el valor de la k^{a} observación de la temperatura y n es el número total de observaciones.

3.3.2.4 Incertidumbre debida al mal alineamiento

Como se comentó en la sección 2.4.3, la Ecuación 2-20 se puede utilizar para encontrar el error cometido por un mal alineamiento de la galga con respecto a los ejes principales de deformación o al eje de deformación que se quiere medir. En la Figura 3-46 se muestra un estado de deformación biaxial cualquiera y una roseta a un ángulo $\theta = \phi + \beta$ con respecto a los ejes principales de deformación. Este ángulo θ es la suma del ángulo deseado ϕ y el error angular de instalación β .

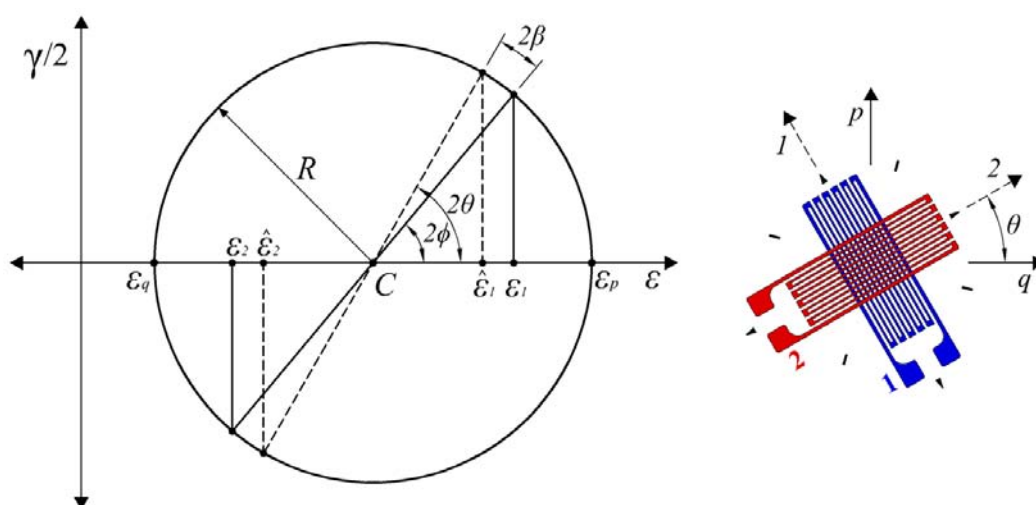


Figura 3-46. Círculo de Mohr de deformaciones

De acuerdo con el círculo de Mohr de la Figura 3-46, si R es el radio y C es el centro del círculo de Mohr de deformación, la deformación verdadera a un ángulo ϕ se escribe como:

$$\varepsilon_{\phi} = C + R \cos(2\phi)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la Ecuación 2-20 se obtiene que el error por mal alineamiento es:

$$E_A = \varepsilon_{\phi \pm \beta} - [C + R \cos(2\phi)] \quad \text{Ecuación 3-40}$$

La Ecuación 3-40 también se puede escribir en función de las deformaciones máxima ε_p y mínima ε_q en la dirección de los ejes principales:

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{\varepsilon_p + \varepsilon_q}{2} + \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_q}{2} \cos(2\phi)$$

$$E_A = \varepsilon_{\phi \pm \beta} - \left[\frac{\varepsilon_p + \varepsilon_q}{2} + \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_q}{2} \cos(2\phi) \right] \quad \text{Ecuación 3-41}$$

Por otro lado, si se utiliza una roseta de dos galgas a 90° y se conoce la dirección de los ejes principales de deformación p y q , es posible encontrar la magnitud del error mediante el círculo de Mohr de deformaciones, tal y como se observa en la Figura 3-46.

Es posible encontrar el centro C y el radio R , sabiendo que $\hat{\varepsilon}_1$ y $\hat{\varepsilon}_2$ son las deformaciones medidas por las galgas 1 y 2 a un ángulo obtenido θ (incorrecto) entre los ejes de máxima sensibilidad de las dos galgas de la roseta y los ejes de deformaciones principales p y q . De esta forma, C y R se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

Ecuación 3-42

$$C = \frac{\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2}{2} \quad (a)$$

$$R = \frac{\hat{\varepsilon}_1 - C}{\cos(2\theta)} = \frac{\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2}{2\cos(2\theta)} \quad (b)$$

Por otro lado, conociendo el ángulo θ , las deformaciones máximas sobre los ejes principales ε_p y ε_q se pueden escribir en términos de C y R de la siguiente manera:

$$\varepsilon_p = C + R$$

$$\varepsilon_q = C - R$$

Introduciendo los valores de C y R de la Ecuación 3-42 (a) y (b), se obtiene:

Ecuación 3-43

$$\varepsilon_p = \frac{\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2}{2} + \frac{\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2}{2\cos(2\theta)} \quad (a)$$

$$\varepsilon_q = \frac{\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2}{2} - \frac{\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2}{2\cos(2\theta)} \quad (b)$$

Por último, se pueden sustituir las expresiones obtenidas para R y C en la Ecuación 3-40, de tal forma, que se obtiene la expresión del error debido al mal alineamiento para las galgas 1 y 2. Tomando como $\varepsilon_{\phi \pm \beta} = \hat{\varepsilon}_1$ o $\varepsilon_{\phi \pm \beta} = \hat{\varepsilon}_2$ dependiendo del caso, se obtiene:

Ecuación 3-44

$$E_{A,1} = \hat{\varepsilon}_1 - \left[\frac{\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2}{2} + \frac{\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2}{2\cos(2\theta)} \cos(2\phi) \right] \quad (a)$$

$$E_{A,2} = \hat{\varepsilon}_2 - \left[\frac{\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2}{2} - \frac{\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2}{2\cos(2\theta)} \cos(2\phi) \right] \quad (b)$$

Para obtener la incertidumbre debida al error por mal alineamiento, es necesario aplicar la Ley de Propagación de la Incertidumbre para cada galga. Aplicando derivadas parciales a la Ecuación 3-44 (a), es posible obtener los coeficientes de sensibilidad para la galga Nº 1 que se muestran a continuación:

Ecuación 3-45

$$\frac{\partial E_{A,1}}{\partial \hat{\varepsilon}_1} = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2\phi)}{2 \cos(2\theta)} \quad (a)$$

$$\frac{\partial E_{A,1}}{\partial \hat{\varepsilon}_2} = \frac{\cos(2\phi)}{2 \cos(2\theta)} - \frac{1}{2} \quad (b)$$

$$\frac{\partial E_{A,1}}{\partial \theta} = - \frac{(\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2) \cos(2\phi) \sin(2\theta)}{\cos^2(2\theta)} \quad (c)$$

Procediendo de igual manera, se aplica derivadas parciales a la Ecuación 3-44 (b) para obtener los coeficientes de sensibilidad para la galga Nº 2:

Ecuación 3-46

$$\frac{\partial E_{A,2}}{\partial \hat{\varepsilon}_1} = \frac{\cos(2\phi)}{2 \cos(2\theta)} - \frac{1}{2} \quad (a)$$

$$\frac{\partial E_{A,2}}{\partial \hat{\varepsilon}_2} = \frac{1}{2} - \frac{\cos(2\phi)}{2 \cos(2\theta)} \quad (b)$$

$$\frac{\partial E_{A,2}}{\partial \theta} = \frac{(\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_2) \cos(2\phi) \sin(2\theta)}{\cos^2(2\theta)} \quad (c)$$

De nuevo, es necesario considerar la correlación entre las magnitudes $\hat{\varepsilon}_1$ y $\hat{\varepsilon}_2$ pues han sido obtenidas a partir de observaciones simultáneas de V_1 y V_2 y, por lo tanto, es necesario aplicar la Ecuación 2-9 para encontrar la varianza del error debido al mal alineamiento $u^2(E_{A,i})$ para las dos galgas:

$$u^2(E_{A,i}) = \left[\frac{\partial E_{A,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_1} u(\hat{\varepsilon}_1) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{A,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_2} u(\hat{\varepsilon}_2) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{A,i}}{\partial \theta} u(\theta) \right]^2 + 2 \frac{\partial E_{A,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_1} \frac{\partial E_{A,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_2} u(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2) \quad \text{Ecuación 3-47}$$

donde las derivadas parciales $\partial E_A / \partial x_i$ son los coeficientes de sensibilidad para la galga en estudio, los $u(x_i)$ son las incertidumbres de cada variable y $u(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2)$ es la estimación de la covarianza dada por la Ecuación 2-10 y que ya ha sido obtenida para el caso de la incertidumbre debida a la sensibilidad transversal por medio de la Ecuación 3-34.

3.3.2.5 Incertidumbre debida a la no linealidad del puente de Wheatstone

Para encontrar la incertidumbre debida a la no linealidad del puente de Wheatstone, primero es necesario definir el error como:

$$E_{NL} = \hat{\varepsilon}_i - \varepsilon_i \quad \text{Ecuación 3-48}$$

donde $\hat{\varepsilon}_i$ es la deformación medida (incorrecta) y ε_i es la deformación verdadera en la galga i . De la Tabla 2-3 se puede obtener la ecuación correspondiente para ε_i como el valor de la deformación corregida por los efectos de la no linealidad para una configuración de un cuarto de puente. Las ecuaciones de esta tabla dan como resultado unidades de $\mu\text{m}/\text{m}$, por lo tanto, ésta se ha multiplicado por 10^{-6} para que las unidades de la deformación sean consistentes con las utilizadas en todas las incertidumbres.

$$\varepsilon_i = \frac{2\hat{\varepsilon}_i}{2 - F_i\hat{\varepsilon}_i} \quad \text{Ecuación 3-49}$$

donde F es el factor de galga y $\hat{\varepsilon}_i$ es la deformación en la galga i . Sustituyendo la Ecuación 3-49 en la Ecuación 3-48 se obtiene el error en términos de la deformación medida (incorrecta) para cada galga:

$$E_{NL,i} = \hat{\varepsilon}_i - \frac{2\hat{\varepsilon}_i}{2 - F_i\hat{\varepsilon}_i} \quad \text{Ecuación 3-50}$$

Para obtener la incertidumbre debida al error por no linealidad, es necesario aplicar la Ley de Propagación de la Incertidumbre para cada galga. Aplicando derivadas parciales a la Ecuación 3-50, es posible obtener los coeficientes de sensibilidad que se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{NL,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_i} &= 1 - \frac{4}{(2 - F_i\hat{\varepsilon}_i)^2} & \text{(a)} \\ \frac{\partial E_{NL,i}}{\partial F_i} &= -\frac{2\hat{\varepsilon}_i^2}{(2 - F_i\hat{\varepsilon}_i)^2} & \text{(b)} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3-51}$$

Por último, se aplica la Ecuación 2-8 para encontrar la varianza del error debido a la no linealidad del puente de Wheatstone $u^2(E_{NL,i})$ para las dos galgas:

$$u^2(E_{NL,i}) = \left[\frac{\partial E_{NL,i}}{\partial \hat{\varepsilon}_i} u(\hat{\varepsilon}_i) \right]^2 + \left[\frac{\partial E_{NL,i}}{\partial F_i} u(F_i) \right]^2 \quad \text{Ecuación 3-52}$$

3.3.3 Metodología del análisis de resultados

A continuación se explicará la metodología seguida para el tratamiento de los datos experimentales y los cálculos que se realizaron sobre éstos para encontrar el error de medida, efectuar su corrección y determinar la incertidumbre del resultado final. Todos los cálculos se han realizado utilizando hojas de cálculo de Excel. Las tablas que se exponen en esta sección, tienen como objetivo dar una idea de la información que contienen las hojas de cálculo desarrolladas para tal fin.

3.3.3.1 Metodología para probetas curvas (tubos)

Como se sabe, la media es la mejor estimación de los valores esperados de las magnitudes de entrada [JCGM, 2008]. En el caso de estudio, la media de los valores obtenidos para las tres rosetas de cada tubo es, por lo tanto, la mejor estimación de la deformación en la superficie externa de éste, cuando se somete a una carga en dirección radial. Por esta razón, en cada ensayo y para cada valor de fuerza registrado, se han obtenido los valores de los seis voltajes de salida correspondientes a cada una de las galgas instaladas en cada tubo.

En la Tabla 3-16 se muestra el formato del registro de datos que se ha obtenido en cada uno de los ensayos y sus respectivas repeticiones. Las dos últimas columnas de la derecha no han sido utilizadas para el análisis, aun así, han sido registradas pues son parte del control de la máquina de ensayos. El significado de los subíndices utilizados se muestran en la Figura 3-47.

$$X_{r, i-1} \rightarrow \begin{matrix} \text{Nº Entrada/Registro} \\ \text{Nº Roseta} \leftarrow \text{Nº Galga} \end{matrix}$$

Figura 3-47. Nomenclatura utilizada

Una vez obtenidos los datos experimentales, se ha procedido a exportarlos a formato ASCII para realizar su tratamiento mediante una hoja de cálculo de Microsoft Office Excel 2007. La selección de este programa como base para todos los cálculos se debe a su simplicidad de uso y capacidad para manejar grandes cantidades de datos.

Tabla 3-16. Datos registrados durante cada uno de los ensayos

Fuerza de compresión (N)	Voltaje de salida de las rosetas (V)						Desplazamiento (m)	Tiempo (seg)
	Roseta 1 Galga 1	Roseta 2 Galga 1	Roseta 3 Galga 1	Roseta 1 Galga 2	Roseta 2 Galga 2	Roseta 3 Galga 2		
P_1	$V_{1,1-1}$	$V_{2,1-1}$	$V_{3,1-1}$	$V_{1,2-1}$	$V_{2,2-1}$	$V_{3,2-1}$	d_1	t_1
P_2	$V_{1,1-2}$	$V_{2,1-2}$	$V_{3,1-2}$	$V_{1,2-2}$	$V_{2,2-2}$	$V_{3,2-2}$	d_2	t_2
P_3	$V_{1,1-3}$	$V_{2,1-3}$	$V_{3,1-3}$	$V_{1,2-3}$	$V_{2,2-3}$	$V_{3,2-3}$	d_3	t_3
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
P_n	$V_{1,1-n}$	$V_{2,1-n}$	$V_{3,1-n}$	$V_{1,2-n}$	$V_{2,2-n}$	$V_{3,2-n}$	d_n	t_n

Es importante recalcar que cada repetición es distinta al resto en cuanto al instante de tiempo en el cual se efectúa el registro de los datos de entrada. Esto tiene como consecuencia que, para toda una serie de ensayos, los valores de fuerza para los cuales se han registrado los voltajes de las galgas, no coincidan en su totalidad. Es decir, a pesar de que cada repetición se llevó a cabo siguiendo el mismo procedimiento, los valores de fuerza de compresión registrados (señal de salida de la célula de carga) no son idénticos entre las repeticiones de una misma serie. Esto implica que no es posible calcular directamente el voltaje medio de las galgas de cada serie de repeticiones realizadas para cada valor de fuerza aplicada registrado. A modo de ejemplo, en la Tabla 3-17 se muestra un extracto de los valores de la fuerza de compresión aplicada que han sido adquiridos en las primeras cinco repeticiones de los ensayos realizados al tubo Nº 1.

Tabla 3-17. Extracto de las fuerzas de compresión P (N) registradas en el tubo Nº 1

Repetición Nº 1	Repetición Nº 2	Repetición Nº 3	Repetición Nº 4	Repetición Nº 5
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
-389,4	-389,4	-389,4	-389,4	-389,4
-402,8	-409,6	-396,1	-396,1	-402,8
-409,6	-416,3	-402,8	-402,8	-416,3
-423,0	-423,0	-409,6	-416,3	-416,3
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

Como se puede apreciar en la Tabla 3-17, en las repeticiones 1, 3, 4 y 5 se han adquirido los datos correspondientes a una fuerza $P = -402,8 \text{ N}$ (color rojo), sin embargo, este valor no ha sido registrado en la segunda repetición. Una situación similar

se tiene para el caso de la fuerza de compresión $P = -409,6 \text{ N}$ (color verde), ya que se cuenta con registros únicamente en la primera, segunda y tercer repetición. Esta situación impide calcular los voltajes medios de cada galga para toda la serie de repeticiones. Por esta razón, como paso previo al procesado de los datos utilizando las hojas de cálculo desarrolladas, se ha empleado MATLAB para extraer, de cada repetición, únicamente los valores de fuerza y voltaje que están presentes en toda la serie que le corresponde.

Para esto, se ha utilizado la función “intersect” de MATLAB, cuya escritura es $c = \text{intersect}(A, B)$, donde A y B son vectores. La función devuelve un vector compuesto por los valores que son comunes para los vectores A y B . Esta función se ha aplicado varias veces ya que cada serie comprende un total de 10 repeticiones. Este procedimiento ha permitido encontrar el vector de fuerzas compuesto por todos los valores que son comunes para cada serie de repeticiones. En la Tabla 3-18 se puede apreciar la disminución del tamaño promedio de las muestras al utilizar esta función. Como se puede ver, el tamaño de las muestras disminuye considerablemente, pero, manteniendo una cantidad suficiente para el análisis, a la vez que son más manejables.

Tabla 3-18. Disminución del tamaño de muestra al utilizar la función “intersect”

Tubo Nº	Tamaño promedio de muestra de cada repetición antes de aplicar la función “intersect” de MATLAB.	Tamaño promedio de la muestra una vez aplicada la función “intersect” de MATLAB.
1	2330 valores	133 valores
2	3500 valores	250 valores
3	1928 valores	193 valores
4	2795 valores	250 valores
5	1899 valores	215 valores

Una vez determinado el vector que contiene los valores de fuerza comunes para todas las repeticiones de cada serie, se ha utilizado una hoja de cálculo de Excel para extraer, de las muestras completas, los valores de voltaje de salida de cada galga, correspondientes a cada valor de fuerza. Para esto, se ha utilizado la función de Excel,

BUSCARV, la cual busca un valor deseado en la primera columna de una matriz definida y una vez encontrado, devuelve el valor de una celda ubicada en la misma fila pero en una columna especificada. De esta manera, se ha logrado obtener, para todas las repeticiones, una matriz con los valores de fuerza aplicada comunes y los voltajes asociados de cada una de las galgas. A partir de esta matriz, se han calculado los voltajes de salida medios de cada galga, asociados a las fuerzas de compresión aplicadas y para todas las repeticiones de cada serie. La forma de la matriz de valores que resulta después de este proceso se puede apreciar en la Tabla 3-19.

Tabla 3-19. Cálculo de los voltajes medios para cada galga y cada serie de ensayos

Fuerza de compresión (N)	Voltaje de salida medio (V)					
	Roseta 1 Galga 1	Roseta 2 Galga 1	Roseta 3 Galga 1	Roseta 1 Galga 2	Roseta 2 Galga 2	Roseta 3 Galga 2
P_1	$\bar{V}_{1,1-1}$	$\bar{V}_{2,1-1}$	$\bar{V}_{3,1-1}$	$\bar{V}_{1,2-1}$	$\bar{V}_{2,2-1}$	$\bar{V}_{3,2-1}$
P_2	$\bar{V}_{1,1-2}$	$\bar{V}_{2,1-2}$	$\bar{V}_{3,1-2}$	$\bar{V}_{1,2-2}$	$\bar{V}_{2,2-2}$	$\bar{V}_{3,2-2}$
P_3	$\bar{V}_{1,1-3}$	$\bar{V}_{2,1-3}$	$\bar{V}_{3,1-3}$	$\bar{V}_{1,2-3}$	$\bar{V}_{2,2-3}$	$\bar{V}_{3,2-3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
P_n	$\bar{V}_{1,1-n}$	$\bar{V}_{2,1-n}$	$\bar{V}_{3,1-n}$	$\bar{V}_{1,2-n}$	$\bar{V}_{2,2-n}$	$\bar{V}_{3,2-n}$

Al mismo tiempo, se ha calculado la desviación estándar y la incertidumbre estándar de los voltajes medidos y medios, respectivamente. El cálculo de la incertidumbre estándar se ha realizado mediante la Ecuación 2-4. Esto se puede apreciar en la Tabla 3-20 y la Tabla 3-21.

Tabla 3-20. Desviación estándar de los voltajes medidos en cada galga

Fuerza de compresión (N)	Desviación estándar de los voltaje de salida de las rosetas (V)					
	Roseta 1 Galga 1	Roseta 2 Galga 1	Roseta 3 Galga 1	Roseta 1 Galga 2	Roseta 2 Galga 2	Roseta 3 Galga 2
P_1	$s(V_{1,1-1})$	$s(V_{2,1-1})$	$s(V_{3,1-1})$	$s(V_{1,2-1})$	$s(V_{2,2-1})$	$s(V_{3,2-1})$
P_2	$s(V_{1,1-2})$	$s(V_{2,1-2})$	$s(V_{3,1-2})$	$s(V_{1,2-2})$	$s(V_{2,2-2})$	$s(V_{3,2-2})$
P_3	$s(V_{1,1-3})$	$s(V_{2,1-3})$	$s(V_{3,1-3})$	$s(V_{1,2-3})$	$s(V_{2,2-3})$	$s(V_{3,2-3})$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
P_n	$s(V_{1,1-n})$	$s(V_{2,1-n})$	$s(V_{3,1-n})$	$s(V_{1,2-n})$	$s(V_{2,2-n})$	$s(V_{3,2-n})$

Tabla 3-21. Incertidumbre estándar de los voltajes medios para cada galga

Fuerza de compresión (N)	Incertidumbre estándar de los voltajes de salida medios (V)					
	Roseta 1 Galga 1	Roseta 2 Galga 1	Roseta 3 Galga 1	Roseta 1 Galga 2	Roseta 2 Galga 2	Roseta 3 Galga 2
P_1	$s(\bar{V}_{1,1-1})$	$s(\bar{V}_{2,1-1})$	$s(\bar{V}_{3,1-1})$	$s(\bar{V}_{1,2-1})$	$s(\bar{V}_{2,2-1})$	$s(\bar{V}_{3,2-1})$
P_2	$s(\bar{V}_{1,1-2})$	$s(\bar{V}_{2,1-2})$	$s(\bar{V}_{3,1-2})$	$s(\bar{V}_{1,2-2})$	$s(\bar{V}_{2,2-2})$	$s(\bar{V}_{3,2-2})$
P_3	$s(\bar{V}_{1,1-3})$	$s(\bar{V}_{2,1-3})$	$s(\bar{V}_{3,1-3})$	$s(\bar{V}_{1,2-3})$	$s(\bar{V}_{2,2-3})$	$s(\bar{V}_{3,2-3})$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
P_n	$s(\bar{V}_{1,1-n})$	$s(\bar{V}_{2,1-n})$	$s(\bar{V}_{3,1-n})$	$s(\bar{V}_{1,2-n})$	$s(\bar{V}_{2,2-n})$	$s(\bar{V}_{3,2-n})$

A continuación, se ha calculado la covarianza entre los voltajes medidos en cada roseta, de acuerdo con la Ecuación 2-10, tal y como se puede observar en la Tabla 3-22.

Tabla 3-22. Covarianza entre los voltajes de salida de las galgas de cada roseta

Fuerza de compresión (N)	Covarianza entre los voltajes de salida de las rosetas (V)		
	Roseta 1	Roseta 2	Roseta 3
P_1	$u(V_{1,1-1}, V_{1,2-1})$	$u(V_{2,1-1}, V_{2,2-1})$	$u(V_{3,1-1}, V_{3,2-1})$
P_2	$u(V_{1,1-2}, V_{1,2-2})$	$u(V_{2,1-2}, V_{2,2-2})$	$u(V_{3,1-2}, V_{3,2-2})$
P_3	$u(V_{1,1-3}, V_{1,2-3})$	$u(V_{2,1-3}, V_{2,2-3})$	$u(V_{3,1-3}, V_{3,2-3})$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
P_n	$u(V_{1,1-n}, V_{1,2-n})$	$u(V_{2,1-n}, V_{2,2-n})$	$u(V_{3,1-n}, V_{3,2-n})$

Dado que las galgas extensométricas no son un instrumento en sí mismas, pues, antes de que puedan ser utilizadas para medir, es necesaria su instalación sobre el elemento cuya deformación se quiere medir y su conexión al circuito complementario de amplificación y al circuito de salida (ver Figura 2-4). La instalación y conexión de las galgas tiene efectos sobre la calidad de la medida, tal y como se vio en la sección 2.4. Por esta razón, antes de calcular la media de las tres galgas adheridas a una misma superficie, primero es necesario determinar el error asociado a cada una de ellas para poder efectuar su corrección. Por otro lado, la incertidumbre también debe ser calculada pues proporciona una medida de la dispersión de la distribución de cada una de las medidas tomadas y a partir de ésta se puede obtener la incertidumbre combinada de todo el sistema de medida.

Previamente al cálculo del error y la incertidumbre, se ha procedido a calcular la deformación media correspondiente al voltaje medio (ver Tabla 3-19) en cada una de las galgas para cada valor de fuerza P , mediante la Ecuación 3-4. Paralelamente, se ha calculado la tensión media bajo la galga, provocada por la fuerza de compresión aplicada P , según la Ecuación 3-11 y la Ecuación 3-14. Estas ecuaciones han sido obtenidas a partir de los modelos teórico y numérico derivados de las teorías de resistencia de materiales (RM) y del método de los elementos finitos (MEF), respectivamente. El modelo desarrollado a partir de las teorías de resistencia de materiales se ha expuesto en las secciones 2.6 y 3.3.1.1, mientras que el modelo desarrollado por el MEF se expone en la sección 3.3.1.2. De esta manera se obtiene la Tabla 3-23.

Tabla 3-23. Deformaciones obtenidas a partir de los voltajes medios

Tensión (Pa)		Deformación media en cada una de las rosetas (m/m)					
RM	MEF	Roseta 1 Galga 1	Roseta 2 Galga 1	Roseta 3 Galga 1	Roseta 1 Galga 2	Roseta 2 Galga 2	Roseta 3 Galga 2
$\sigma_{RM,1}$	$\sigma_{MEF,1}$	$\hat{\epsilon}_{1,1-1}$	$\hat{\epsilon}_{2,1-1}$	$\hat{\epsilon}_{3,1-1}$	$\hat{\epsilon}_{1,2-1}$	$\hat{\epsilon}_{2,2-1}$	$\hat{\epsilon}_{3,2-1}$
$\sigma_{RM,2}$	$\sigma_{MEF,2}$	$\hat{\epsilon}_{1,1-2}$	$\hat{\epsilon}_{2,1-2}$	$\hat{\epsilon}_{3,1-2}$	$\hat{\epsilon}_{1,2-2}$	$\hat{\epsilon}_{2,2-2}$	$\hat{\epsilon}_{3,2-2}$
$\sigma_{RM,3}$	$\sigma_{MEF,3}$	$\hat{\epsilon}_{1,1-3}$	$\hat{\epsilon}_{2,1-3}$	$\hat{\epsilon}_{3,1-3}$	$\hat{\epsilon}_{1,2-3}$	$\hat{\epsilon}_{2,2-3}$	$\hat{\epsilon}_{3,2-3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\sigma_{RM,n}$	$\sigma_{MEF,n}$	$\hat{\epsilon}_{1,1-n}$	$\hat{\epsilon}_{2,1-n}$	$\hat{\epsilon}_{3,1-n}$	$\hat{\epsilon}_{1,2-n}$	$\hat{\epsilon}_{2,2-n}$	$\hat{\epsilon}_{3,2-n}$

Es de esperar que los dos métodos utilizados para calcular la tensión proporcionen resultados ligeramente distintos. Esto se debe a que, tanto las ecuaciones de resistencia de materiales como la simulación por el Método de los Elementos Finitos se basan en simplificaciones físicas, geométricas y matemáticas que afectarán a los resultados en mayor o menor grado.

Por otro lado, la covarianza entre los voltajes de salida de las galgas de una misma roseta (ver Tabla 3-22) se ha utilizado para calcular la covarianza entre las deformaciones medidas por las galgas de una misma roseta mediante la Ecuación 3-53, tal y como se puede apreciar en la Tabla 3-24.

$$u(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2) = u(V_1, V_2) \left(\frac{2\varepsilon_c}{V_{c,1}F_1} \right) \left(\frac{2\varepsilon_c}{V_{c,2}F_2} \right) \quad \text{Ecuación 3-53}$$

Tabla 3-24. Covarianza entre las galgas de una misma roseta

Tensión (Pa)		Covarianza entre las deformaciones medidas en las rosetas (m/m)		
RM	MEF	Roseta 1	Roseta 2	Roseta 3
$\sigma_{RM,1}$	$\sigma_{MEF,1}$	$u(\hat{\varepsilon}_{1,1-1}, \hat{\varepsilon}_{1,2-1})$	$u(\hat{\varepsilon}_{2,1-1}, \hat{\varepsilon}_{2,2-1})$	$u(\hat{\varepsilon}_{3,1-1}, \hat{\varepsilon}_{3,2-1})$
$\sigma_{RM,2}$	$\sigma_{MEF,2}$	$u(\hat{\varepsilon}_{1,1-2}, \hat{\varepsilon}_{1,2-2})$	$u(\hat{\varepsilon}_{2,1-2}, \hat{\varepsilon}_{2,2-2})$	$u(\hat{\varepsilon}_{3,1-2}, \hat{\varepsilon}_{3,2-2})$
$\sigma_{RM,3}$	$\sigma_{MEF,3}$	$u(\hat{\varepsilon}_{1,1-3}, \hat{\varepsilon}_{1,2-3})$	$u(\hat{\varepsilon}_{2,1-3}, \hat{\varepsilon}_{2,2-3})$	$u(\hat{\varepsilon}_{3,1-3}, \hat{\varepsilon}_{3,2-3})$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\sigma_{RM,n}$	$\sigma_{MEF,n}$	$u(\hat{\varepsilon}_{1,1-n}, \hat{\varepsilon}_{1,2-n})$	$u(\hat{\varepsilon}_{2,1-n}, \hat{\varepsilon}_{2,2-n})$	$u(\hat{\varepsilon}_{3,1-n}, \hat{\varepsilon}_{3,2-n})$

Seguidamente se determinó el error total ocasionado por los diferentes factores de error que se describen en la sección 2.4. El cálculo de estos errores es muy importante ya que permite efectuar la corrección de las deformaciones medias obtenidas con cada galga y para todas las tensiones producidas por las diferentes fuerzas de compresión aplicadas. En la Tabla 3-25 se presentan los errores sistemáticos calculados, y en la Tabla 3-26 se observan las deformaciones ya corregidas. En la sección 3.3.2 se explica, con todo detalle, el procedimiento y las ecuaciones utilizadas para determinar el error de la medida.

Tabla 3-25. Errores sistemáticos debidos a los efectos mencionados

Tensión (Pa)		Errores en la deformaciones en cada una de las rosetas (m/m)					
RM	MEF	Roseta 1 Galgas 1	Roseta 2 Galgas 1	Roseta 3 Galgas 1	Roseta 1 Galgas 2	Roseta 2 Galgas 2	Roseta 3 Galgas 2
$\sigma_{RM,1}$	$\sigma_{MEF,1}$	$E_{1,1-1}$	$E_{2,1-1}$	$E_{3,1-1}$	$E_{1,2-1}$	$E_{2,2-1}$	$E_{3,2-1}$
$\sigma_{RM,2}$	$\sigma_{MEF,2}$	$E_{1,1-2}$	$E_{2,1-2}$	$E_{3,1-2}$	$E_{1,2-2}$	$E_{2,2-2}$	$E_{3,2-2}$
$\sigma_{RM,3}$	$\sigma_{MEF,3}$	$E_{1,1-3}$	$E_{2,1-3}$	$E_{3,1-3}$	$E_{1,2-3}$	$E_{2,2-3}$	$E_{3,2-3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\sigma_{RM,n}$	$\sigma_{MEF,n}$	$E_{1,1-n}$	$E_{2,1-n}$	$E_{3,1-n}$	$E_{1,2-n}$	$E_{2,2-n}$	$E_{3,2-n}$

Tabla 3-26. Deformaciones corregidas por los efectos de los factores de error

Tensión (Pa)		Deformaciones corregidas en cada una de las rosetas (m/m)					
RM	MEF	Roseta 1 Galgas 1	Roseta 2 Galgas 1	Roseta 3 Galgas 1	Roseta 1 Galgas 2	Roseta 2 Galgas 2	Roseta 3 Galgas 2
$\sigma_{RM,1}$	$\sigma_{MEF,1}$	$\varepsilon_{1,1-1}$	$\varepsilon_{2,1-1}$	$\varepsilon_{3,1-1}$	$\varepsilon_{1,2-1}$	$\varepsilon_{2,2-1}$	$\varepsilon_{3,2-1}$
$\sigma_{RM,2}$	$\sigma_{MEF,2}$	$\varepsilon_{1,1-2}$	$\varepsilon_{2,1-2}$	$\varepsilon_{3,1-2}$	$\varepsilon_{1,2-2}$	$\varepsilon_{2,2-2}$	$\varepsilon_{3,2-2}$
$\sigma_{RM,3}$	$\sigma_{MEF,3}$	$\varepsilon_{1,1-3}$	$\varepsilon_{2,1-3}$	$\varepsilon_{3,1-3}$	$\varepsilon_{1,2-3}$	$\varepsilon_{2,2-3}$	$\varepsilon_{3,2-3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\sigma_{RM,n}$	$\sigma_{MEF,n}$	$\varepsilon_{1,1-n}$	$\varepsilon_{2,1-n}$	$\varepsilon_{3,1-n}$	$\varepsilon_{1,2-n}$	$\varepsilon_{2,2-n}$	$\varepsilon_{3,2-n}$

Es importante recordar que, a pesar de que se han tenido en cuenta los factores de error más influyentes a la hora de medir con galgas extensométricas, cualquier medición siempre está sujeta a errores sistemáticos y aleatorios desconocidos y por lo tanto no cuantificables, propios de la cadena de medida utilizada. De ahí la importancia del cálculo de la incertidumbre de medida que, entre otros factores, toma en cuenta la propia desviación estándar de las medidas realizadas y por lo tanto permite acotar los posibles errores sistemáticos y aleatorios desconocidos.

Mediante la ley de la propagación de la incertidumbre [JCGM, 2008], descrita en la sección 2.3.3 y aplicada a los factores de error que se explican en la sección 2.4, se han calculado las incertidumbres de las deformaciones corregidas de cada una de las galgas asociadas a las tensiones producidas por las fuerzas de compresión aplicadas. De esta manera, se obtiene la Tabla 3-27. En la sección 3.3.2 se explica con mayor detalle el procedimiento y las ecuaciones utilizadas para su determinación.

Tabla 3-27. Incertidumbres calculadas para cada medida registrada

Tensión (Pa)		Incertidumbre de las deformaciones corregidas (m/m)					
RM	MEF	Roseta 1 Galgas 1	Roseta 2 Galgas 1	Roseta 3 Galgas 1	Roseta 1 Galgas 2	Roseta 2 Galgas 2	Roseta 3 Galgas 2
$\sigma_{RM,1}$	$\sigma_{MEF,1}$	$u_c(\varepsilon_{1,1-1})$	$u_c(\varepsilon_{2,1-1})$	$u_c(\varepsilon_{3,1-1})$	$u_c(\varepsilon_{1,2-1})$	$u_c(\varepsilon_{2,2-1})$	$u_c(\varepsilon_{3,2-1})$
$\sigma_{RM,2}$	$\sigma_{MEF,2}$	$u_c(\varepsilon_{1,1-2})$	$u_c(\varepsilon_{2,1-2})$	$u_c(\varepsilon_{3,1-2})$	$u_c(\varepsilon_{1,2-2})$	$u_c(\varepsilon_{2,2-2})$	$u_c(\varepsilon_{3,2-2})$
$\sigma_{RM,3}$	$\sigma_{MEF,3}$	$u_c(\varepsilon_{1,1-3})$	$u_c(\varepsilon_{2,1-3})$	$u_c(\varepsilon_{3,1-3})$	$u_c(\varepsilon_{1,2-3})$	$u_c(\varepsilon_{2,2-3})$	$u_c(\varepsilon_{3,2-3})$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\sigma_{RM,n}$	$\sigma_{MEF,n}$	$u_c(\varepsilon_{1,1-n})$	$u_c(\varepsilon_{2,1-n})$	$u_c(\varepsilon_{3,1-n})$	$u_c(\varepsilon_{1,2-n})$	$u_c(\varepsilon_{2,2-n})$	$u_c(\varepsilon_{3,2-n})$

Una vez obtenidos los valores de deformación corregida e incertidumbre, es posible calcular la media de la deformación en la superficie de cada tubo para cualquier valor de tensión al que haya sido sometido. Esta media se calcula promediando los valores de la deformación corregida de las tres galgas pegadas a la superficie cuya dirección de máxima sensibilidad coincide con la dirección circunferencial. De esta manera se obtiene la mejor estimación de las deformaciones y de las tensiones.

Al igual que en el paso anterior, para encontrar la incertidumbre de la media, la incertidumbre de la deformación en cada galga se ha propagado a través de la ecuación utilizada para calcularla. Esto es equivalente a calcular la media de las incertidumbres. Cabe destacar que el interés de este trabajo se centra en la deformación medida por las galgas cuya dirección de máxima sensibilidad se encuentra en dirección circunferencial, por ser éstas las que se ven afectadas por la curvatura del elemento. La deformación medida con las galgas que se encuentran en dirección axial se ha utilizado para calcular el error de medida y la incertidumbre, como se comenta en la sección 3.3.2. Cabe recordar que de acuerdo con la numeración establecida en la Figura 3-3, las galgas en dirección circunferencial corresponden a las galgas Nº 1 de cada roseta.

Tabla 3-28. Deformación media obtenida para cada tubo

Tensión (Pa)		Deformaciones corregidas (m/m)			Deformación corregida media (m/m)	Incertidumbre de la media (m/m)
RM	MEF	Roseta 1 Galga 1	Roseta 2 Galga 1	Roseta 3 Galga 1		
$\sigma_{RM,1}$	$\sigma_{MEF,1}$	$\varepsilon_{1,1-1}$	$\varepsilon_{2,1-1}$	$\varepsilon_{3,1-1}$	$\bar{\varepsilon}_1$	$u_c(\bar{\varepsilon}_1)$
$\sigma_{RM,2}$	$\sigma_{MEF,2}$	$\varepsilon_{1,1-2}$	$\varepsilon_{2,1-2}$	$\varepsilon_{3,1-2}$	$\bar{\varepsilon}_2$	$u_c(\bar{\varepsilon}_2)$
$\sigma_{RM,3}$	$\sigma_{MEF,3}$	$\varepsilon_{1,1-3}$	$\varepsilon_{2,1-3}$	$\varepsilon_{3,1-3}$	$\bar{\varepsilon}_3$	$u_c(\bar{\varepsilon}_3)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\sigma_{RM,n}$	$\sigma_{MEF,n}$	$\varepsilon_{1,1-n}$	$\varepsilon_{2,1-n}$	$\varepsilon_{3,1-n}$	$\bar{\varepsilon}_n$	$u_c(\bar{\varepsilon}_n)$

Por último, se ha procedido a representar la tensión contra la deformación corregida media y seguidamente, se ha calculado la recta de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados. De esta manera se ha logrado caracterizar la variación de la tensión (σ_c) con la deformación (ε) correspondiente a cada serie de repeticiones:

$$\sigma_c = M\varepsilon + b$$

donde la intersección con el eje de las ordenadas (b) carece de importancia, pues, físicamente es imposible que la deformación sea cero si la tensión es distinta de cero. En principio, al establecer el cero en el instrumento de medida, la intersección con el eje de las ordenadas debería con el origen ($b = 0$); sin embargo, siempre hay circunstancias propias de cada ensayo que hacen que este valor sea pequeño, pero, distinto de cero. A pesar de que las normas ASTM para la determinación del Módulo de Young no son de aplicabilidad en estas circunstancias, cabe destacar que la norma ASTM E111 permite desplazar la recta de regresión para situarla en el origen. Por esta razón, el parámetro que verdaderamente define la variación de la tensión con la deformación es la pendiente de la recta de regresión lineal y por lo tanto, su caracterización se puede definir simplemente como:

$$\sigma_c = M\varepsilon$$

Ecuación 3-54

En la Figura 3-48 y Figura 3-49 se presentan dos diagramas de flujo, a manera de resumen, en los que se ilustra el proceso al cual han sido sometidos todos los valores registrados en cada serie de repeticiones, incluidos los errores considerados y las incertidumbres. Como se puede apreciar, al final se procede a representar los resultados de manera gráfica y a calcular la recta de regresión lineal.

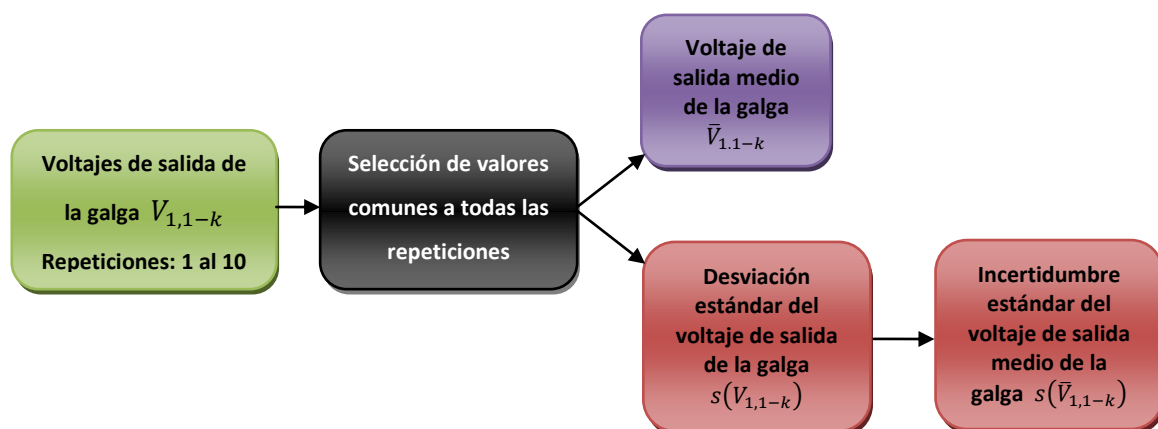


Figura 3-48. Proceso al que se han sometido los voltajes de salida

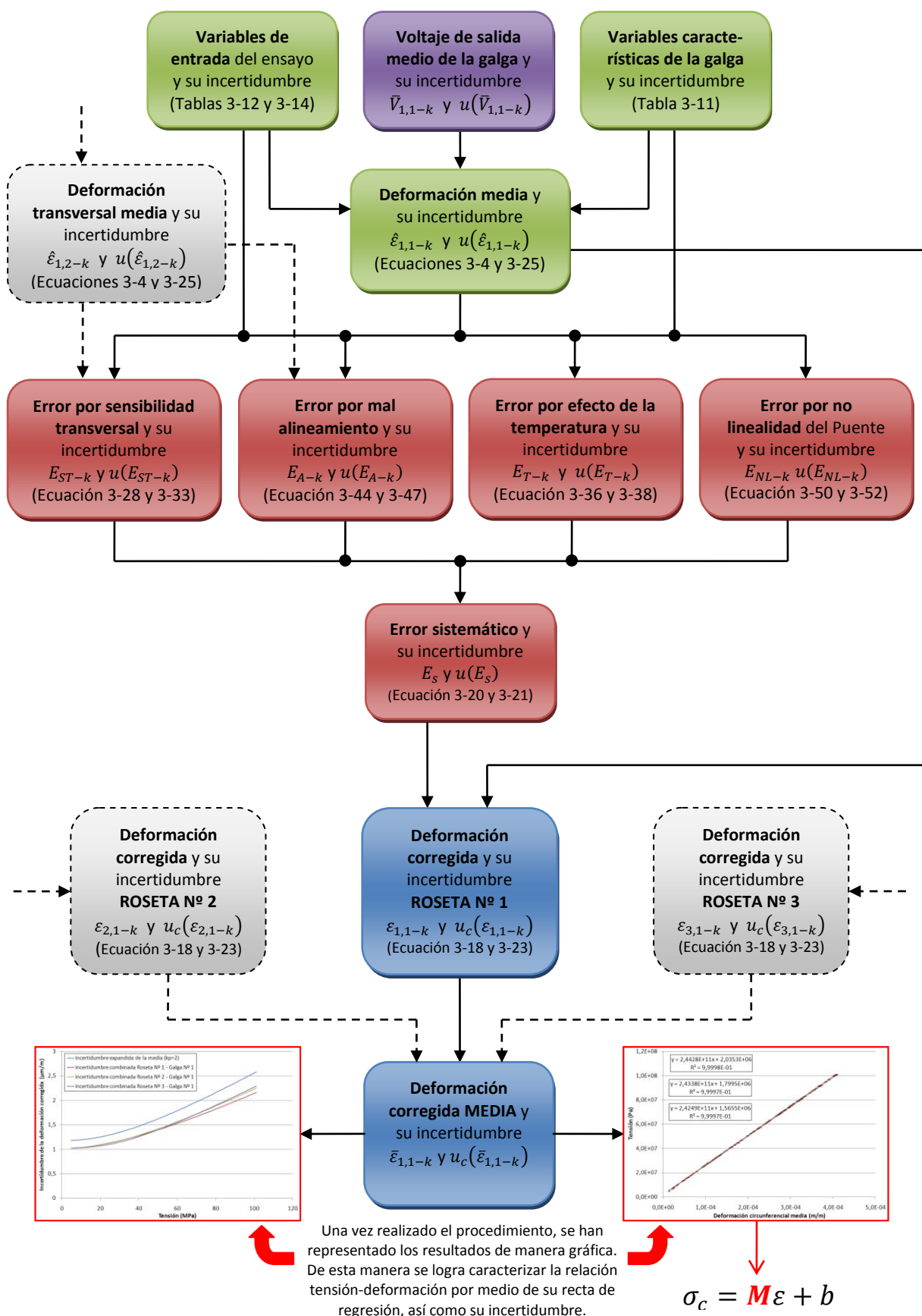


Figura 3-49. Proceso al que se han sometido los datos registrados con el San-ei

3.3.3.2 Metodología para probetas planas

Para el caso de los datos recopilados en los ensayos con probetas planas, el tratamiento es muy similar al realizado con los tubos, salvo algunas pequeñas diferencias. Se han utilizado las mismas hojas de cálculo con algunas pequeñas modificaciones para adaptarlas a las circunstancias. Con el fin de no repetir lo que ya se ha expuesto en la sección 3.3.3.1, a continuación se mencionan las cuestiones en las que se diferencian ambas metodologías:

- 1) En las probetas planas, únicamente se tiene 1 roseta, en vez de tres como sucede con los tubos. Por lo tanto, en cada ensayo, por cada valor de fuerza aplicada se han registrado únicamente dos valores de deformación de las dos galgas.
- 2) El instrumento utilizado para amplificar, acondicionar y adquirir la señal de las galgas (VISHAY 5000), calcula automáticamente la deformación. Por esta razón, no ha sido necesario realizar este cálculo a partir del voltaje de salida de los puentes de Wheatstone, como se ha hecho para los ensayos con el San-ei.
- 3) Los datos recopilados en cada ensayo han sido tratados de manera independiente. De acuerdo con la recomendación de la ASTM que se describe en la sección 2.5.1, el Módulo de Young se determina representando la dispersión de puntos y obteniendo la recta de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados. Este método también permite analizar estadísticamente los datos y, por lo tanto, permite evaluar la variabilidad del Módulo entre el rango de tensiones utilizado durante la prueba. De esta manera se logra prescindir del paso previo utilizado en el caso de los tubos, en el cual se ha utilizado MATLAB y Excel para extraer únicamente los valores de fuerza y deformación que están presentes en todos los ensayos para así obtener la media y su incertidumbre estándar según la evaluación tipo A (sección 2.3.1).
- 4) Al tratar los datos recopilados de manera independiente, la incertidumbre del instrumento se ha calculado por medio de una evaluación tipo B de los datos provenientes de las especificaciones del instrumento (VISHAY 5000). Por el mismo motivo, no se ha calculado la covarianza entre deformaciones.

- 5) Al utilizar dos sistemas de adquisición con velocidades distintas, se ha utilizado MATLAB para reducir la frecuencia de los datos recopilados a mayor velocidad (correspondientes al INSTRON 8800). Sin embargo, esto ha sido un proceso sencillo, pues, en los sistemas de adquisición VISHAY 5000 (10 Hz) e INSTRON 8800 (100 Hz), el registro de los datos de entrada se efectúa a intervalos de tiempo exactos. Por tanto, únicamente se han tenido que desechar los datos sobrantes que han sido registrados por el INSTRON 8800.
- 6) La tensión debida a la fuerza aplicada se ha calculado únicamente por medio de la teoría de resistencia de materiales, sin necesidad de utilizar un segundo modelo realizado por el método de elementos finitos. La razón es la simplicidad que presenta un ensayo a tracción de una barra de sección constante.

Al igual que en el caso de los tubos, antes de obtener el Módulo de Young a partir de las rectas de regresión lineal de las dispersiones de puntos correspondientes a los valores de tensión y deformación de los tres ensayos realizados a cada probeta, primero se ha determinado el error asociado para poder efectuar su corrección. Por otro lado, la incertidumbre también se ha calculado, pues, proporciona una medida de la dispersión de la distribución de cada una de las medidas tomadas y a partir de ésta se ha obtenido la incertidumbre combinada de todo el sistema de medida. Para esto se ha utilizado el procedimiento explicado en la sección 3.3.2. Finalmente, el valor del Módulo de Young se obtiene calculando la media de las pendientes de las rectas de regresión lineal derivadas en los tres ensayos de cada probeta.

A manera de resumen, en la Figura 3-50 se presenta un diagrama de flujo en el que se ilustra el proceso al cual han sido sometidos todos los valores registrados en los tres ensayos realizados a cada probeta plana, incluidos los errores considerados y las incertidumbres. Como se puede apreciar, al final se procede a representar los resultados de manera gráfica y a calcular la recta de regresión lineal para obtener el Módulo de Young.

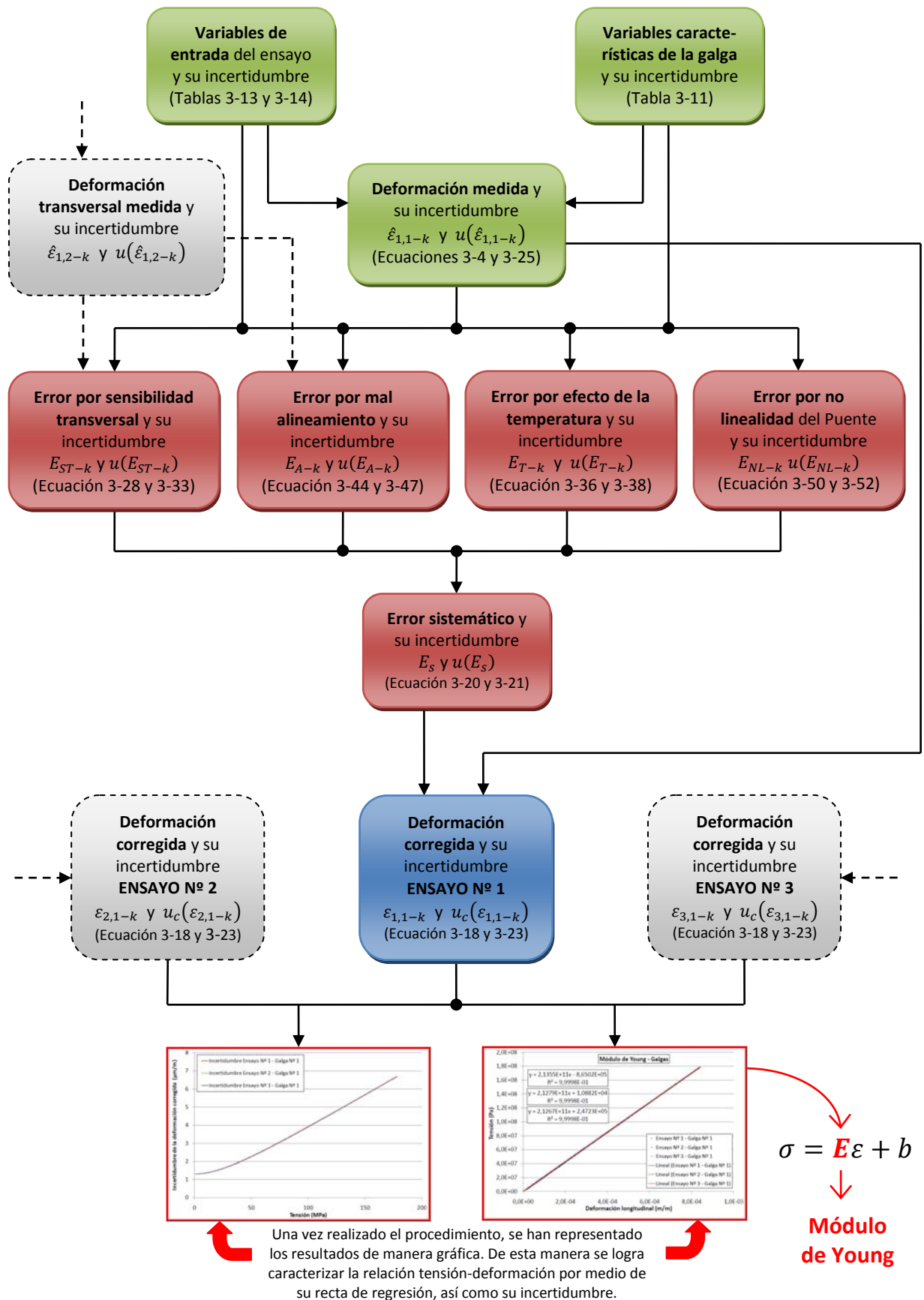


Figura 3-50. Proceso al cual se han sometido los datos registrados con el VISHAY

3.3.4 Análisis de regresión múltiple por mínimos cuadrados

Una vez que los resultados obtenidos en los ensayos han sido tratados para corregir los errores y calcular su incertidumbre, se ha realizado una regresión múltiple por mínimos cuadrados de tres variables. Estas tres variables son: la curvatura del elemento, C , el Módulo de Young del material obtenido a partir de los ensayos con probetas planas, E , y la pendiente de la recta tensión-deformación obtenida a partir de los ensayos con las probetas curvas, M . El objetivo es modelizar la relación entre las variables se ha podido determinar si la curvatura tiene influencia sobre la medida de la deformación en las superficies curvas.

Para llevar a cabo la regresión múltiple se ha utilizado el software comercial STATGRAPHICS PLUS 4.0. El análisis estadístico se ha llevado a cabo dos veces, uno para cada modelo de tensión utilizado (Modelo de Resistencia de Materiales y el Modelo de Elementos Finitos). De esta manera se han logrado obtener dos ecuaciones que relacionan la variable dependiente M con las dos variables independientes: la curvatura C y el módulo de Young del Material E . En la Figura 3-51 se muestra un diagrama de flujo de este procedimiento.

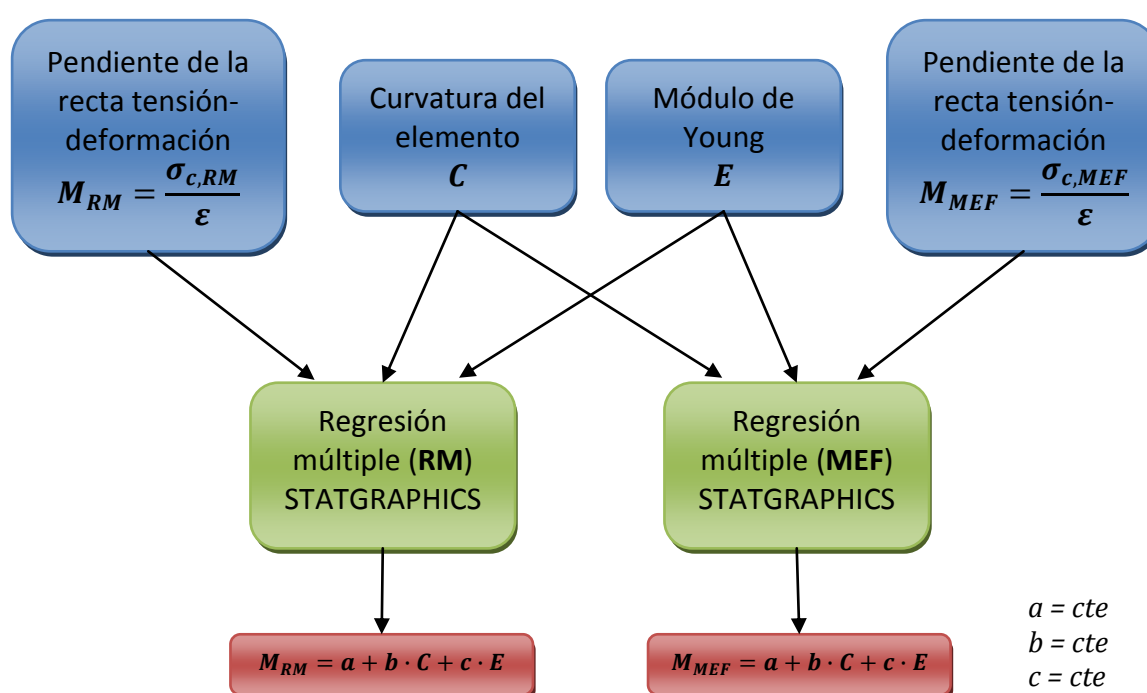


Figura 3-51. Procedimiento llevado a cabo para las regresiones múltiples

3.3.5 Cálculo del Factor de Corrección por Curvatura K_c

De acuerdo con la sección anterior, los análisis de la regresión múltiple por mínimos cuadrados dan como resultado ecuaciones de la forma:

$$M = a + b \cdot C + c \cdot E \quad \text{Ecuación 3-55}$$

donde M es la pendiente de la recta tensión-deformación de una probeta curva, C es la curvatura de la probeta, E es el Módulo de Young del material y a , b y c son las constantes que han sido determinadas estadísticamente utilizando STATGRAPHICS.

Por otro lado, igualando la Ecuación 3-9 y la Ecuación 3-55, se tiene que:

$$\sigma_c = K_c(E \cdot \varepsilon) = M \cdot \varepsilon$$

Eliminando términos se obtiene:

$$K_c E = M \quad \text{Ecuación 3-56}$$

Sustituyendo la Ecuación 3-55 en la Ecuación 3-56, se obtiene:

$$K_c E = a + b \cdot C + c \cdot E$$

Y despejando el Factor de Corrección por Curvatura K_c , se obtiene la ecuación que permite calcularlo para cualquier curvatura y Módulo de Young del material:

$$K_c = \frac{a + b \cdot C}{E} + c \quad \text{Ecuación 3-57}$$

Aplicando la ley de propagación de la incertidumbre a la Ecuación 3-57, siendo los valores de a , b y c constantes, se llega a la expresión que permite calcular la incertidumbre del Factor de Corrección por Curvatura K_c :

$$u(K_c) = \sqrt{\frac{b^2}{E^2} u^2(C) + \frac{(a + bC)^2}{E^4} u^2(E)} \quad \text{Ecuación 3-58}$$

donde la incertidumbre de la curvatura se obtiene al aplicar la ley de propagación a la ecuación $C = 1/r_e$, para obtener la siguiente ecuación, que se resuelve de acuerdo con los datos proporcionados en la Tabla 3-2:

$$C = \frac{1}{r_e^2} u(r_e) \quad \text{Ecuación 3-59}$$

Por último, la incertidumbre del módulo de Young es la desviación estándar de la media de los resultados de los tres ensayos realizados con cada probeta plana [ASTM E111, 2004]. Es decir:

$$u(E) = \frac{s(E)}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

3.3.6 Cálculo de la incertidumbre de la tensión

El objetivo principal en la mayoría de los ensayos en que se mide deformación es la obtención final de la tensión que la origina. Esto se debe a que los factores de diseño son, por lo general, las tensiones debidas a las sollicitaciones a las que está sometida el elemento y su tensión de fluencia o de rotura. Por esta razón, es de mucho interés conocer el valor de su incertidumbre. Para esto, se debe aplicar la ley de propagación de la incertidumbre a la Ecuación 3-9.

Sin embargo, es importante notar que no es posible aplicar la ley de propagación de la incertidumbre directamente a la Ecuación 3-9 y utilizar los valores de incertidumbre del Factor de Corrección por Curvatura K_c calculados según la sección 3.3.5. Esto se debe a que uno de los requisitos para que se pueda utilizar esta ley es que no haya correlación entre variables, es decir, todas las variables deben ser independientes [JCGM, 2008]. En caso de aplicar la ley de propagación de esta manera, existiría un problema de correlación entre el Factor de Corrección por Curvatura K_c y el módulo de Young E , debido a que el factor K_c se ha obtenido a partir de la Ecuación 3-57.

Por lo tanto, para evitar este inconveniente se debe llegar a una ecuación donde todas las variables sean independientes. Para esto, simplemente se sustituye K_c de la Ecuación 3-57 en la Ecuación 3-9 para obtener:

$$\sigma_c = \left(\frac{a + b \cdot C}{E} + c \right) (E \cdot \varepsilon) = (a + b \cdot C + c \cdot E) \varepsilon \quad \text{Ecuación 3-60}$$

Esta ecuación solo depende de variables que son independientes entre sí y de las constantes a , b y c , por lo que se puede aplicar la ley de propagación de la incertidumbre. El resultado es:

$$u(\sigma_c) = \sqrt{b^2 \varepsilon^2 u^2(C) + c^2 \varepsilon^2 u^2(E) + (a + b \cdot C + c \cdot E)^2 u^2(\varepsilon)} \quad \text{Ecuación 3-61}$$

Por último, para encontrar la incertidumbre expandida de la tensión corregida $U(\sigma_c)$ se multiplica el resultado de la Ecuación 3-61 por un factor de cobertura k_p , el cual toma un valor de aproximadamente 2 para un intervalo de confianza del 95 %. Es decir:

$$U(\sigma_c) = k_p \cdot u(\sigma_c)$$

Y sustituyendo la Ecuación 3-61, se obtiene:

$$U(\sigma_c) = 2 \cdot \sqrt{b^2 \varepsilon^2 u^2(C) + c^2 \varepsilon^2 u^2(E) + (a + b \cdot C + c \cdot E)^2 u^2(\varepsilon)} \quad \text{Ecuación 3-62}$$

4 RESULTADOS

4.1 Resultados preliminares de los modelos de RM y MEF

En esta sección se exponen los resultados obtenidos de los modelos desarrollados a partir de las teorías de Resistencia de Materiales y del Método de Elementos Finitos. Su desarrollo se ha explicado en la sección 3.3.1. y permiten calcular la tensión promedio en una zona de un elemento curvo a partir de la fuerza aplicada. Para ello es necesario resolver la Ecuación 3-12, para el Modelo de Resistencia de Materiales (RM) y la Ecuación 3-14, para Modelo de Elementos Finitos (MEF).

4.1.1 Modelo de Resistencia de Materiales (RM)

Para el caso del Modelo de Resistencia de Materiales es necesario calcular el valor de la pendiente m_{RM} de la Ecuación 3-12, que caracteriza el cambio de la tensión con la fuerza aplicada. Para esto, se debe conocer los valores de todas las variables que intervienen en la Ecuación 3-13. Estos valores se obtienen fácilmente a partir de la geometría de los tubos (ver Tabla 3-1). Finalmente, en la Tabla 4-1 se pueden apreciar los valores que toman para cada uno de los tubos.

Tabla 4-1. Valores de las variables que intervienen en la Ecuación 3-13

Tubo Nº	A (m)	r_c (m)	R (m)	e (m)	y (m)	α_g (grados)
1	$5,25 \times 10^{-4}$	$2,28 \times 10^{-2}$	$2,27 \times 10^{-2}$	$1,01 \times 10^{-5}$	$-2,72 \times 10^{-3}$	13,51
2	$7,77 \times 10^{-4}$	$3,40 \times 10^{-2}$	$3,38 \times 10^{-2}$	$1,51 \times 10^{-4}$	$-4,06 \times 10^{-3}$	9,08
3	$6,80 \times 10^{-4}$	$4,66 \times 10^{-2}$	$4,65 \times 10^{-2}$	$8,19 \times 10^{-5}$	$-3,46 \times 10^{-3}$	6,88
4	$9,09 \times 10^{-4}$	$5,83 \times 10^{-2}$	$5,82 \times 10^{-2}$	$1,17 \times 10^{-4}$	$-4,64 \times 10^{-3}$	5,47
5	$8,15 \times 10^{-4}$	$7,06 \times 10^{-2}$	$7,05 \times 10^{-2}$	$8,31 \times 10^{-5}$	$-4,28 \times 10^{-3}$	4,60

Seguidamente, utilizando la Ecuación 3-13 se calcula la pendiente de la recta m_{RM} para cada una de las superficies de los tubos. Los resultados se pueden ver en la Tabla 4-2.

Tabla 4-2. Pendientes de las rectas de regresión según el modelo de RM

Tubo Nº	Diámetro nominal (mm)	Pendiente m_{RM} de la recta tensión-fuerza aplicada $\left(\frac{1}{\text{m}^2}\right)$
1	50	-7396,37
2	75	-4991,73
3	100	-9778,23
4	125	-6785,11
5	150	-10209,66

4.1.2 Modelo de Elementos Finitos (MEF)

Para el Modelo de Elementos Finitos, se ha procedido tal y como se explica en la sección 3.3.1.2. Se ha representado de manera gráfica los resultados de la tensión media en los nodos, obtenida de la simulación realizada en ABAQUS, contra la fuerza de compresión aplicada a cada tubo. Finalmente, se ha realizado una regresión lineal por mínimos cuadrados para encontrar la pendiente m_{MEF} de la Ecuación 3-14, que caracteriza la variación de la tensión con la fuerza aplicada. La dispersión de puntos para cada tubo y su respectiva recta de regresión se pueden observar en la Figura 4-1.

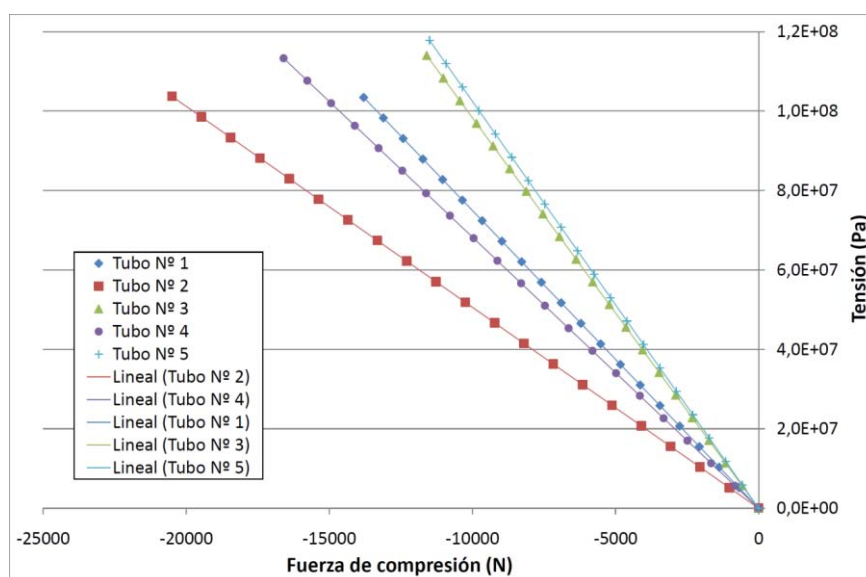


Figura 4-1. Variación de la tensión media con la fuerza aplicada en el modelo MEF

Por último, en la Tabla 4-3 se muestran los valores de la pendiente de las rectas de regresión lineal del gráfico anterior. Además, en la columna de la derecha se comparan estos resultados con los obtenidos mediante el Modelo de Resistencia de Materiales (ver Tabla 4-2).

Tabla 4-3. Valores de las pendientes de las rectas de regresión lineal según MEF

Tubo Nº	Diámetro nominal (mm)	Pendiente m_{MEF} de la recta tensión-fuerza aplicada $\left(\frac{1}{m^2}\right)$	$\Delta m = \left \frac{m_{MEF} - m_{RM}}{m_{MEF}} \right $
1	50	-7495,95	1,33 %
2	75	-5059,85	1,35 %
3	100	-9830,75	0,53 %
4	125	-6826,86	0,61 %
5	150	-10246,43	0,36 %

Como se puede ver, la diferencia entre ambos es sumamente pequeña. Esto es importante pues permite concluir que existe muy buena concordancia entre los dos métodos utilizados para calcular la tensión media a partir de la fuerza aplicada.

4.2 Resultados del modelo de error e incertidumbre

Una vez llevados a cabo todos los ensayos y el tratamiento de los datos recopilados, se procede a presentar los resultados. En capítulo 3 se ha explicado todo lo referente a la metodología seguida durante los ensayos experimentales, el procesamiento de los datos registrados en las pruebas, la corrección de los errores y su incertidumbre, etc.

Como ya se ha comentado, la medición de la deformación se ha llevado a cabo bajo la acción de una fuerza de compresión variable en el tiempo. A pesar de que la velocidad de adquisición de los datos es pequeña (10 Hz), la cantidad de datos recopilados es muy grande, tanto en los ensayos de las probetas curvas (tubo) como en los de las probetas planas. Esto dificulta su presentación en forma tabular, de manera que se ha optado por representarlos únicamente de manera gráfica.

Es importante mencionar que, por razones de espacio y presentación, tampoco se muestran los resultados de todos los ensayos realizados. En general, el comportamiento presentado es muy similar y, por lo tanto, la presentación de todos los gráficos es redundante. Por esta razón, a continuación se presentan los gráficos correspondientes a las primeras 10 repeticiones (serie A) del tubo Nº 1 según el modelo de Resistencia de Materiales desarrollado, que representan adecuadamente la totalidad de pruebas realizadas a todos los tubos y dan una buena idea del orden en que se han obtenido los resultados. En los ANEXOS II, III y IV se pueden apreciar todos los resultados de las otras dos series de este mismo tubo, así como los correspondientes al resto de los tubos y los resultados de todos los ensayos con las probetas planas.

Como se ha comentado en la sección 3.3.3, durante los ensayos con los tubos, se han registrado los voltajes para cada una de las galgas de las tres rosetas adheridas a la superficie exterior de los diferentes tubos. Aplicando la Ecuación 3-4 se han calculado las deformaciones (medidas) por cada galga. Estas se pueden apreciar en la gráfica de la Figura 4-2 para el tubo Nº 1. La tensión se ha calculado a partir de la fuerza de compresión aplicada mediante la Ecuación 3-12, donde el valor de la pendiente m_{RM} se toma de la Tabla 4-2.

Como se puede ver en las graficas, los datos no parten del origen. Esto se debe a que las primeras señales de entrada han sido eliminadas y no han sido tenidas en cuenta durante el análisis. Esto se debe a dos factores. En primer lugar, al inicio de la puesta en marcha de la máquina no existe contacto entre el tubo y el utillaje superior (ver sección 3.2.3) y, por lo tanto, los datos registrados mientras la máquina se mueve en vacío no son de utilidad. Y en segundo lugar, una vez que el útil superior hace contacto con el tubo se da un período en el cual la máquina de ensayos se auto ajusta para cumplir con el parámetro establecido de velocidad (50 N/s). Por lo tanto, las mediciones correspondientes a este período transitorio también han sido eliminadas, de manera que se tienen en cuenta los datos a partir del momento en que la velocidad de marcha de la máquina es estable.

En la Figura 4-2 se puede distinguir claramente entre las deformaciones medidas por las galgas Nº1 y las galgas Nº 2, pues la dirección de máxima sensibilidad de las galgas Nº 1 coinciden con la dirección principal máxima de deformación y por lo tanto la deformación es mayor. Como es de esperar, también se aprecian diferencias entre galgas cuya dirección de máxima sensibilidad es la misma. Si bien es normal encontrar diferencias entre las galgas debido a factores como: la homogeneidad del material, la exactitud del mecanizado, la uniformidad de la distribución de la fuerza de compresión, etc., la incertidumbre estándar de la media no supera en ningún caso $\pm 21,6 \mu\text{m/m}$, como se puede ver en la Tabla 4-4. Esta es una magnitud de deformación muy pequeña, por lo cual se puede confirmar la bondad de los ensayos y de los equipos utilizados.

Tabla 4-4. Incertidumbre estándar máxima de la deformación corregida media

Serie	Incertidumbre estándar de la deformación corregida media ($\mu\text{m/m}$)				
	Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
A	$\pm 8,4$	$\pm 18,2$	$\pm 15,3$	$\pm 1,8$	$\pm 13,0$
B	$\pm 9,2$	$\pm 21,5$	$\pm 14,2$	$\pm 2,6$	$\pm 13,2$
C	$\pm 9,4$	$\pm 21,6$	$\pm 9,7$	$\pm 2,3$	$\pm 12,4$

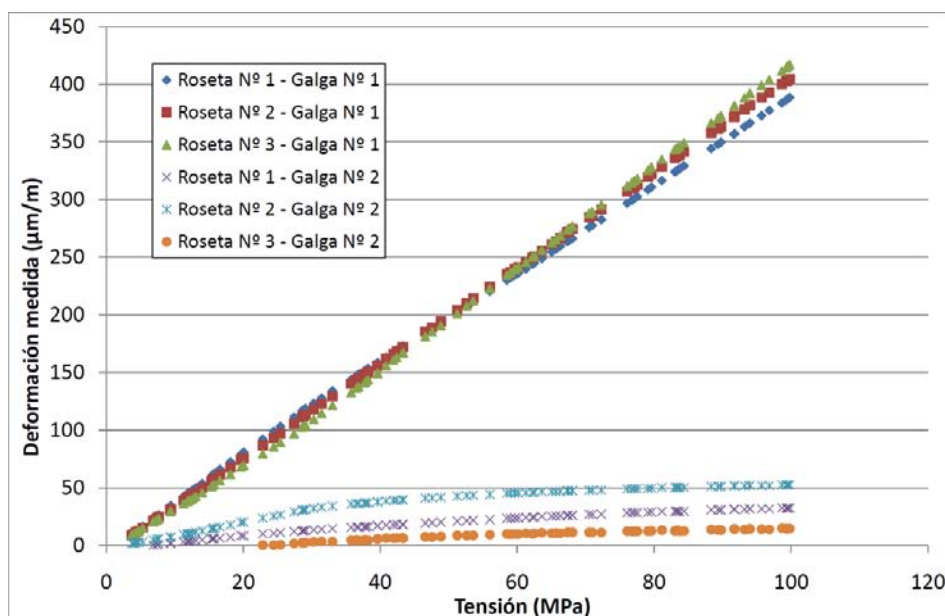


Figura 4-2. Deformación medida en los ensayos en el tubo Nº 1

El objetivo de esta tesis se centra en el estudio del comportamiento de las galgas cuya dirección de máxima sensibilidad coincide con la dirección principal de máxima deformación, es decir, la dirección circunferencial. Por esta razón, llegado a este punto, la atención se centra sobre las deformaciones medidas con las galgas Nº 1 de las tres rosetas instaladas (ver Figura 3-3). Aun así, las deformaciones medidas con las galgas cuya dirección de máxima sensibilidad es paralela al eje del tubo son importantes, pues, permiten cuantificar los errores por sensibilidad transversal y mal alineamiento correspondientes a la galga en dirección circunferencial. La cuantificación de estos dos errores, así como de los errores causados por la temperatura y por la no linealidad del puente de Wheatstone para la galga Nº 1 de cada roseta se muestra en las gráficas de la Figura 4-3 a la Figura 4-5, correspondientes al tubo Nº 1 que se ha utilizado como ejemplo representativo de todos los ensayos. El error sistemático se obtiene de la suma de todos los otros errores, según la Ecuación 3-20.

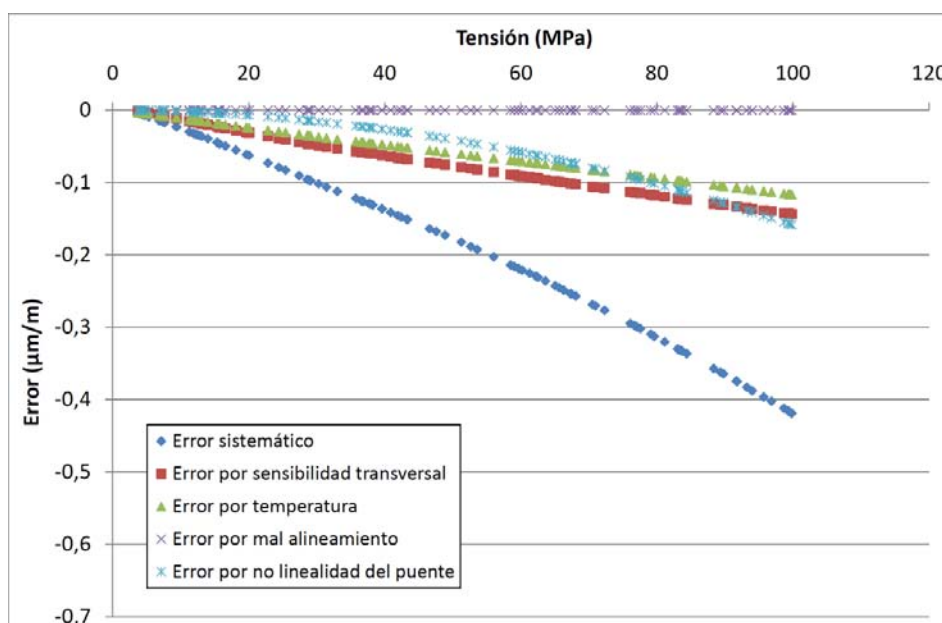


Figura 4-3. Errores calculados para la roseta Nº 1 del tubo Nº 1

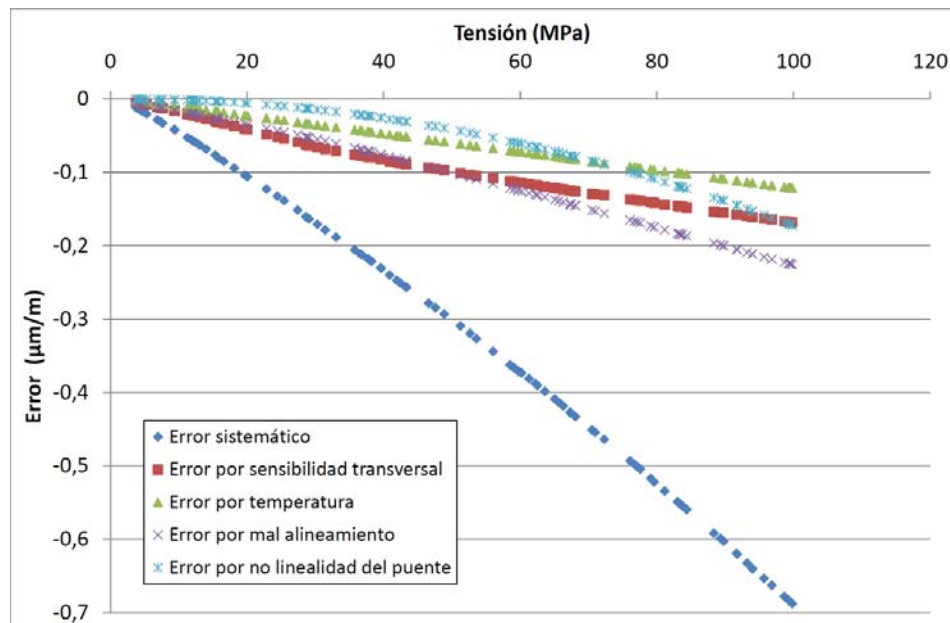


Figura 4-4. Errores calculados para la roseta Nº 2 del tubo Nº 1

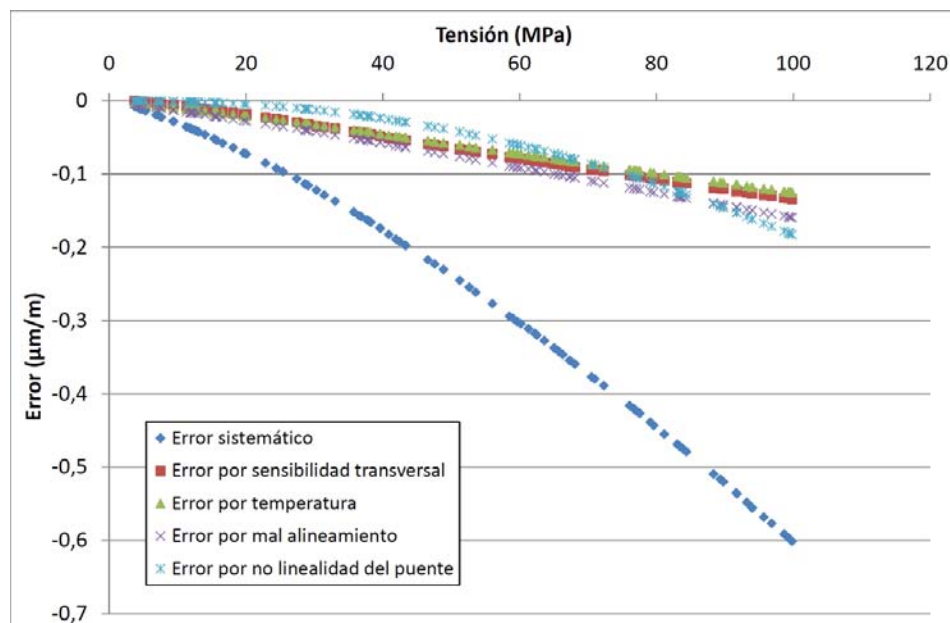


Figura 4-5. Errores calculados para la roseta Nº 3 del tubo Nº 1

Como se puede ver, para el caso de la roseta Nº 1 del tubo Nº 1, la mayor contribución al error sistemático la aporta el error por sensibilidad transversal, mientras que el error por mal alineamiento es prácticamente nulo. Por el contrario, en las rosetas Nº 2 y 3 se observa cómo el error por mal alineamiento tiene una mayor contribución.

Los errores por temperatura y por no linealidad son, en los tres casos, muy similares. En general, se puede apreciar como el error sistemático apenas sobrepasa los $-0,6 \mu\text{m/m}$.

Para visualizar de mejor manera el efecto que pueden tener todos los errores mencionados anteriormente sobre la medida de la deformación, se ha representado el error sistemático relativo a la deformación medida para cada instante de tiempo y para las tres rosetas de cada tubo. Las diferencias entre las magnitudes de los errores de las rosetas de cada tubo ya han sido mencionadas. La principal ventaja que presentan estos gráficos con respecto a los anteriores es que permiten cuantificar la importancia que tienen éstos sobre la deformación medida y por consiguiente su influencia sobre el valor de la deformación corregida. Como se puede ver en el gráfico de la Figura 4-6 correspondiente al tubo Nº 1, el error relativo es siempre menor a 0,17 %, valor que corresponde a la roseta Nº 2. En la Tabla 4-5 se muestran los errores sistemáticos relativos para todas las series de ensayos realizadas.

Tabla 4-5. Error sistemático relativo máximo de los ensayos realizados a los tubos

Serie	Error sistemático relativo máximo				
	Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
A	0,17 %	0,42 %	0,10 %	0,16 %	0,13 %
B	0,16 %	0,41 %	0,12 %	0,15 %	0,12 %
C	0,15 %	0,55 %	0,11 %	0,16 %	0,12 %

Esto es un resultado muy importante pues indica que los errores en la medición de la deformación, en este caso, son muy pequeños y prácticamente despreciables ya que las condiciones de los ensayos han sido controladas. Los gráficos del resto de los tubos se pueden apreciar en los ANEXOS II y III.

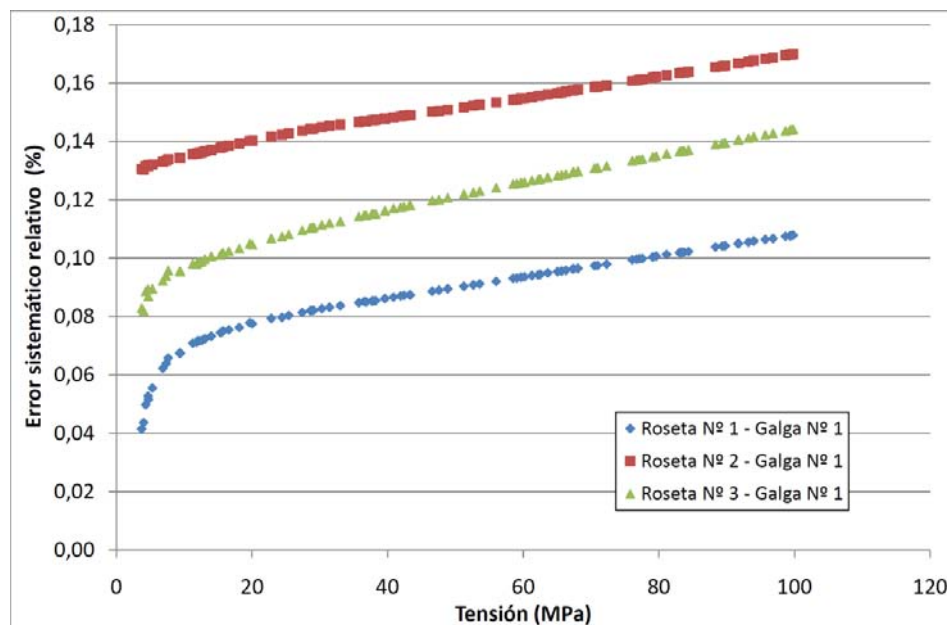


Figura 4-6. Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas del tubo Nº 1

Una vez cuantificados los errores, se ha llevado a cabo su corrección según la Ecuación 3-18. La deformación corregida para las galgas Nº 1 de las tres galgas del tubo Nº 1 se muestran en la gráfica de la Figura 4-7. Un aspecto importante que se aprecia en las gráficas es la tendencia lineal de la deformación corregida medida con las galgas Nº 1, lo cual concuerda con los modelos de Resistencia de Materiales (RM) y de Elementos Finitos (MEF), explicados en la sección 3.3.1.

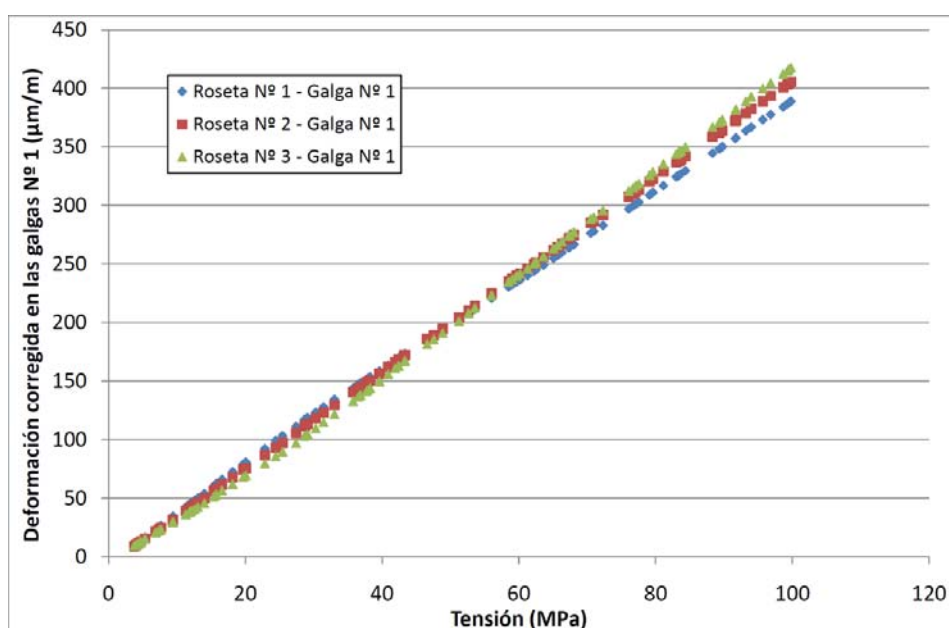


Figura 4-7. Deformaciones corregidas para las galgas Nº 1 del tubo Nº 1

Una vez conocida la deformación corregida, es importante calcular su incertidumbre. En las gráficas de la Figura 4-8 a la Figura 4-10 se muestran los resultados obtenidos del análisis de la incertidumbre de medida de las galgas Nº 1 de las rosetas del tubo Nº 1. A partir de estos resultados ha sido posible obtener las incertidumbres asociadas a los factores de error que influyen en la medición, así como la incertidumbre asociada al propio instrumento.

En general, todas las incertidumbres cuantificadas tienen un comportamiento muy similar, independientemente del ensayo y del tubo analizado. En todos los gráficos, la incertidumbre debida al error por mal alineamiento y la debida a la no linealidad son cercanas a cero para cualquier tensión. La pequeña incertidumbre debida al error de mal alineamiento se debe a la buena resolución y pequeña incertidumbre del goniómetro utilizado para medir el error angular de posicionamiento. Por otro lado, se puede apreciar que las incertidumbres de los errores sistemáticos y de los errores por temperatura están casi superpuestas. Esto indica que la magnitud de la primera está muy influenciada por la magnitud de la segunda. La razón principal de esto es la gran incertidumbre de medida del instrumento utilizado para medir la temperatura en el caso de los ensayos con los tubos (pirómetro). Por último, en general la incertidumbre debida

al instrumento de medida es mayor que la incertidumbre del error sistemático. La combinación de estas dos da como resultado una incertidumbre combinada que para todos los tubos es menor a $3 \mu\text{m}/\text{m}$.

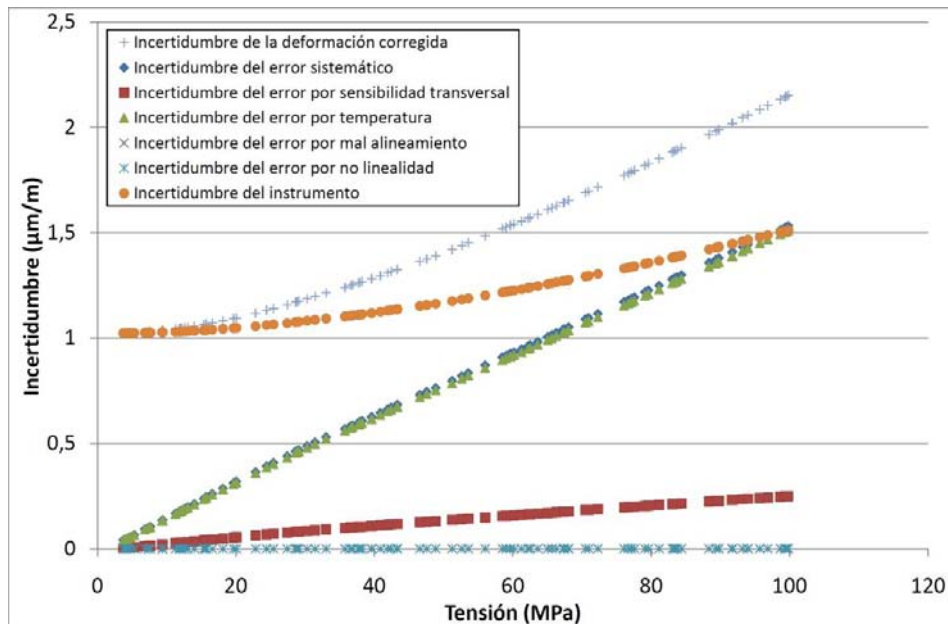


Figura 4-8. Incertidumbres de la cadena de medida de la roseta N° 1 del tubo N° 1

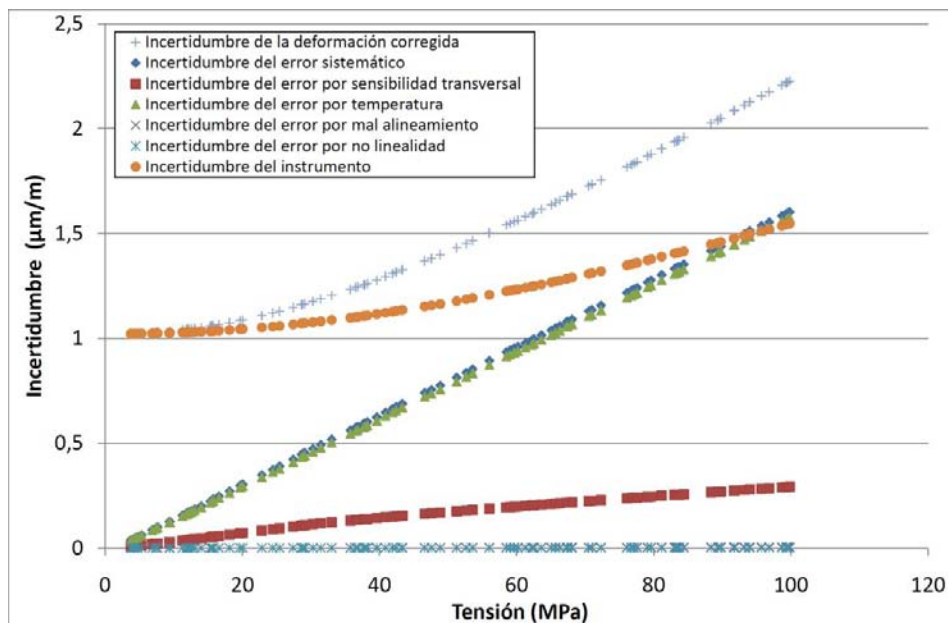


Figura 4-9. Incertidumbres de la cadena de medida de la roseta N° 2 del tubo N° 1

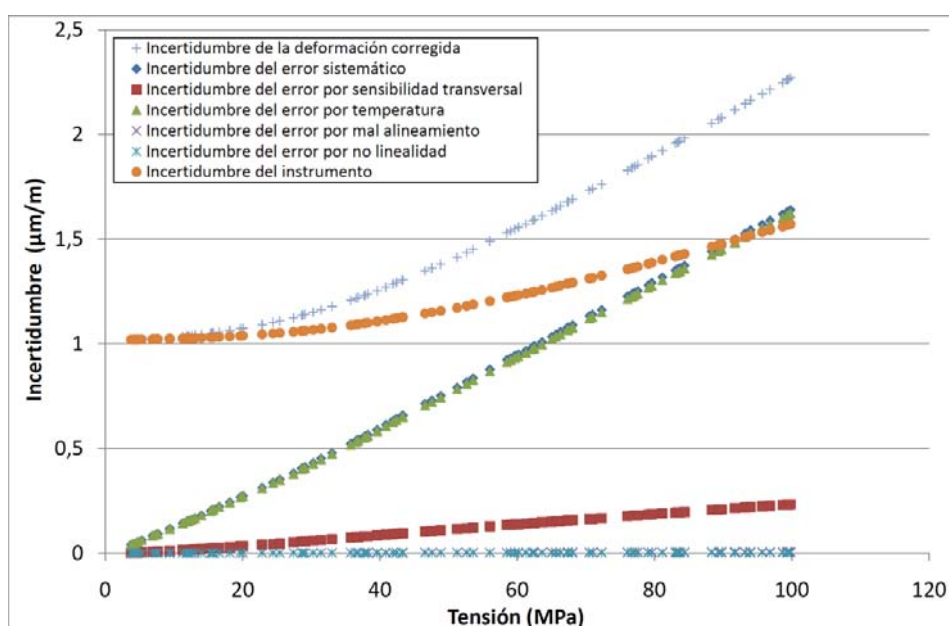


Figura 4-10. Incertidumbres de la cadena de medida de la roseta Nº 3 del tubo Nº 1

Una vez corregidas las deformaciones para las galgas Nº 1, se procedió a obtener la deformación corregida media en la superficie externa. La representación de la tensión en función de la deformación corregida media da como resultado una dispersión de puntos, como la que se representa en la gráfica de la Figura 4-11 para el tubo Nº 1. Como se puede ver, se ha obtenido la ecuación de la recta de regresión por el método de mínimos cuadrados. Esto se ha realizado para todos ensayos llevados a cabo, con el fin de calcular la pendiente media de la recta experimental que caracteriza a la tensión en la superficie del tubo en función de la deformación. Para el caso de las probetas planas, el valor de la pendiente de la recta de regresión corresponde con el Módulo de Young.

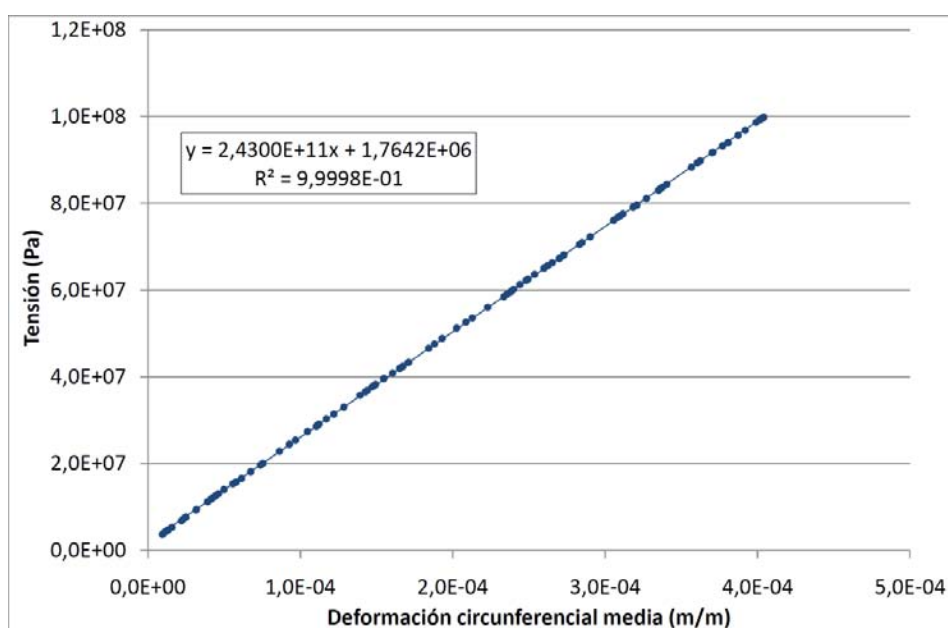


Figura 4-11. Gráfico tensión - deformación corregida media para el tubo Nº 1

A continuación, se ha calculado la incertidumbre de la deformación media. Estos resultados son un indicativo de la calidad de las mediciones realizadas. En la gráfica de la Figura 4-12 se muestran las incertidumbres combinadas de las galgas Nº 1 de las tres rosetas del tubo Nº 1, así como la incertidumbre de la deformación media.

Como se puede apreciar en la gráfica, la contribución de la incertidumbre es mayor conforme aumenta la tensión, es decir, la desviación de la deformación medida corregida con respecto a la deformación media se incrementa conforme aumenta la tensión; aun así, ésta es sumamente pequeña, siendo en todos los casos inferior o aproximadamente igual a $3 \mu\text{m/m}$.

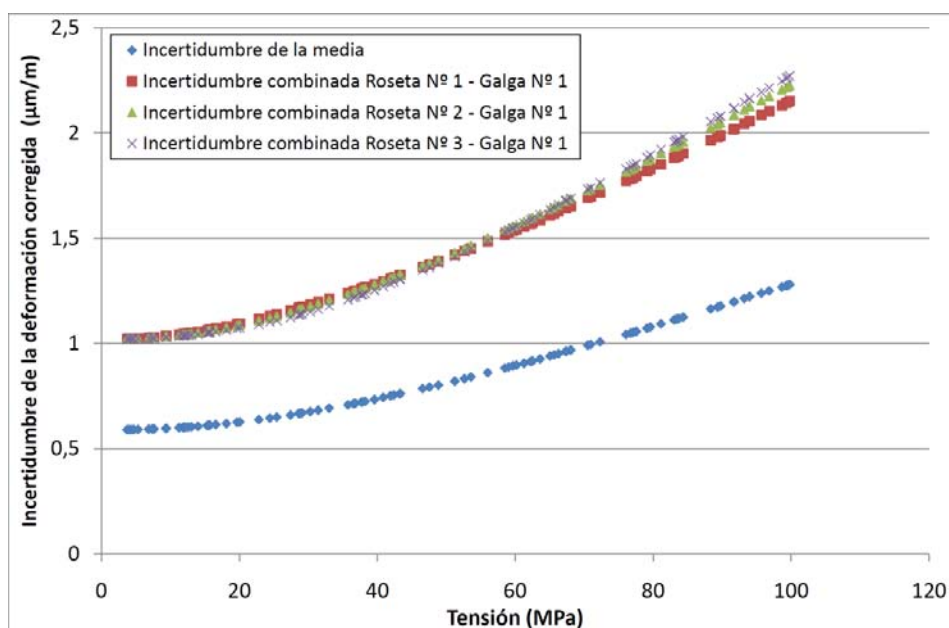


Figura 4-12. Incertidumbres combinadas y media correspondientes al tubo Nº 1

Para analizar la importancia de la incertidumbre media sobre la deformación, se ha calculado la incertidumbre relativa y se ha representado en función de la tensión. El resultado se puede ver en la Figura 4-13.

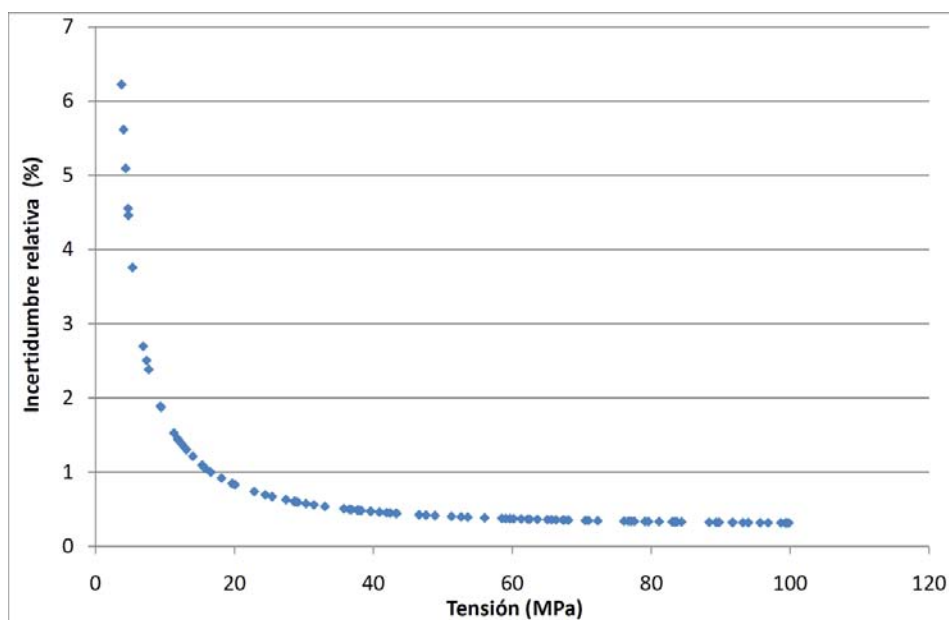


Figura 4-13. Incertidumbre relativa en función de la tensión para el tubo Nº 1

Como se puede apreciar, la incertidumbre media es significativa únicamente para tensiones menores a 20 MPa. Conforme la tensión aumenta, el valor de la incertidumbre relativa cae rápidamente hasta valores menores al 1 %. Este comportamiento se ha observado en todos los ensayos, lo cual es importante, pues permite validar las mediciones que han sido realizadas con las galgas extensométricas. Por otro lado, este comportamiento es el esperado, pues en este caso, la incertidumbre del sistema de medida depende de muchos factores cuyo valor se mantiene constante independientemente del valor de la deformación. Si la deformación medida es pequeña, la relevancia que cobra la incertidumbre debida a todos esos factores es mayor y disminuye conforme aumenta la deformación medida.

Por último, para cada ensayo realizado, se ha procedido al cálculo de la media de todas las pendientes de las rectas regresión lineal correspondientes a los gráficos tensión - deformación corregida media. En la Tabla 4-6 y la Tabla 4-7 se pueden apreciar las pendientes de las rectas de regresión de todos los ensayos, obtenidas según el modelo de Resistencia de Materiales y de Elementos Finitos, respectivamente. En la Tabla 4-8 se muestra el módulo de Young calculado para cada ensayo realizado con las probetas planas. Las rectas de regresión lineal tensión – deformación de todos los ensayos realizados se muestran en los ANEXOS II, III y IV. Finalmente, se ha calculado el valor medio de cada caso, su desviación estándar y la desviación estándar relativa.

Tabla 4-6. Pendiente de la recta de regresión lineal tensión – deformación (RM)

Serie Nº	Ensayo Nº	$M_{RM} = \sigma_{c,RM} / \varepsilon$ (Pa)				
		Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
A	1	2,4289x10 ¹¹	2,3389x10 ¹¹	2,3489x10 ¹¹	2,3279x10 ¹¹	2,2825x10 ¹¹
	2	2,4283x10 ¹¹	2,3313x10 ¹¹	2,3502x10 ¹¹	2,3291x10 ¹¹	2,3006x10 ¹¹
	3	2,4290x10 ¹¹	2,3353x10 ¹¹	2,3506x10 ¹¹	2,3294x10 ¹¹	2,2965x10 ¹¹
	4	2,4283x10 ¹¹	2,3264x10 ¹¹	2,3505x10 ¹¹	2,3298x10 ¹¹	2,3009x10 ¹¹
	5	2,4298x10 ¹¹	2,3393x10 ¹¹	2,3503x10 ¹¹	2,3295x10 ¹¹	2,3051x10 ¹¹
	6	2,4289x10 ¹¹	2,3496x10 ¹¹	2,3509x10 ¹¹	2,3296x10 ¹¹	2,3101x10 ¹¹
	7	2,4306x10 ¹¹	2,3372x10 ¹¹	2,3497x10 ¹¹	2,3297x10 ¹¹	2,3069x10 ¹¹
	8	2,4293x10 ¹¹	2,3337x10 ¹¹	2,3501x10 ¹¹	2,3299x10 ¹¹	2,3138x10 ¹¹
	9	2,4293x10 ¹¹	2,3354x10 ¹¹	2,3488x10 ¹¹	2,3294x10 ¹¹	2,3060x10 ¹¹
	10	2,4289x10 ¹¹	2,3360x10 ¹¹	2,3495x10 ¹¹	2,3294x10 ¹¹	2,3052x10 ¹¹
B	11	2,4298x10 ¹¹	2,3387x10 ¹¹	2,3455x10 ¹¹	2,3284x10 ¹¹	2,3035x10 ¹¹
	12	2,4292x10 ¹¹	2,3387x10 ¹¹	2,3462x10 ¹¹	2,3279x10 ¹¹	2,3052x10 ¹¹
	13	2,4299x10 ¹¹	2,3373x10 ¹¹	2,3467x10 ¹¹	2,3291x10 ¹¹	2,3040x10 ¹¹
	14	2,4308x10 ¹¹	2,3358x10 ¹¹	2,3473x10 ¹¹	2,3279x10 ¹¹	2,3039x10 ¹¹
	15	2,4314x10 ¹¹	2,3400x10 ¹¹	2,3466x10 ¹¹	2,3292x10 ¹¹	2,3046x10 ¹¹
	16	2,4313x10 ¹¹	2,3416x10 ¹¹	2,3472x10 ¹¹	2,3289x10 ¹¹	2,3056x10 ¹¹
	17	2,4311x10 ¹¹	2,3374x10 ¹¹	2,3467x10 ¹¹	2,3283x10 ¹¹	2,3060x10 ¹¹
	18	2,4311x10 ¹¹	2,3384x10 ¹¹	2,3472x10 ¹¹	2,3285x10 ¹¹	2,3040x10 ¹¹
	19	2,4315x10 ¹¹	2,3399x10 ¹¹	2,3469x10 ¹¹	2,3285x10 ¹¹	2,3048x10 ¹¹
	20	2,4313x10 ¹¹	2,3402x10 ¹¹	2,3460x10 ¹¹	2,3283x10 ¹¹	2,3050x10 ¹¹
C	21	2,4360x10 ¹¹	2,3379x10 ¹¹	2,3527x10 ¹¹	2,3301x10 ¹¹	2,2899x10 ¹¹
	22	2,4333x10 ¹¹	2,3389x10 ¹¹	2,3534x10 ¹¹	2,3299x10 ¹¹	2,3138x10 ¹¹
	23	2,4339x10 ¹¹	2,3395x10 ¹¹	2,3523x10 ¹¹	2,3308x10 ¹¹	2,3058x10 ¹¹
	24	2,4329x10 ¹¹	2,3383x10 ¹¹	2,3495x10 ¹¹	2,3304x10 ¹¹	2,3062x10 ¹¹
	25	2,4334x10 ¹¹	2,3400x10 ¹¹	2,3551x10 ¹¹	2,3303x10 ¹¹	2,3060x10 ¹¹
	26	2,4338x10 ¹¹	2,3401x10 ¹¹	2,3485x10 ¹¹	2,3303x10 ¹¹	2,3093x10 ¹¹
	27	2,4346x10 ¹¹	2,3415x10 ¹¹	2,3579x10 ¹¹	2,3301x10 ¹¹	2,3121x10 ¹¹
	28	2,4338x10 ¹¹	2,3403x10 ¹¹	2,3734x10 ¹¹	2,3298x10 ¹¹	2,3089x10 ¹¹
	29	2,4335x10 ¹¹	2,3400x10 ¹¹	2,3588x10 ¹¹	2,3295x10 ¹¹	2,3061x10 ¹¹
	30	2,4335x10 ¹¹	2,3417x10 ¹¹	2,3514x10 ¹¹	2,3302x10 ¹¹	2,3047x10 ¹¹
Media		2,43x10 ¹¹	2,34x10 ¹¹	2,35x10 ¹¹	2,33x10 ¹¹	2,30x10 ¹¹
Desviación estándar		2,14x10 ⁸	3,85x10 ⁸	5,42x10 ⁸	8,16x10 ⁷	6,21x10 ⁸
Desviación relativa		0,088 %	0,165 %	0,231 %	0,035 %	0,269 %

Tabla 4-7. Pendiente de la recta de regresión lineal tensión – deformación (MEF)

Serie Nº	Ensayo Nº	$M_{MEF} = \sigma_{c,MEF} / \varepsilon$ (Pa)				
		Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
A	1	2,462x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,361x10 ¹¹	2,342x10 ¹¹	2,291x10 ¹¹
	2	2,461x10 ¹¹	2,363x10 ¹¹	2,363x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,309x10 ¹¹
	3	2,462x10 ¹¹	2,367x10 ¹¹	2,363x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,305x10 ¹¹
	4	2,461x10 ¹¹	2,358x10 ¹¹	2,363x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,309x10 ¹¹
	5	2,462x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,363x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
	6	2,462x10 ¹¹	2,382x10 ¹¹	2,364x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,318x10 ¹¹
	7	2,463x10 ¹¹	2,369x10 ¹¹	2,362x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,315x10 ¹¹
	8	2,462x10 ¹¹	2,366x10 ¹¹	2,363x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,322x10 ¹¹
	9	2,462x10 ¹¹	2,367x10 ¹¹	2,361x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,314x10 ¹¹
	10	2,462x10 ¹¹	2,368x10 ¹¹	2,362x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
B	11	2,463x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,358x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,312x10 ¹¹
	12	2,462x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,359x10 ¹¹	2,342x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
	13	2,463x10 ¹¹	2,369x10 ¹¹	2,359x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,312x10 ¹¹
	14	2,464x10 ¹¹	2,368x10 ¹¹	2,360x10 ¹¹	2,342x10 ¹¹	2,312x10 ¹¹
	15	2,464x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,359x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
	16	2,464x10 ¹¹	2,374x10 ¹¹	2,360x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,314x10 ¹¹
	17	2,464x10 ¹¹	2,369x10 ¹¹	2,359x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,314x10 ¹¹
	18	2,464x10 ¹¹	2,370x10 ¹¹	2,360x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,312x10 ¹¹
	19	2,464x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,360x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
	20	2,464x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,359x10 ¹¹	2,343x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
C	21	2,469x10 ¹¹	2,370x10 ¹¹	2,365x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,298x10 ¹¹
	22	2,466x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,366x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,322x10 ¹¹
	23	2,467x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,365x10 ¹¹	2,345x10 ¹¹	2,314x10 ¹¹
	24	2,466x10 ¹¹	2,370x10 ¹¹	2,362x10 ¹¹	2,345x10 ¹¹	2,315x10 ¹¹
	25	2,466x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,368x10 ¹¹	2,345x10 ¹¹	2,314x10 ¹¹
	26	2,467x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,361x10 ¹¹	2,345x10 ¹¹	2,318x10 ¹¹
	27	2,467x10 ¹¹	2,373x10 ¹¹	2,371x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,320x10 ¹¹
	28	2,467x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,386x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,317x10 ¹¹
	29	2,466x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,372x10 ¹¹	2,344x10 ¹¹	2,314x10 ¹¹
	30	2,466x10 ¹¹	2,374x10 ¹¹	2,364x10 ¹¹	2,345x10 ¹¹	2,313x10 ¹¹
Media		2,46x10 ¹¹	2,37x10 ¹¹	2,36x10 ¹¹	2,34x10 ¹¹	2,31x10 ¹¹
Desviación estándar		2,15x10 ⁸	3,96x10 ⁸	5,48x10 ⁸	8,77x10 ⁷	6,15x10 ⁸
Desviación relativa		0,087 %	0,167 %	0,232 %	0,037 %	0,266 %

Tabla 4-8. Módulo de Young obtenido de la recta de regresión lineal

Ensayo Nº	$E = \sigma / \varepsilon$ (Pa)				
	Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
1	$2,007 \times 10^{11}$	$2,154 \times 10^{11}$	$2,056 \times 10^{11}$	$2,117 \times 10^{11}$	$2,127 \times 10^{11}$
2	$2,014 \times 10^{11}$	$2,187 \times 10^{11}$	$2,065 \times 10^{11}$	$2,119 \times 10^{11}$	$2,128 \times 10^{11}$
3	$2,016 \times 10^{11}$	$2,187 \times 10^{11}$	$2,068 \times 10^{11}$	$2,120 \times 10^{11}$	$2,136 \times 10^{11}$
Media	$2,012 \times 10^{11}$	$2,176 \times 10^{11}$	$2,063 \times 10^{11}$	$2,118 \times 10^{11}$	$2,130 \times 10^{11}$
Desviación estándar	$4,658 \times 10^8$	$1,954 \times 10^9$	$6,144 \times 10^8$	$1,790 \times 10^8$	$4,772 \times 10^8$
Desviación relativa	0,23 %	0,90 %	0,30 %	0,08 %	0,22 %

Como se puede apreciar en la Tabla 4-6, la Tabla 4-7 y la Tabla 4-8, las desviaciones estándar relativas calculadas son todas menores al 1 % y, en muchos casos son mucho menores. Este resultado indica que la dispersión de los valores de los ensayos llevados a cabo para los tubos y las probetas es muy pequeña y por lo tanto es posible afirmar que la repetitividad de los ensayos es muy buena.

4.3 Resultados del análisis de regresión múltiple

A partir de los resultados obtenidos en los ensayos, se ha realizado una regresión múltiple por mínimos cuadrados. Para llevarlo a cabo se ha introducido los datos de curvatura, módulo de Young del material y la pendiente de la recta de regresión de la gráfica tensión deformación en el software comercial STATGRAPHICS PLUS 4.0, como se ha comentado en la sección 3.3.4. Los datos de curvatura se han obtenido de la Tabla 3-2, el módulo de Young del material es el valor medio que aparece en la Tabla 4-8 y las pendientes de las rectas de regresión se obtienen de la Tabla 4-6 y la Tabla 4-7.

El análisis estadístico se ha llevado a cabo dos veces, uno para los resultados experimentales que utilizan el modelo de Resistencia de Materiales y otro para los que utilizan en modelo de Elementos Finitos. Los resultados de los dos análisis se pueden apreciar en la Figura 4-14 y la Figura 4-15.

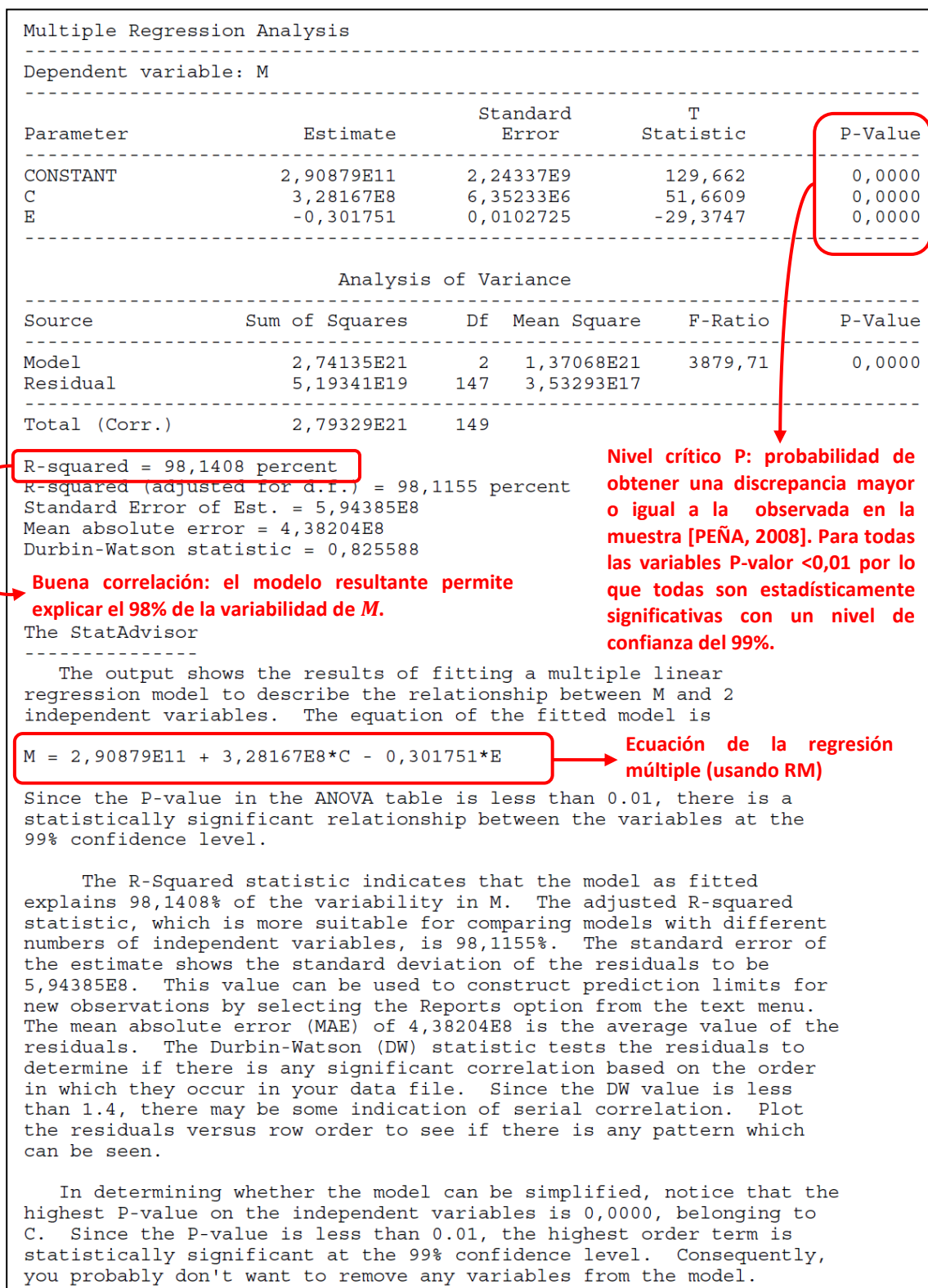


Figura 4-14. Análisis de regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados (RM)

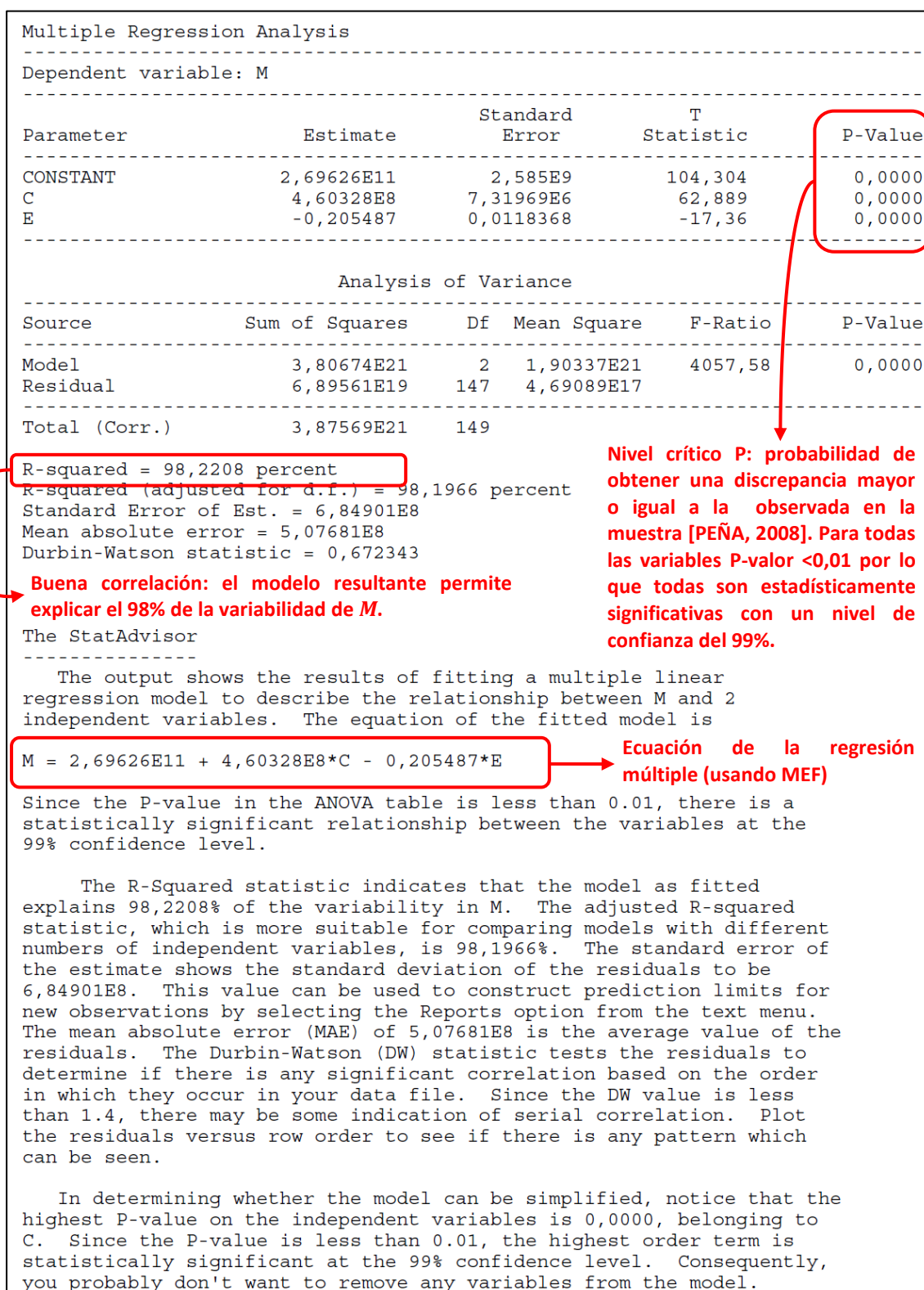


Figura 4-15. Análisis de regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados (MEF)

Estos análisis de regresión múltiple por mínimos cuadrados dan como resultado ecuaciones de la forma:

$$M = a + b \cdot C + c \cdot E$$

donde las constantes a, b y c tiene los valores que se muestran en la Tabla 4-9.

Tabla 4-9. Parámetros constantes de las ecuaciones de regresión múltiple

Constante	Modelo de Resistencia de Materiales (RM)	Modelo de Elementos Finitos (MEF)
<i>a</i>	$2,909 \times 10^{11} \text{ Pa}$	$2,696 \times 10^{11} \text{ Pa}$
<i>b</i>	$3,282 \times 10^8 \text{ Pa} \cdot m$	$4,603 \times 10^8 \text{ Pa} \cdot m$
<i>c</i>	-0,302	-0,205

Los valores de estos parámetros permiten calcular, por medio de la Ecuación 3-57, el Factor de Corrección por Curvatura para cualquier módulo de Young y cualquier curvatura superficial donde se haya adherido una galga extensométrica. Por otro lado, a partir de los resultados de la Figura 4-14 y la Figura 4-15, se puede deducir que las dos ecuaciones obtenidas de la regresión múltiple se ajustan muy bien a los datos experimentales. En particular, se puede apreciar que el coeficiente de correlación R^2 tiene un valor de aproximadamente 0,98 en ambos casos (valor muy cercano a la unidad), lo cual significa que el modelo resultante permite explicar el 98 % de la variabilidad de la variable dependiente M . Además, el nivel crítico P (P-Value) indica la probabilidad de obtener una discrepancia mayor o igual a la observada en la muestra [PEÑA, 2008]. En ambos casos, para todas las variables P-Value < 0,01, por lo que todas son estadísticamente significativas con un nivel de confianza del 99 %.

A continuación se han obtenido una serie de gráficos, que permiten reafirmar que la regresión múltiple realizada es un método adecuado para modelizar la relación entre las variables. En primer lugar, en la Figura 4-16 y la Figura 4-17 se puede observar la relación entre la variable dependiente experimental, M , y su predicción según las ecuaciones de regresión obtenidas. En ambos casos se puede ver cómo existe una buena correlación lineal entre los valores de la variable experimental y la predicción.

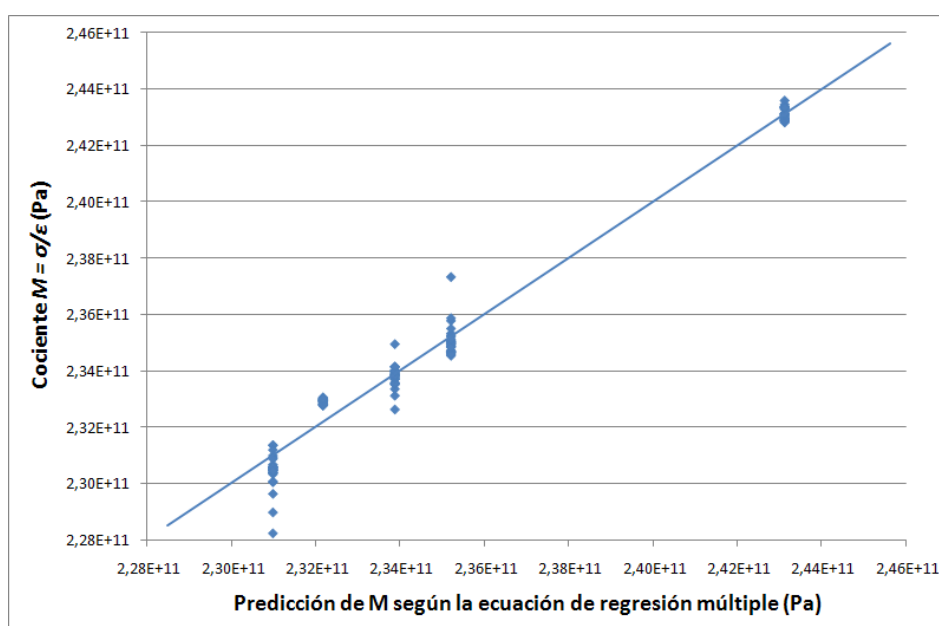


Figura 4-16. Relación entre M y su predicción según la ecuación de regresión (RM)

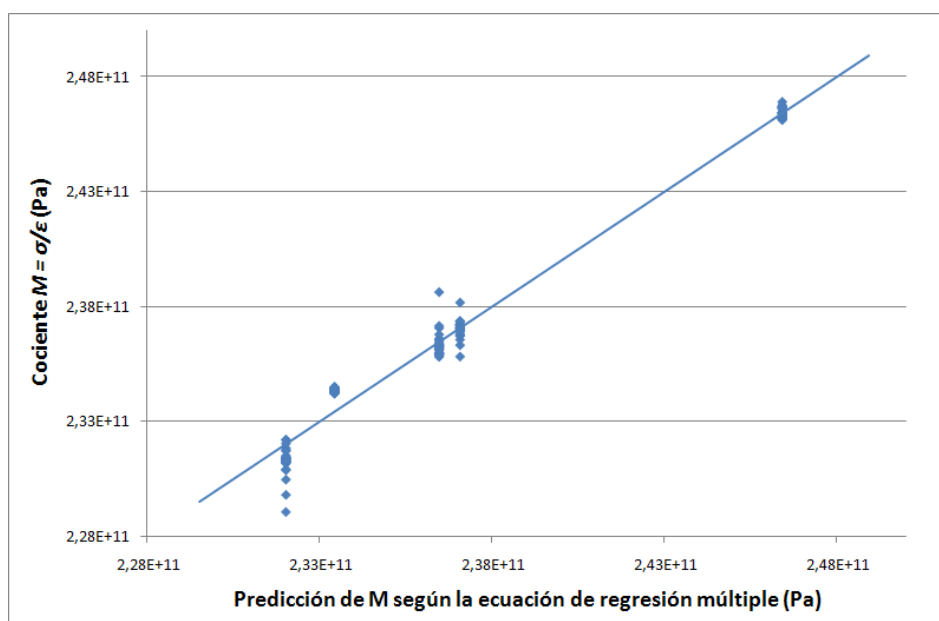


Figura 4-17. Relación entre M y su predicción según la ecuación de regresión (MEF)

A continuación, se han obtenido los gráficos de residuos respecto al de los valores estimados (ver Figura 4-18 y Figura 4-19). Estos gráficos se utilizan para identificar la falta de linealidad, heterocedasticidad y valores atípicos [PEÑA, 2002]. En general, si los valores se distribuyen de manera aleatoria, es decir, que no se aprecie

ninguna tendencia, quiere decir que la relación entre las variables es lineal. Tal y como se puede observar, en ningún caso existe una tendencia apreciable, lo cual confirma que el modelo de regresión lineal múltiple utilizado es correcto.

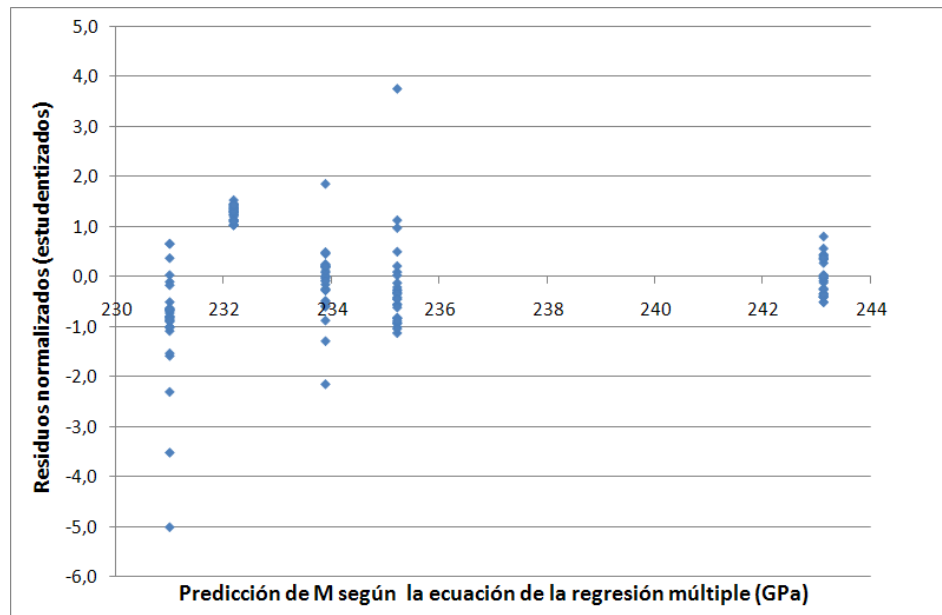


Figura 4-18. Residuos normalizados de la regresión múltiple para el modelo RM

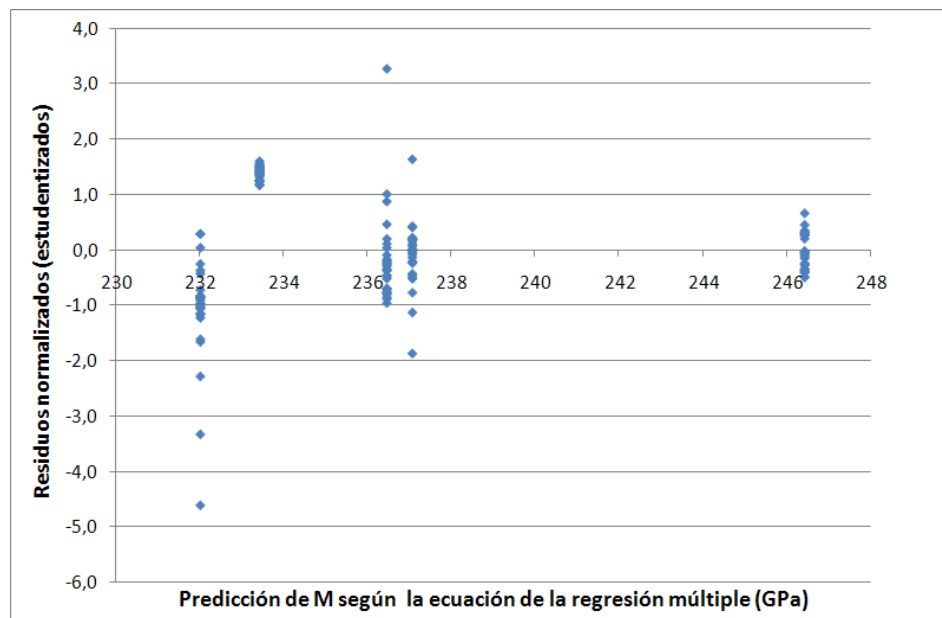


Figura 4-19. Residuos normalizados de la regresión múltiple para el modelo MEF

Por último, se han realizado los histogramas de residuos de ambos casos, tal y como se ve en la Figura 4-20 y la Figura 4-21. Estos gráficos son de utilidad para analizar la normalidad de los residuos e identificar valores atípicos [PEÑA, 2002].

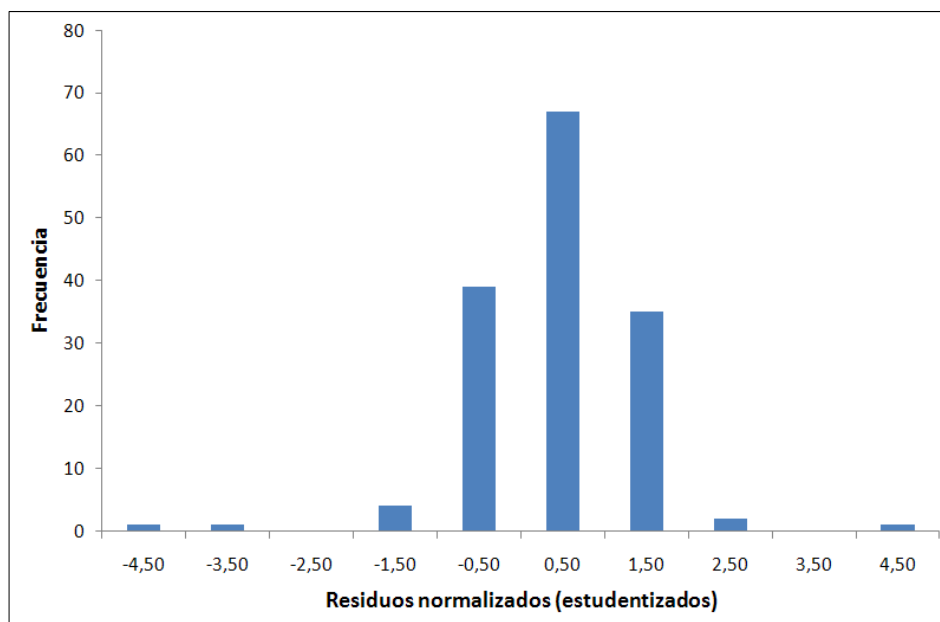


Figura 4-20. Frecuencia de los residuos normalizados de la regresión (RM)

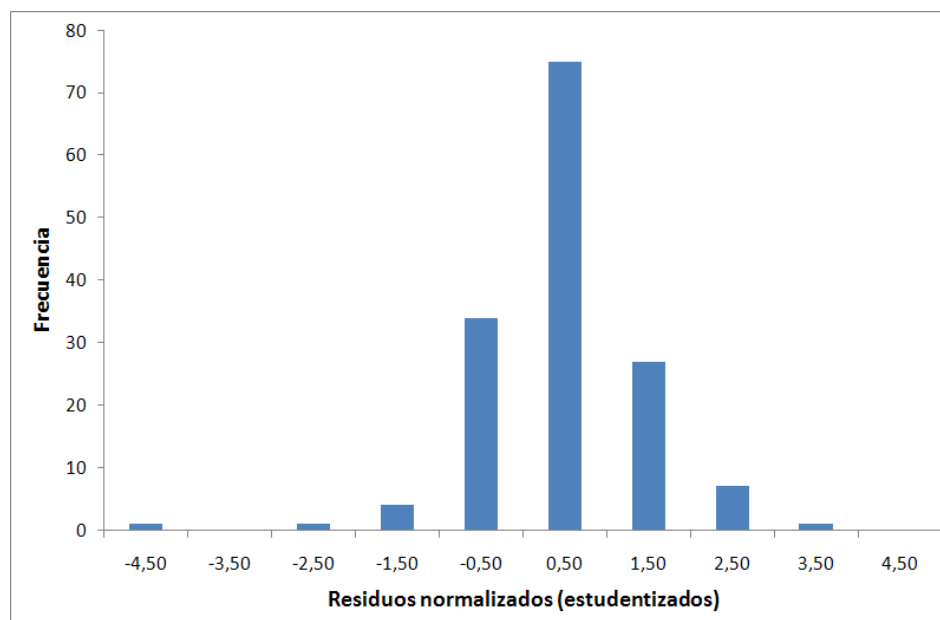


Figura 4-21. Frecuencia de los residuos normalizados de la regresión (MEF)

Como se puede apreciar, la forma de ambos histogramas se asemeja a una normal centrada en cero. Esto confirma que el modelo de regresión lineal múltiple en ambos casos describe bien el comportamiento de las variables, pues los residuos se distribuyen de manera normal alrededor de cero.

A partir de todos estos gráficos, (Figura 4-16 a Figura 4-21), se puede deducir que las dos ecuaciones obtenidas de las regresiones múltiples (Figura 4-14 y Figura 4-15) se ajustan muy bien a los datos y que los parámetros obtenidos logran explicar adecuadamente los resultados experimentales.

De esta manera se puede afirmar que, el análisis de regresión múltiple llevado a cabo y su validación como método adecuado para caracterizar la relación entre las variables permite confirmar que para los elementos curvos ensayados existe una relación entre la pendiente de la curva tensión – deformación, la curvatura y el módulo de Young del material. Es decir, **la curvatura del elemento sobre el cual se está midiendo la deformación es una variable que influye en la relación tensión – deformación de un elemento curvo**. Por lo tanto, ésta es una variable que debe ser tomada en cuenta a la hora de calcular la tensión a partir de la deformación medida utilizando galgas extensométricas resistivas en una superficie con curvatura.

Finalmente, como se ha propuesto en la sección 3.3.5, para corregir el valor de la tensión calculada a partir de la deformación medida con una galga extensométrica en un elemento curvo, la curvatura del elemento debe ser tomada en cuenta mediante el Factor de Corrección por Curvatura K_c . Así, la tensión corregida se obtiene mediante la Ecuación 3-9, donde el Factor de Corrección por Curvatura K_c se calcula utilizando la Ecuación 3-57 y los valores de las constantes de la Tabla 4-9.

4.4 Aplicación de los modelos a los tubos ensayados

Una vez conocidos los parámetros necesarios para calcular el Factor de Corrección por Curvatura K_c , es posible utilizarlos para evaluar los casos particulares que se han analizado a lo largo de este trabajo.

4.4.1 Factor de Corrección por Curvatura K_c

A partir de los resultados de la Tabla 4-9, se ha calculado el valor del Factor de Corrección por Curvatura y su incertidumbre para los casos particulares analizados en este trabajo. De acuerdo con la sección 3.3.5, el resultado de evaluar la Ecuación 3-57 y Ecuación 3-58 para los cinco tubos se puede ver en la Tabla 4-10 y la Tabla 4-11.

Tabla 4-10. Factor de Corrección por Curvatura al usar el modelo RM

Utilizando el modelo de resistencia de materiales (RM)				
Tubo Nº	Factor de Corrección por Curvatura $K_{c,RM}$	$\Delta\sigma = \frac{\sigma_c - \sigma}{\sigma}$	Incertidumbre expandida ($k_p = 2$) $U(K_{c,RM})$	Incertidumbre expandida relativa $U_{rel}(K_{c,RM})$ (%)
1	1,209	20,9 %	$4,043 \times 10^{-3}$	0,33
2	1,075	7,7 %	$1,430 \times 10^{-2}$	1,33
3	1,141	14,1 %	$4,659 \times 10^{-3}$	0,41
4	1,096	9,6 %	$1,239 \times 10^{-3}$	0,11
5	1,084	8,4 %	$3,586 \times 10^{-3}$	0,33

Tabla 4-11. Factor de Corrección por Curvatura al usar el modelo MEF

Utilizando el modelo de elementos finitos (MEF)				
Tubo Nº	Factor de Corrección por Curvatura $K_{c,MEF}$	$\Delta\sigma = \frac{\sigma_c - \sigma}{\sigma}$	Incertidumbre expandida ($k_p = 2$) $U(K_{c,MEF})$	Incertidumbre Expandida relativa $U_{rel}(K_{c,RM})$ (%)
1	1,226	22,6 %	$3,830 \times 10^{-3}$	0,31
2	1,089	8,9 %	$1,345 \times 10^{-2}$	1,24
3	1,147	14,7 %	$4,367 \times 10^{-3}$	0,38
4	1,102	10,2 %	$1,159 \times 10^{-3}$	0,11
5	1,089	8,9 %	$3,349 \times 10^{-3}$	0,31

Como se puede apreciar, la corrección por el efecto de la curvatura puede llegar a ser muy importante. Para el tubo Nº 1 la diferencia entre la tensión corregida y no corregida es mayor al 20 %, mientras que para el tubo Nº 3 esta diferencia se encuentra por encima del 14 %. Por otro lado, en todos los casos la tensión corregida es mayor que la tensión no corregida. Este es un resultado importante pues un elemento podría

sobrepasar su máxima tensión admisible de diseño, si no se corrige el efecto de la curvatura por medio del Factor de Corrección.

Por otro lado, también es importante notar que las incertidumbres obtenidas en ambos casos son sumamente pequeñas, encontrándose únicamente dos casos en los que la incertidumbre relativa es ligeramente mayor al 1 %. Estos resultados permiten validar la metodología utilizada.

Por último, es posible calcular la diferencia entre los Factores de Corrección por Curvatura calculados según los parámetros obtenidos para el caso en que se utilizó el modelo de resistencia de materiales (RM) y para el caso en que se utilizó el modelo de elementos finitos (MEF). Como se puede ver en la Tabla 4-12, las diferencias entre ambos son muy pequeñas (< 1,39 %), lo que permite corroborar la concordancia entre ambos modelos desarrollados.

Tabla 4-12. Diferencia entre los Factores de Corrección por Curvatura

Tubo Nº	Diferencia entre Factores de Corrección por Curvatura resultantes ΔK_c (%)
1	1,39
2	1,29
3	0,52
4	0,54
5	0,46

4.4.2 Incertidumbre de la tensión

El objetivo principal en la mayoría de los ensayos en que se mide deformación es la obtención final de la tensión que la origina. De ahí la importancia de los resultados de las incertidumbres de las tensiones. Para esto, se ha seguido la metodología descrita en la sección 3.3.6.

El resultado de evaluar la Ecuación 3-62, para todos los ensayos de los 5 tubos, se ha utilizado para calcular la incertidumbre expandida relativa. A continuación, se ha

representado de manera que se pueda apreciar su evolución en función de la tensión en el elemento, para ambos modelos utilizados (RM y MEF). Los resultados se muestran en la Figura 4-22 y la Figura 4-23.

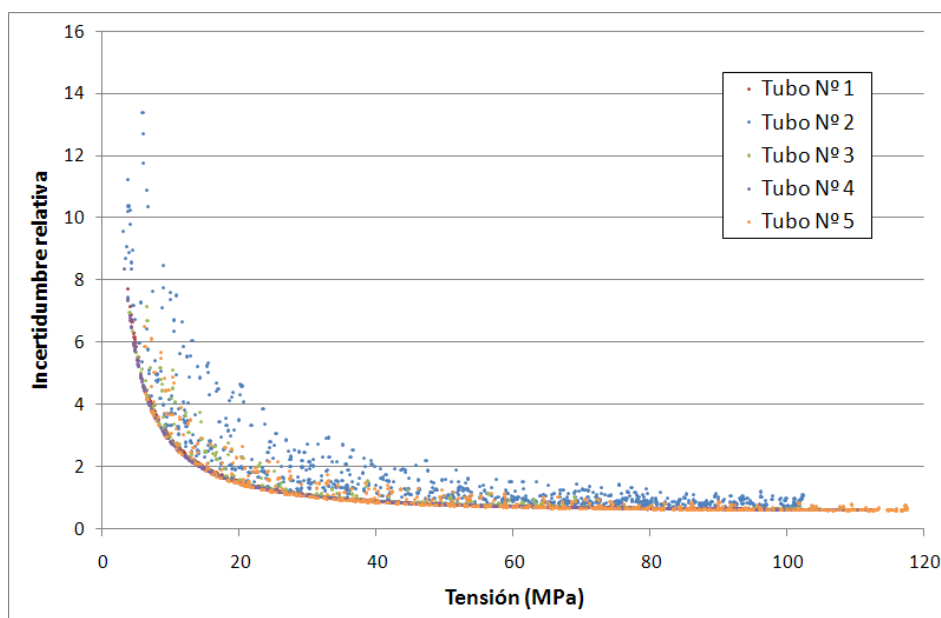


Figura 4-22. Evolución de la incertidumbre conforme aumenta la tensión (RM)

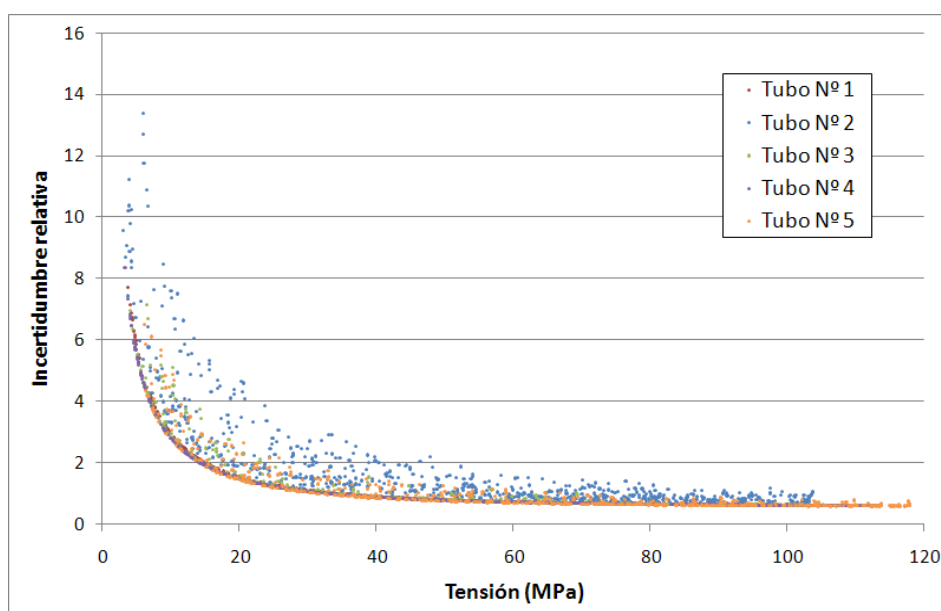


Figura 4-23. Evolución de la incertidumbre conforme aumenta la tensión (MEF)

Como se puede apreciar, ambas gráficas son prácticamente idénticas, encontrándose variaciones insignificantes entre una y otra. De estas es importante rescatar el hecho de que la incertidumbre relativa disminuye conforme aumenta la tensión, llegando a valores menores al 1 % para tensiones mayores a 60 MPa. Esto implica que es posible conocer con gran exactitud las tensiones máximas en condiciones de carga controladas. Este es un resultado muy importante, pues, por lo general en los ensayos que se llevan a cabo para determinar el comportamiento de un elemento ante diferentes sollicitaciones, lo que interesa conocer son las tensiones máximas que puedan llevar al elemento a un estado de deformación plástica o a la rotura. En el caso del acero esta tensión máxima es mayor a 60 MPa, por lo que se puede afirmar que, cuando el elemento alcanza tensiones de importancia para su diseño, la incertidumbre relativa es muy pequeña y prácticamente despreciable.

5 CONCLUSIONES

Llegado a este punto, es posible establecer varias conclusiones a partir de los resultados obtenidos y que se resumen a continuación:

1. El análisis por métodos estadísticos de la relación entre la pendiente de recta tensión – deformación, la curvatura del elemento y el módulo de Young del material, permite concluir que la curvatura de la superficie de los elementos ensayados tiene un efecto directo sobre la relación tensión – deformación. La magnitud de este efecto depende de la curvatura y módulo de Young del material. En los casos particulares analizados se han encontrado diferencias de hasta 22,6 % entre la tensión corregida y no corregida por los efectos de la curvatura. Por lo tanto, se concluye que la hipótesis formulada es válida y que efectivamente existe un efecto en el cálculo de la tensión debido a la curvatura del elemento cuando ésta se obtiene por medio de la medición de la deformación con galgas extensométricas resistivas.
2. Se ha determinado una ecuación que permite calcular el Factor de Corrección por Curvatura K_c para cualquier valor de curvatura y de módulo de Young del material. Se ha comprobado la importancia de tomar en cuenta la curvatura a la hora de calcular la tensión a partir de la deformación medida sobre una superficie curva. El Factor de Corrección por Curvatura permite calcular la tensión corregida a partir de la deformación medida, el módulo de Young del material y la propia curvatura superficial del elemento.
3. Se ha formulado un método de cálculo de la incertidumbre de la cadena de medida extensométrica, basado en un modelo de errores que tiene en cuenta los factores más comunes. De esta forma se ha podido propagar la incertidumbre hasta el cálculo final del Factor de Corrección por Curvatura y de la tensión resultante. El estudio de la incertidumbre a lo largo del desarrollo de este trabajo, ha permitido obtener resultados de elevada exactitud, lo cual otorga fiabilidad a las conclusiones alcanzadas. En particular para las condiciones de este trabajo, se ha comprobado que la incertidumbre relativa del Factor de

Corrección por Curvatura es cercana al 1 % y en la mayoría de los casos es inferior. Por otro lado, se ha podido evidenciar que la incertidumbre relativa de la tensión disminuye a media que aumenta la tensión, hasta llegar a valores menores al 1 % para tensiones superiores a 60 MPa.

4. Aun en superficies curvas, la deformación medida varía linealmente con la fuerza de compresión aplicada y con la tensión. En todas las regresiones lineales realizadas, se han obtenido coeficientes de determinación (R^2) mayores a 0,99.
5. Las diferencias entre los resultados obtenidos al utilizar el modelo de Resistencia de Materiales y el modelo de Elementos Finitos son muy pequeñas (< 1,39 % para los casos particulares analizados). Utilizar dos modelos para el cálculo de la tensión en el elemento curvo, ha permitido reforzar la conclusión de que la curvatura, y no otra circunstancia, es la causa de la diferencia entre la relación tensión – deformación en un elemento con una superficie curva y un elemento con una superficie plana.
6. El modelo de elementos finitos permite obtener muy buenos resultados, aun en el caso de asumir un estado de deformación plana (en 2 dimensiones). Esto, claro está, siempre y cuando se utilicen elementos geométricos de segundo orden a la hora de efectuar el mallado de la pieza, pues, después de múltiples pruebas se ha comprobado que es de suma importancia para obtener resultados congruentes. Como es de esperar, también se ha podido comprobar la importancia del tamaño de los elementos de la malla. Se ha visto que los resultados del modelo de elementos finitos mejoran conforme el mallado es más fino, es decir, con elementos más pequeños. Al utilizar un modelo simplificado y con requerimientos de cálculo menores se ha podido disminuir el tamaño de la malla hasta valores mínimos (0,25 mm). Se ha comprobado que utilizar un mallado más fino no tiene ningún efecto sobre los resultados.
7. Al utilizar el modelo en elementos finitos, se ha comprobado la importancia de reorientar las tensiones obtenidas en los nodos, por medio del círculo de Mohr, de manera que la dirección de las tensiones resultantes concuerden con la dirección de máxima sensibilidad de las galgas extensométricas.

6 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

A continuación se proponen algunas líneas de trabajo sobre las que, de acuerdo con los resultados y conclusiones a las que se ha llegado en este trabajo, se puede seguir investigando con el fin de generalizar los resultados obtenidos:

1. Investigar el comportamiento de las galgas cuando se adhieren a la superficie interna de un elemento curvo, para determinar si se obtiene una tendencia similar a la observada en las galgas adheridas sobre la superficie externa.
2. Ampliar la muestra de tubos de diferentes diámetros con el fin de analizar qué ocurre en superficies cuya curvatura se encuentra por debajo de los 13 m^{-1} y más allá de los 40 m^{-1} .
3. Utilizar tubos de diferente material con el fin de determinar si los resultados encontrados también aplican para materiales distintos al acero.
4. Utilizar diferentes tipos y tamaños de galgas extensométricas, así como diferentes adhesivos, con el fin de evaluar su comportamiento.
5. Llevar a cabo ensayos utilizando alguna otra técnica experimental para medir deformación, con el fin de tener un método más de comparación.

7 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Andrae, J. y Sawla, A. "Time Synchronized Measurement of Multi-Bridge Force Transducers" Elsevier Ltd., Measurement, vol. 29, pag. 105 – 111. 2001.

Avalle, M. y Goglio, L. "Static Lateral Compression of Aluminum Tubes: strain gauge measurements and discussion of theoretical models" Professional Engineering Publishing, The Journal of Strain Analysis of Engineering Design, vol. 32, Nº 5, pag. 335 – 343. 1997.

ASTM Standards E8M – 04 "Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials [Metric]" ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008.

ASTM Standards E111 – 04 "Standard Test Methods Young's Modulus, Tangent Modulus, and Chord Modulus" ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008.

Beer, Ferdinand P. y Johnston, E. Russell Jr. "Mecánica de Materiales" McGraw-Hill. Colombia. Segunda edición. 1993.

Bagaria, W. J. y Sharpe, W. N. Jr. " Temperature and Rise-time Effects on the Dynamic Strain Measurement" Springer Boston, Experimental Mechanics, vol. 20, Nº 6, pag. 205 – 210. Junio, 1980.

Bickle, Larry W. "The Response of Strain Gauges to Longitudinally Sweeping Strain Pulses" Springer Boston, Experimental Mechanics, vol. 10, Nº 8, pag. 333 – 337. Agosto, 1970.

Cappa, Paolo; Marinozzi, Franco y Sciuto, Salvatore Andrea "A Novel Method for the Simultaneous Measurement of Temperature and Strain Using a Three-Wire Connection" Institute of Physics Publishing, Measurement Science and Technology, vol. 12, pag. 502 – 506. 2001.

Cox, Maurice G. y Harris, Peter M. "Measurement Uncertainty and Traceability" Institute of Physics Publishing, Measurement Science and Technology, vol. 17, pag. 533 – 540. 2006.

Dally, James W. y Riley, William F. "Experimental Stress Analysis" McGraw-Hill Inc. Tercera edición. 1991.

Distenhoff, M. F. W.; Laker, J.; Marquis, A. J. y Nouri, J. M. "The Application of a Strain Gauge Technique to the measurement of the power characteristic of five impellers" Springer-Verlag, Experiments in Fluids, vol. 20, pag. 56 – 58. 1995.

Dorogoy, A. y Rittel, D. "Optimum Location of a three Strain Gauge Rosette for Measuring Mixed Stress Intensity Factors" Elsevier Ltd., Engineering Fracture Mechanics, vol. 75, Nº 14, pag. 4127 – 4139. 2008.

Ellis, Brent L. y Smith, Montgomery L. "Modeling and Experimental Testing of Strain Gauges in Operational and Failure Modes" IEEE, Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 58, Nº 7, pag. 2222 – 2227. 2009.

Fischer, U. et al "Tabellenbuch Metall" Verlag Europa-Lehrmittel. Köln, Deutschland. 1999. ISBN 3-8085-1671-2

Fujii, Yusaku. "Method for Correcting the Effect of Inertial Mass on Dynamic Force Measurement" IOP Publishing, Measurement Science and Technology, Nº 18, pag. N13-N20. 2007.

Gobbi, Massimiliano; Mauro, Aiolfi; Pennati, Mario; Previati, Giorgio; Levi, Francesco; Ribaldone, Massimo y Mastinu, Giampiero" Taylor and Francis, Vehicle System Dynamics, vol. 43, pag. 412 – 433. 2005.

Godler, Ivan; Horiuchi, Masashi; Hashimoto, Minoru y Ninomiya, Tamotsu. "Accuracy Improvement of built-in Torque Sensing of Harmonic drives" IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol 5, Nº 4, pag. 360-366. Diciembre, 2000.

Haddab, Y.; Chen, Q y Lutz, P. "Improvements of Strain Gauges Micro-Forces Measurements using Kalman optimal filtering" Elsevier Ltd., Mechatronics, vol. 19, Nº 4, pag. 457 – 462. 2009.

Hibbeler, R. C. "Mecánica de Materiales". Prentice Hall, Primera edición. 1997

Hoffmann, Karl. "An Introduction to Measurements using Strain Gages" Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt. 1989.

JCGM 100:2008 "Evaluation of measurement data – Guide to the expression of the uncertainty in measurement" Joint Committee for Guides in Metrology. Primera edición. Septiembre, 2008.

Kanehara, Hiromichi y Fujioka, Takehiko. "Measuring Wheel/Rail Contact Points of Running Railway Vehicles" Elsevier Science B. V., Wear, Nº 253, pag. 275-283. 2002.

Kim, J. H.; Kang, D. I.; Shin, H. H. y Park, Y. K. "Design and Analysis of a Column Type Multi-Component Force-Moment Transducer" Elsevier Science Ltd., Measurement, Nº 33, pag. 213-219. 2003.

Marioli, D.; Rolla, P. y Taroni, A. "Strain Gauge Transducers: an Evaluation of Accuracy Limits" Elsevier Ltd., Measurement, vol 3, Nº 3, pag 98 – 104. 1992.

Mihov, Georgy; Dimitrov, Emil y Nenov, Nencho "Temperature Error Compensation of Force Sensor for Railway Carriages Wheel Load Measuring" IEEE, 27th International Spring seminar on Electronics Technology, vol 3, pag. 486 – 490. 2004.

Migrom, C.; Finestone, A.; Hamel, A.; Mandes, V.; Burr, D. y Sharkey, N. "A Comparison of Bone Strain Measurements at Anatomically Relevant Sites Using Surface Gauges Versus Strain Gauged Bone Stables" Elsevier Ltd., Journal of Biomechanics, vol. 37, Nº 6, pag. 947 – 952. 2004.

Murray, W. M. (1992). "The Bonded Electrical Resistance Strain Gage: An introduction" Oxford University Press, New York.

NEC San-ei Instruments, Ltd “Manual de Operación: DC BRIDGE DYNAMIC STRAIN AMPLIFIERS” Primera edition. Marzo, 1992.

Nenov, Nencho G.; Dimitrov, Emil N.; Mihov, George S. y Ruzhekov, Toma G. “Sensor for Measuring Load on Wheels of Running Railway Vehicle” IEEE, 28th International Spring seminar on Electronics Technology, pag. 40 – 44. 2005.

Oi, Koshiro “ Transcient Response of Bonded Strain Gauges” Springer Boston, Experimental Mechanics, vo. 6, Nº 9, pag. 463 – 468. Septiembre, 1966.

Ortiz Berrocal, Luis. “Resistencia de Materiales”. McGraw-Hill. Tercera edición. Madrid. 2007.

Ostroff, Arnold N. “An investigation of the Accuracy of a Strain Gauge-Telemetry Torque Measuring System” Instrument Society of America, Proceedings on the Twenty-first International Instrumentation Symposium, Advances in Test Measurements, vol. 12, pag. 227 – 231. 1975.

Park, Yon-Kiu; Kumme, Rolf y Kang, Dae-Im “Dynamic Investigation of a Binocular Six-Component Force-Moment Sensor” Institute of Physics Publishing, Measurement Science and Technology, Nº 13, pag. 1311-1318. 2002.

Peña Sánchez de Rivera, Daniel “Fundamentos de Estadística” Alianza Editorial. Madrid, 2008. ISBN: 978-84-206-8380-5.

Peña Sánchez de Rivera, Daniel “Regresión y Diseño de Experimentos” Alianza Editorial. Madrid, 2002. ISBN: 84-206-8695-6.

Rodriguez-Avial Azcunaga, Fernando. “Problemas Resueltos de Resistencia de Materiales” Bellisco. España. Cuarta edición. 1999.

Saxena, V. C. y Machin, K. E. “Transverse-Sensitivity Errors in Biaxial-Stress Fields” Professional Engineering Publishing, Journal of Strain Analysis, vol. 7, Nº 1, pag. 41-43. 1972.

Shigley, Joseph Edward y Mischke Charles R. "Diseño en Ingeniería Mecánica" McGraw-Hill. Mexico. Quinta Edición. 2000.

Taylor, D. A. W. "Time and Amplitude Errors in the Measurement of Dynamic Strain Pulses by Resistance Strain Gauges" Pergamon Press Ltd., International Journal of Mechanical Science, vol. 8, pag. 193 – 212. 1966.

Ueda, K. y Umeda, A. "Dynamic Response of Strain Gauges up to 300 kHz" Springer Boston, Experimental Mechanics, vol. 38, Nº 2, pag. 93 - 98. Junio, 1998.

Vasudevan, M. "Transverse Sensitivity Correction of Strain-Gauge Readings by a Method of Mohr's Circles" Professional Engineering Publishing, Journal of Strain Analysis, vol. 14 Nº 1, pag. 23 - 27. 1979.

Veen, Adriaan M. H. van der y Cox, Maurice G. "Error Analysis in the Evaluation of Measurement Uncertainty" Institute of Physics Publishing, Metrología, vol. 40, pag. 42 – 50. 2003.

Vishay Micro-Measurements "Errors due to Transverse Sensitivity in Strain Gages" Tech Note TN-509, pag. 91 - 99. 2007.

Vishay Micro-Measurements "Errors due to Misalignment of Strain Gages" Tech Note TN-511, pag. 107 - 111. 2007.

Vishay Micro-Measurements "Errors due to Wheatstone Bridge Nonlinearity" Tech Note TN-507-1, pag. 77 - 81. 2007.

Vishay Micro-Measurements "Strain Gage Thermal Output and Gage Factor Variation with Temperature" Tech Note TN-504-1, pag 35 - 47. 2007.

Vishay Micro-Measurements "Strain Gage Selection: Criteria, Procedures, Recommendations" Tech Note TN-504-4, pag 49 - 64. 2007.

Vishay Micro-Measurements. "Surface preparation for strain gage bonding" Application Note B-129-8. 2005.

Vishay Micro-Measurements "The Three-Wire Quarter-Bridge Circuit" Application Note TT-612, pag. 221 - 223. 2007.

Watson, Hal Jr. "Gauge-Length Errors in the Resolution of Disperse Stress Waves" Springer Boston, Experimental Mechanics, vol. 12, Nº 8, pag. 352 – 358. 1972.

Window, A. L. y Holister, G. S. "Strain Gauge Technology" Applied Science Publishers. Segunda edición. Londres, 1982.

Yu, Ren y Jianzheng, Chen. "New Research About the Continuously Measure Wheel/Rail Contact Point on Rail" IEEE, The Eight International Conference on Electronic Measurement and Instruments, vol. 1, pag. 337 - 340. 2007.

8 ANEXO I: variables utilizadas en el modelo RM

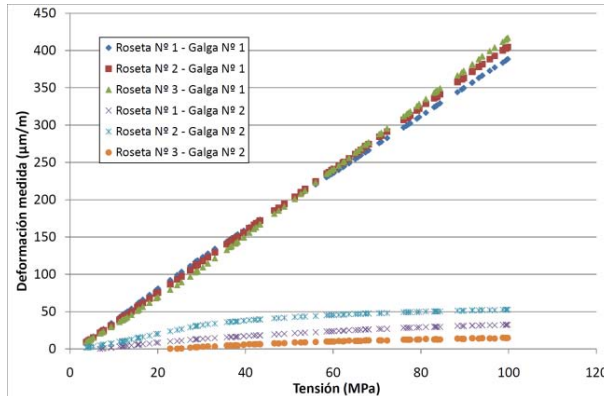
Tabla 8-1. Valores de las variables utilizadas en el modelo RM

Variable		Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
Diámetro externo (mm)	d_e	50,875	75,725	99,925	125,675	149,6
Diámetro interno (mm)	d_i	40,4	60,075	86,4	107,575	132,825
Longitud (m)	b	0,1002	0,0993	0,1006	0,1005	0,0972
Ángulo entre la línea de fuerza y la sección (rad)	α	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708	1,5708
Resistencia máxima a fluencia del material (Pa)	R_e	$-3,55 \times 10^8$	$-3,55 \times 10^8$	$-3,55 \times 10^8$	$-3,55 \times 10^8$	$-3,55 \times 10^8$
Factor de seguridad	η	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
Coefficiente de elasticidad del material (Pa)	E	$2,09 \times 10^{11}$	$2,09 \times 10^{11}$	$2,09 \times 10^{11}$	$2,09 \times 10^{11}$	$2,09 \times 10^{11}$
Tensión máxima admisible (Pa)	σ_{adm}	$-2,37 \times 10^8$	$-2,37 \times 10^8$	$-2,37 \times 10^8$	$-2,37 \times 10^8$	$-2,37 \times 10^8$
Deformación máxima admisible ($\mu\text{m/m}$)	ε_{adm}	-1132,38	-1132,38	-1132,38	-1132,38	-1132,38
Radio externo (m)	r_e	0,0254	0,0379	0,0500	0,0628	0,0748
Radio interno (m)	r_i	0,0202	0,0300	0,0432	0,0538	0,0664
Espesor (m)	h	0,0052	0,0078	0,0068	0,0091	0,0084
Area transversal (m^2)	A	0,0005	0,0008	0,0007	0,0009	0,0008
Radio al centro de gravedad (m)	r_c	0,0228	0,0340	0,0466	0,0583	0,0706
Radio de la fibra neutra (m)	R	0,0227	0,0338	0,0465	0,0582	0,0705
Distancia de la fibra neutra al centro de gravedad (m)	e	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
Distancia de la fibra neutra al punto externo (m)	y_e	-0,0027	-0,0041	-0,0035	-0,0046	-0,0043
Distancia de la fibra neutra al punto interno (m)	y_i	0,0025	0,0038	0,0033	0,0044	0,0041
Fuerza máxima admisible (N)	P_{adm}	-13789,65	-20485,15	-11642,81	-16586,24	-11521,51
Fuerza máxima aplicada (N)	P	-13800	-20500	-11600	-16600	-11500
Tensión debida a la compresión usando P_{adm} (Pa)	$\sigma_{Padm,com}$	$-1,31 \times 10^7$	$-1,32 \times 10^7$	$-8,56 \times 10^6$	$-9,12 \times 10^6$	$-7,07 \times 10^6$
Tensión debida a la flexión usando P_{adm} (Pa)	$\sigma_{Padm,flex}$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$
Tensión resultante con P_{adm} (Pa)	$\sigma_{Padm,res}$	$-1,48 \times 10^8$	$-1,48 \times 10^8$	$-1,44 \times 10^8$	$-1,44 \times 10^8$	$-1,42 \times 10^8$
Momento usando P_{adm} (Nm)	M_P	57,17	126,36	98,54	175,73	147,80
Tensión debida a la compresión usando P (Pa)	$\sigma_{P,comp}$	$-1,31 \times 10^7$	$-1,32 \times 10^7$	$-8,53 \times 10^6$	$-9,13 \times 10^6$	$-7,06 \times 10^6$
Tensión debida a la flexión usando P (Pa)	$\sigma_{P,flex}$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$	$-1,35 \times 10^8$
Tensión resultante usando P (Pa)	$\sigma_{P,res}$	$-1,48 \times 10^8$	$-1,48 \times 10^8$	$-1,43 \times 10^8$	$-1,44 \times 10^8$	$-1,42 \times 10^8$
Momento usando P (Nm)	M_{pi}	57,21	126,45	98,17	175,87	147,53

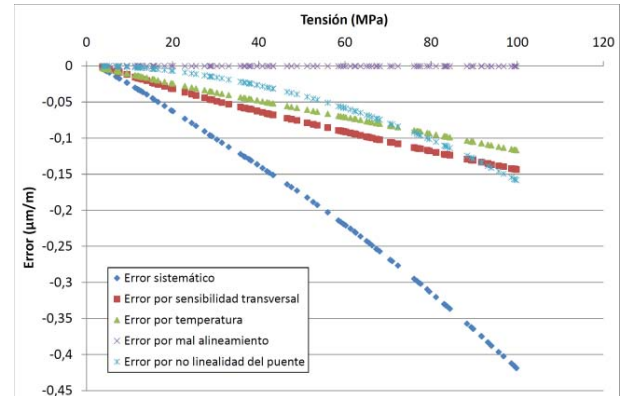
Tabla 8-1. Valores de las variables utilizadas en el modelo RM (continuación)

Variable		Tubo Nº 1	Tubo Nº 2	Tubo Nº 3	Tubo Nº 4	Tubo Nº 5
Deformación en punto externo usando P ($\mu\text{m/m}$)	$\varepsilon_{e,max}$	491,76	491,15	543,66	539,51	562,21
Deformación en punto interno usando P ($\mu\text{m/m}$)	$\varepsilon_{i,max}$	-709,75	-709,97	-684,79	-690,57	-678,91
Factor de seguridad real	η_r	2,39	2,39	2,48	2,46	2,50
Longitud de la galga (m)	L	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
Ángulo que abraza la galga al radio externo (rad)	$\alpha_{g,e}$	0,24	0,16	0,12	0,10	0,08
Ángulo que abraza la galga al radio interno (rad)	$\alpha_{g,i}$	0,30	0,20	0,14	0,11	0,09
Área bajo la curva de deformación externa (m^2)	-	0,00012	0,00008	0,00007	0,00005	0,00005
Área bajo la curva de la deformación interna (m^2)	-	-0,00021	-0,00014	-0,00009	-0,00008	-0,00006
Deformación máxima externa promedio bajo la galga ($\mu\text{m/m}$)	$\varepsilon_{e,prom}$	488,37	489,62	542,72	538,91	561,78
Deformación máxima interna promedio bajo la galga ($\mu\text{m/m}$)	$\varepsilon_{i,prom}$	-702,98	-706,91	-683,34	-689,62	-678,30
Error con respecto a la deformación externa máxima (%)	$\Delta\varepsilon_{e,prom}$	0,69	0,31	0,17	0,11	0,08
Error con respecto a la deformación interna máxima (%)	$\Delta\varepsilon_{i,prom}$	0,95	0,43	0,21	0,14	0,09
Pendiente deformación máxima vs fuerza en superficie externa	$m_{e,max}$	$-3,56 \times 10^{-8}$	$-2,40 \times 10^{-8}$	$-4,69 \times 10^{-8}$	$-3,25 \times 10^{-8}$	$-4,89 \times 10^{-8}$
Pendiente deformación máxima vs fuerza en superficie interna	$m_{i,max}$	$5,14 \times 10^{-8}$	$3,46 \times 10^{-8}$	$5,90 \times 10^{-8}$	$4,16 \times 10^{-8}$	$5,90 \times 10^{-8}$
Pendiente deformación promedio vs fuerza en superficie externa	$m_{e,prom}$	$-3,54 \times 10^{-8}$	$-2,39 \times 10^{-8}$	$-4,68 \times 10^{-8}$	$-3,25 \times 10^{-8}$	$-4,89 \times 10^{-8}$
Pendiente deformación promedio vs fuerza en superficie interna	$m_{i,prom}$	$5,09 \times 10^{-8}$	$3,45 \times 10^{-8}$	$5,89 \times 10^{-8}$	$4,15 \times 10^{-8}$	$5,90 \times 10^{-8}$

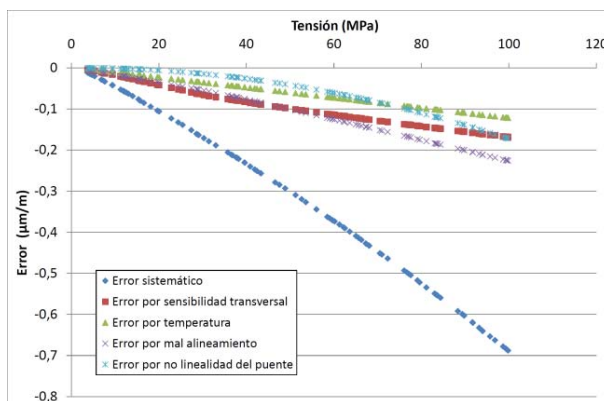
9 ANEXO II: resultados utilizando el modelo RM



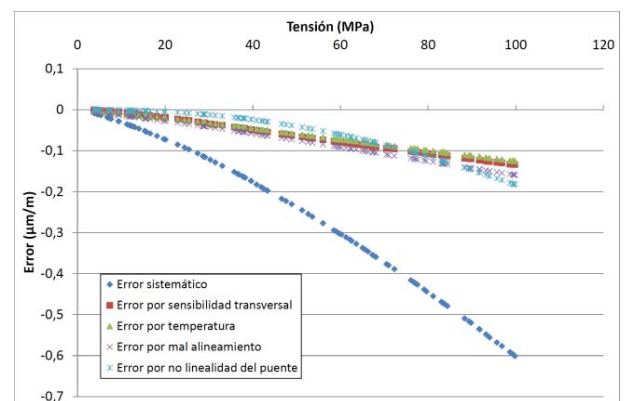
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 1 – Serie A)



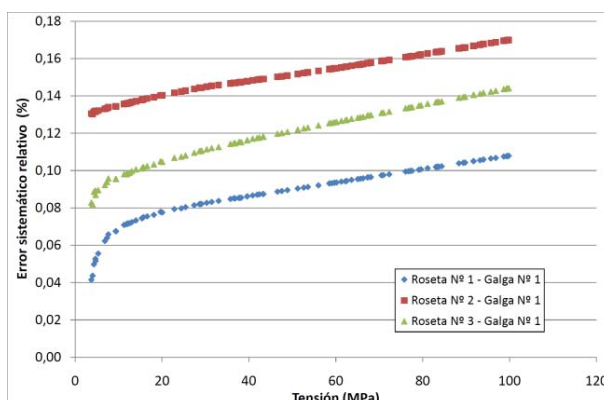
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie A)



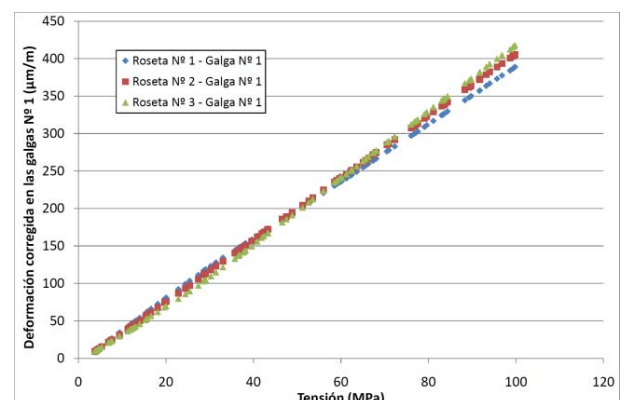
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie A)



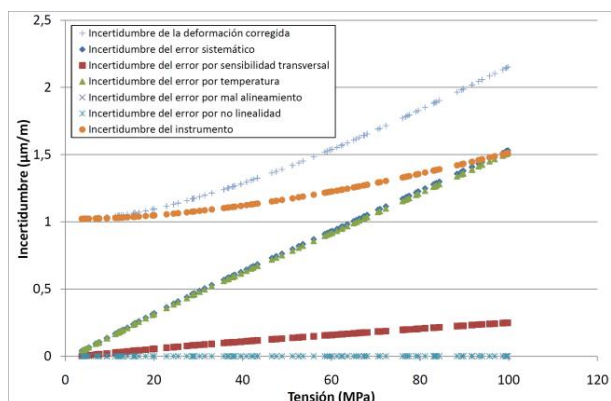
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie A)



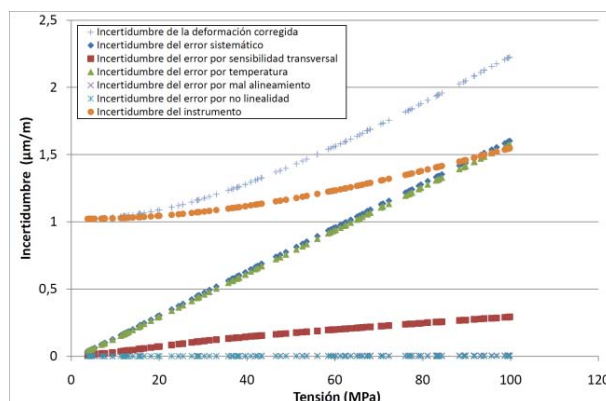
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 1 – Serie A)



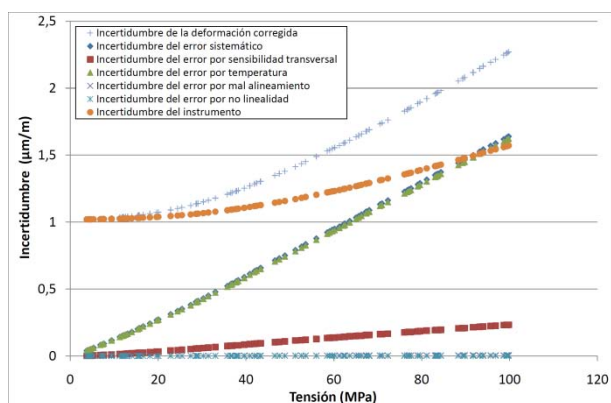
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 1 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie A)

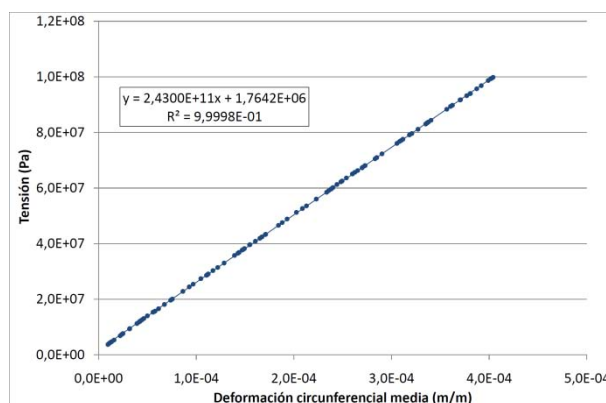
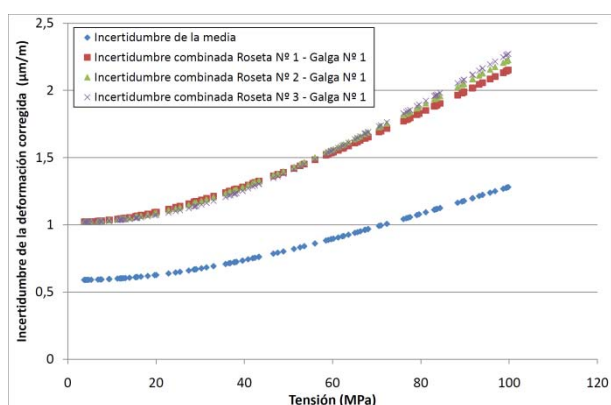
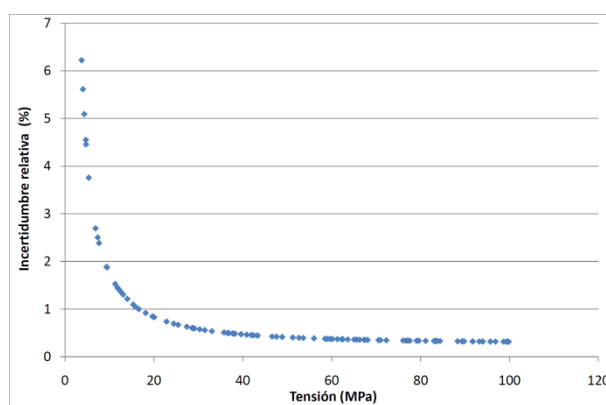


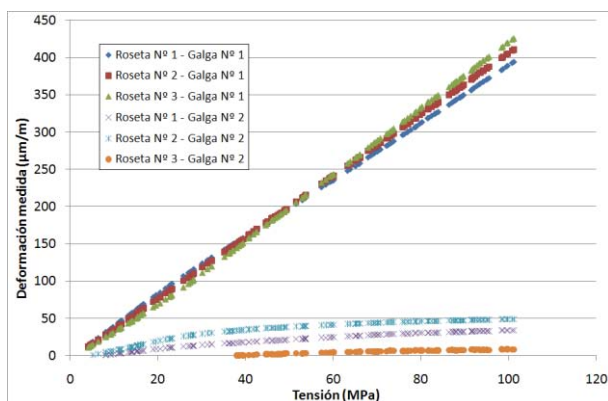
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 1 – Serie A)



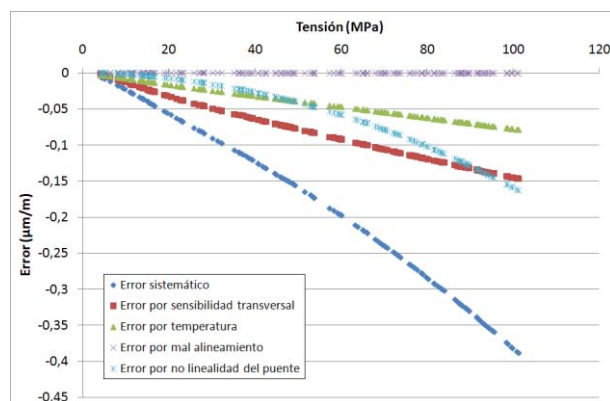
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 1 – Serie A)



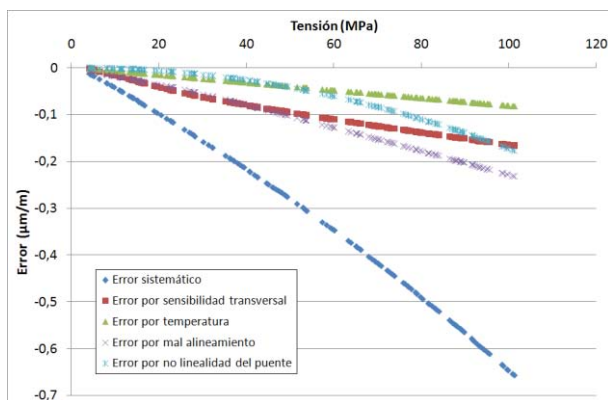
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 1 – Serie A)



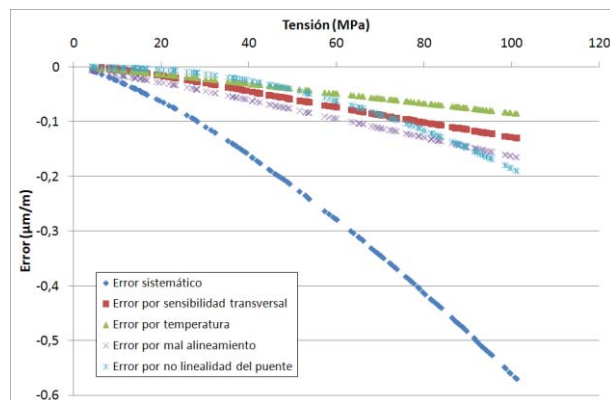
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 1 – Serie B)



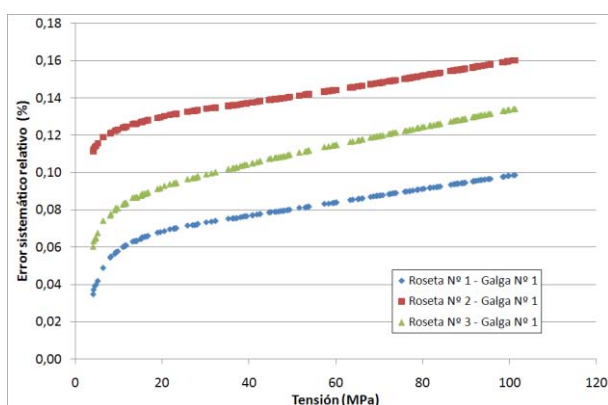
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie B)



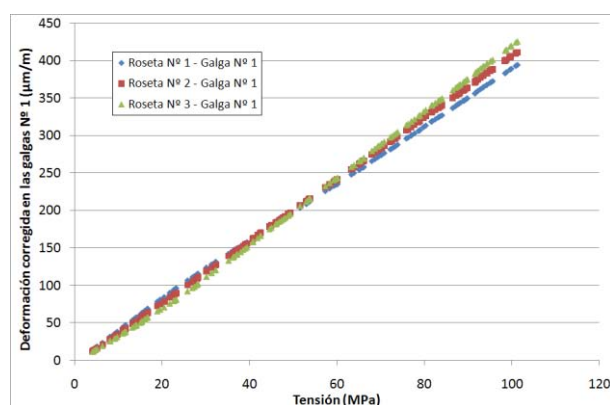
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie B)



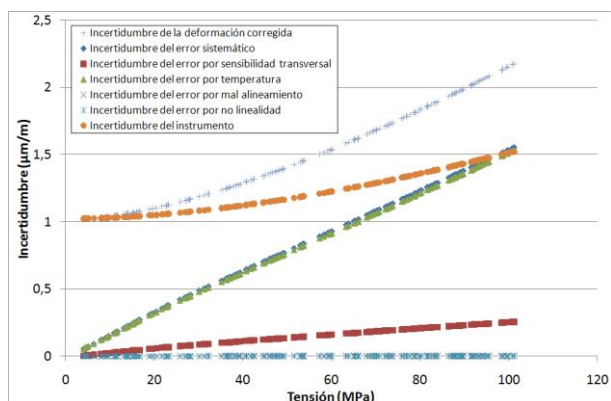
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie B)



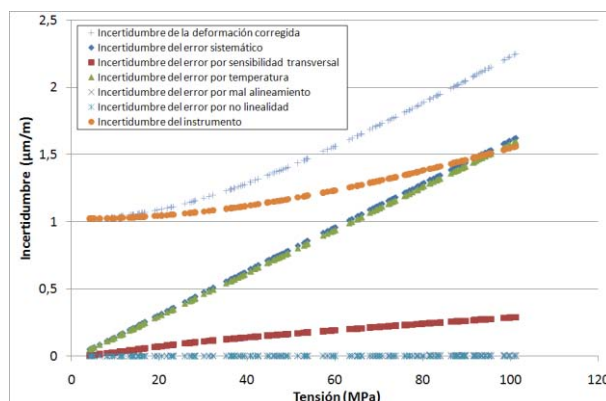
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 1 – Serie B)



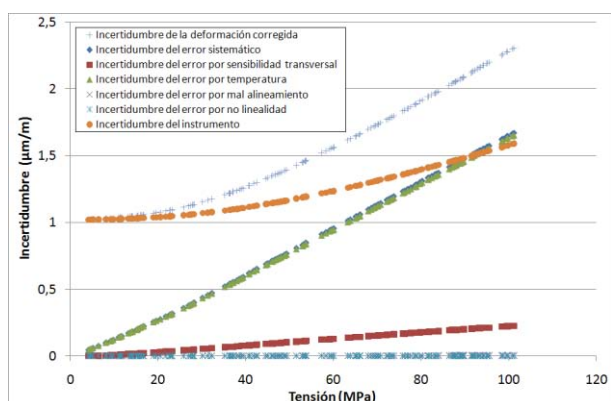
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 1 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie B)

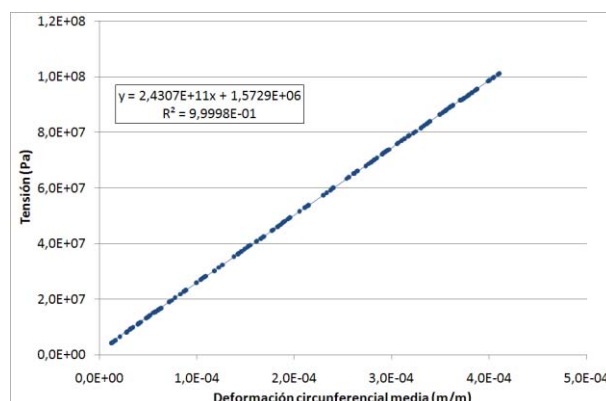
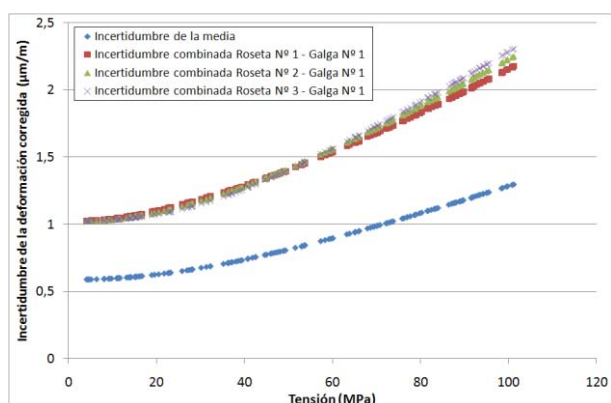
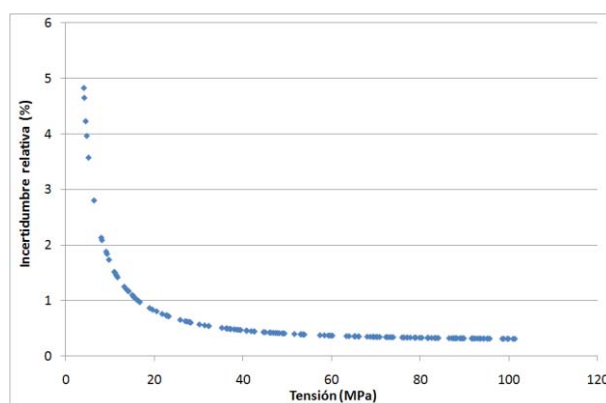


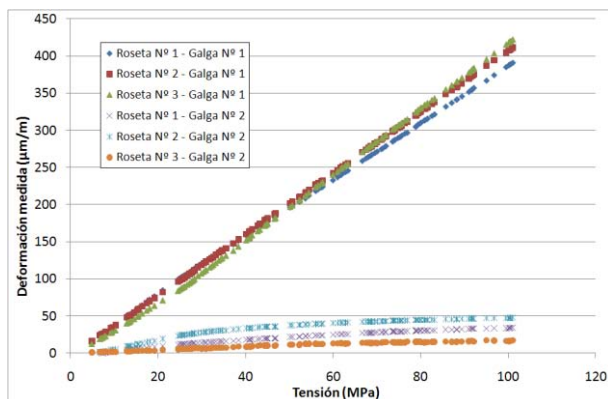
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 1 – Serie B)



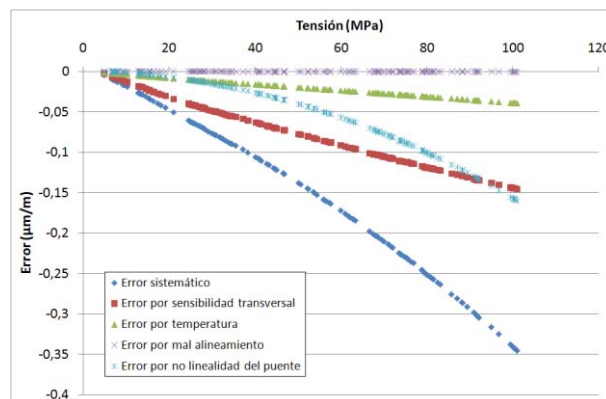
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 1 – Serie B)



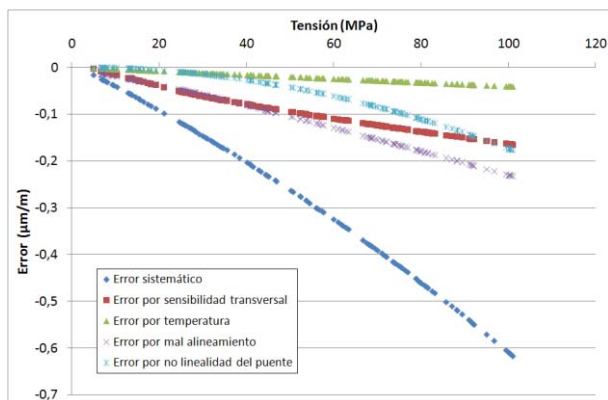
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 1 – Serie B)



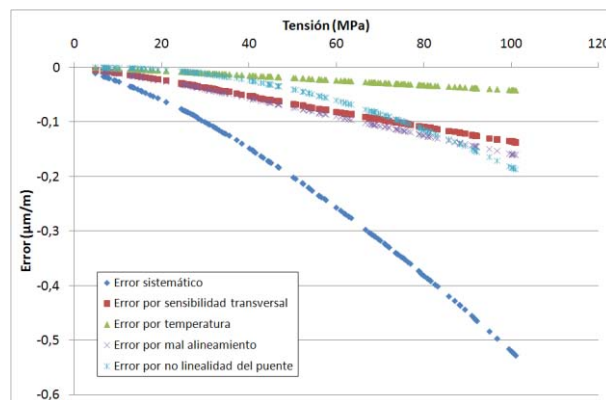
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 1 – Serie C)



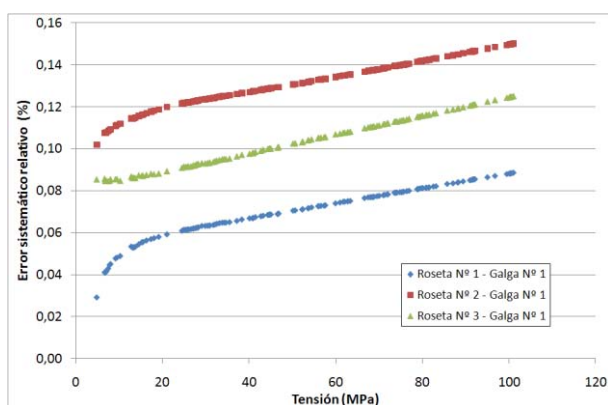
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie C)



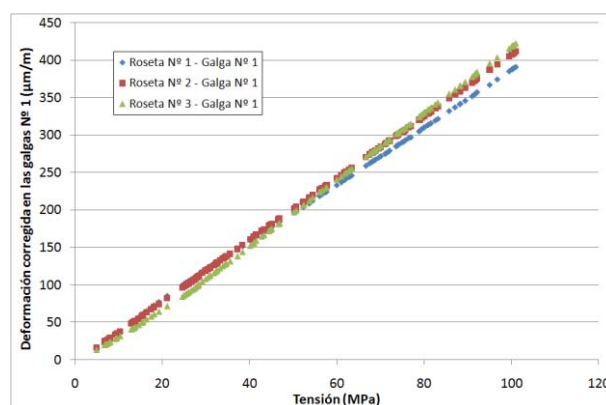
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie C)



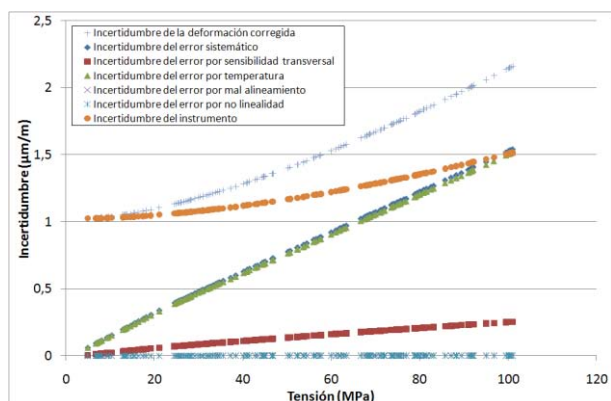
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie C)



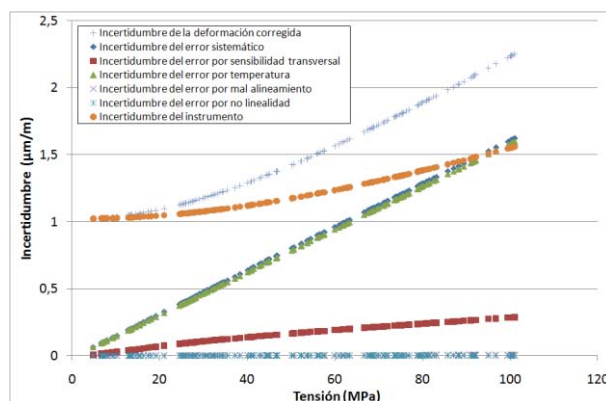
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 1 – Serie C)



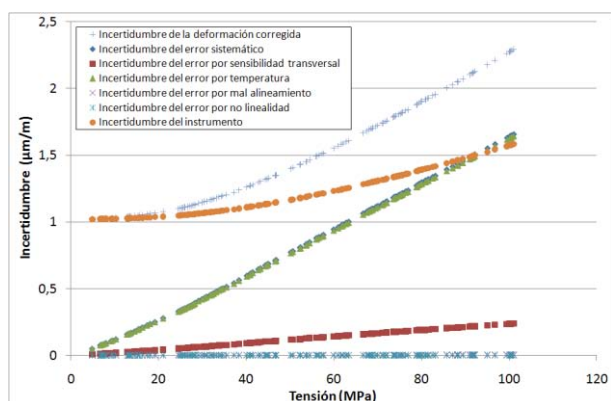
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 1 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie C)

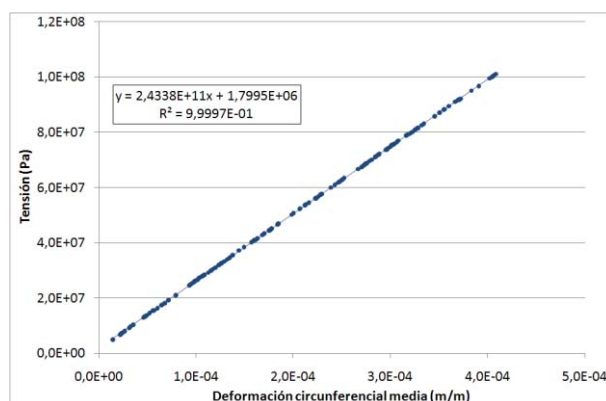
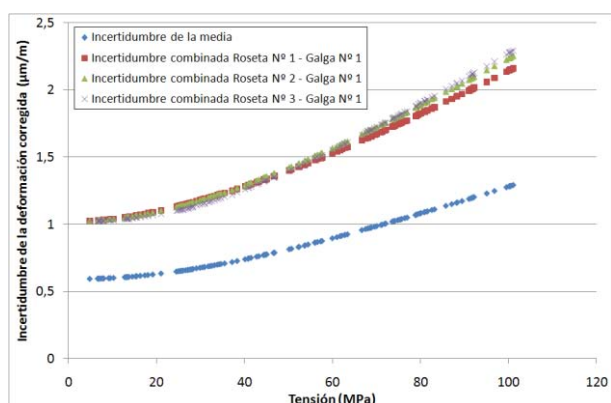
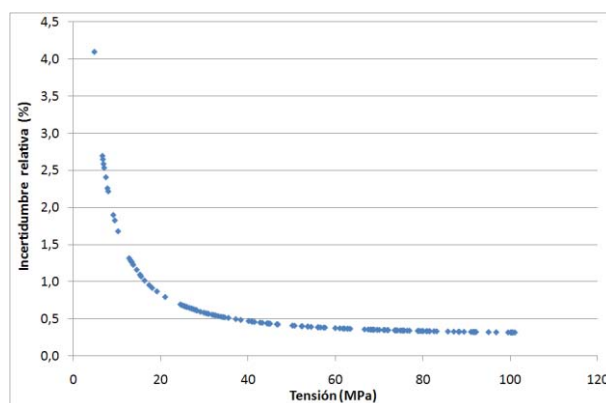


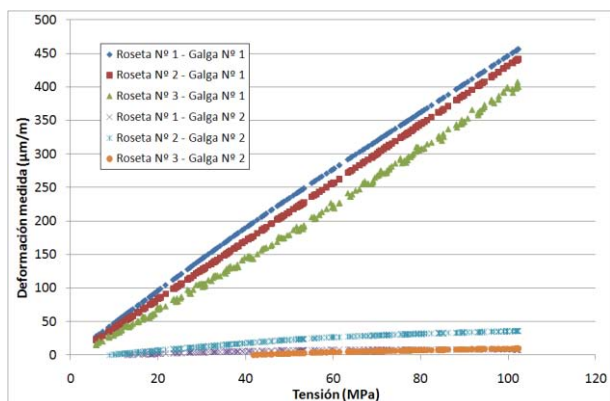
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 1 – Serie C)



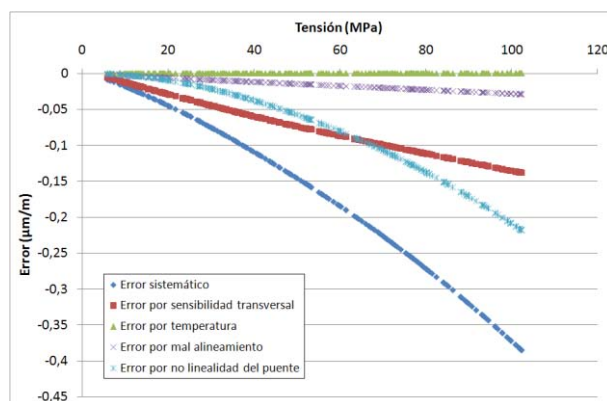
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 1 – Serie C)



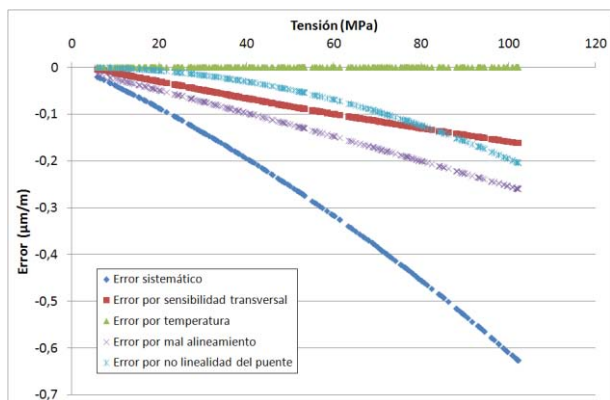
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 1 – Serie C)



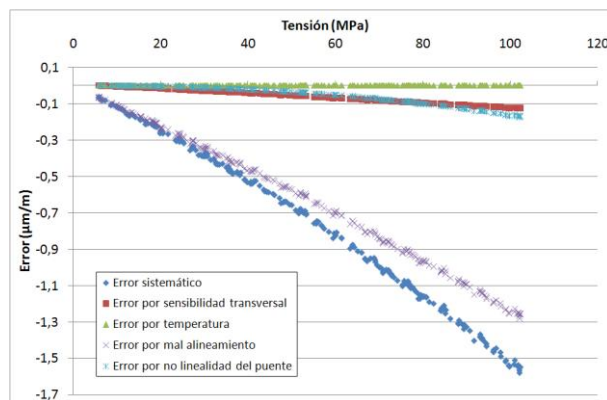
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 2 – Serie A)



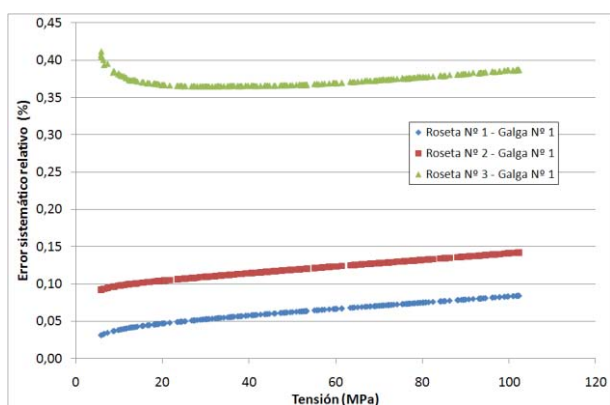
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie A)



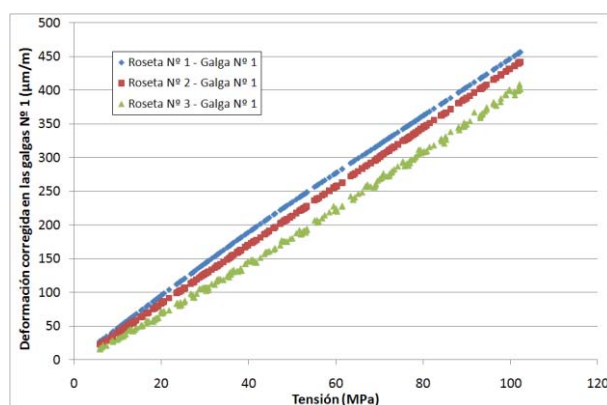
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie A)



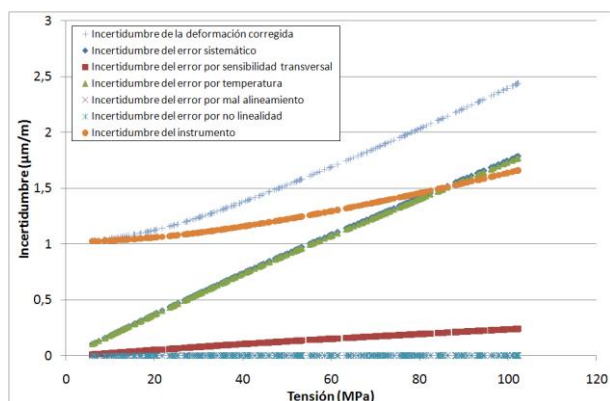
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie A)



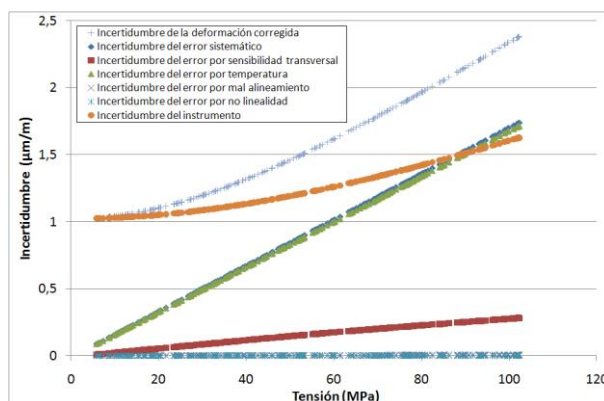
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 2 – Serie A)



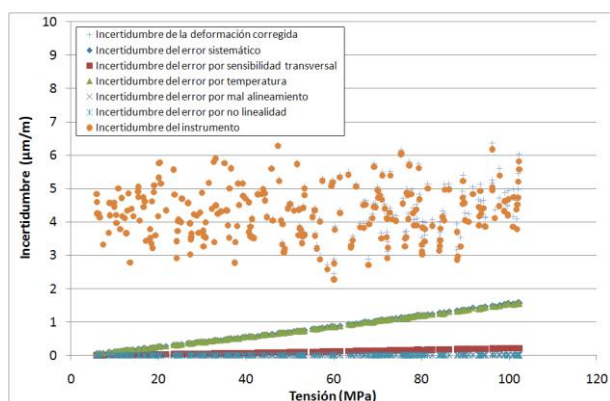
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 2 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie A)

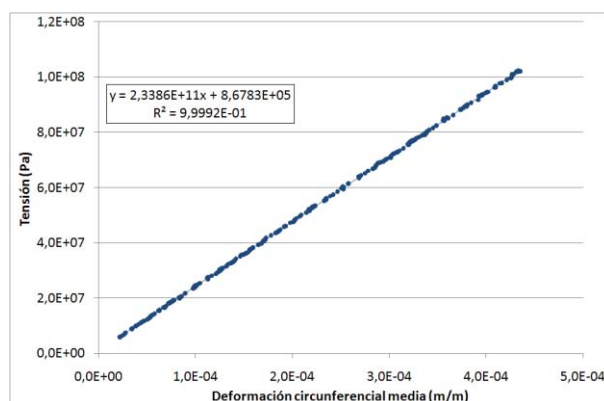
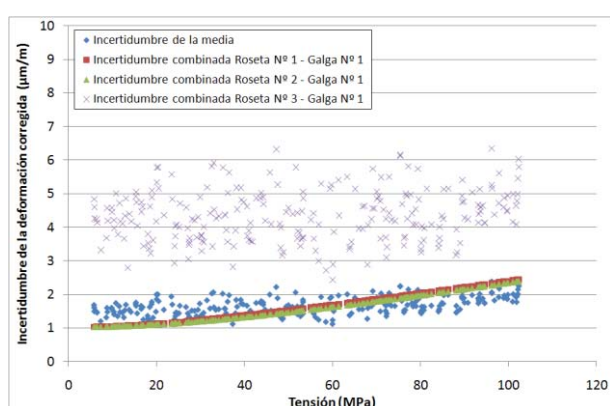
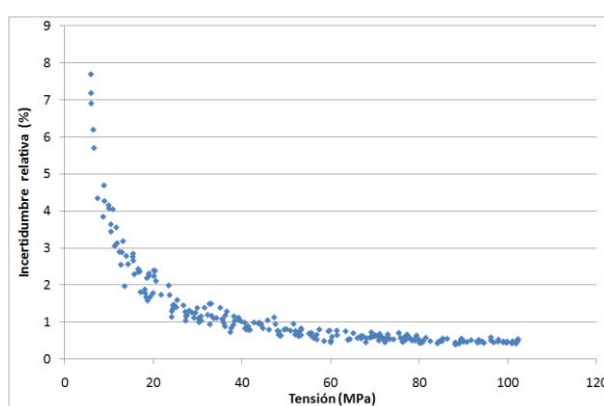


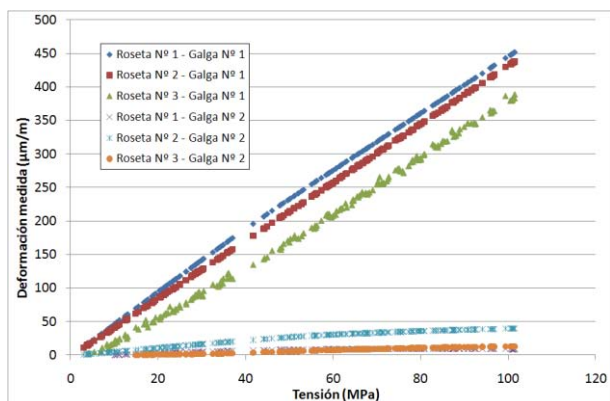
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 2 – Serie A)



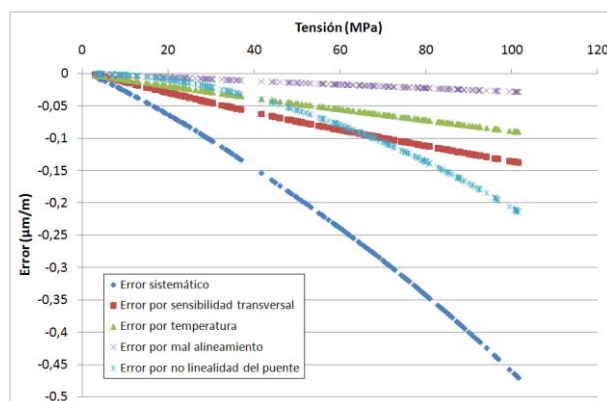
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 2 – Serie A)



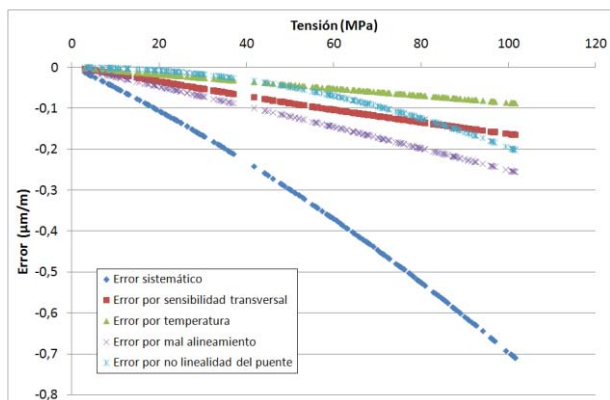
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 2 – Serie A)



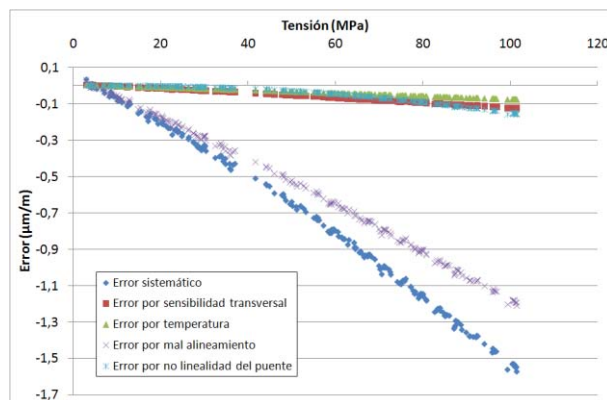
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 2 – Serie B)



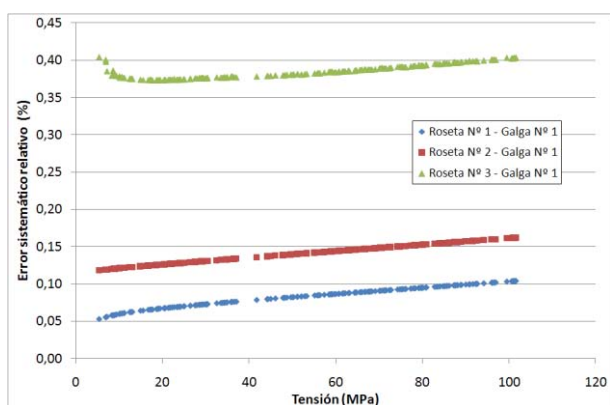
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie B)



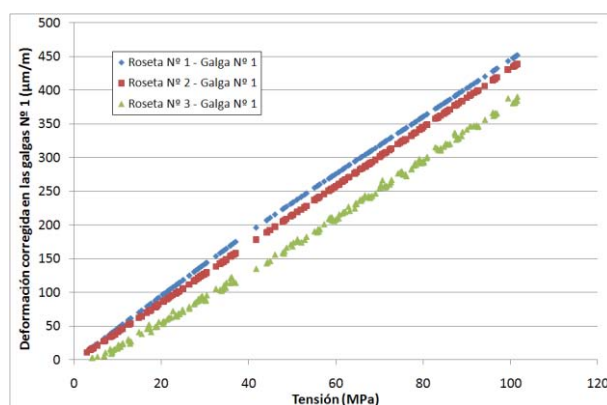
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie B)



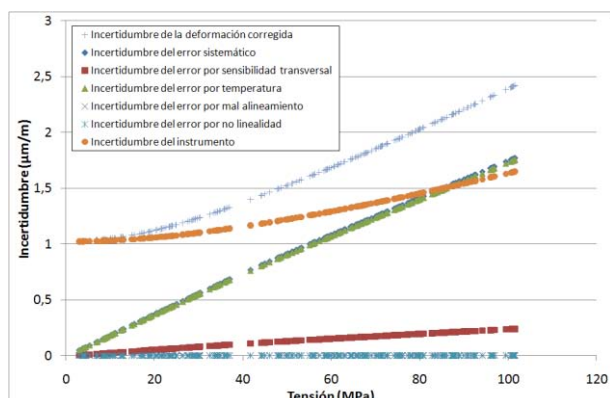
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie B)



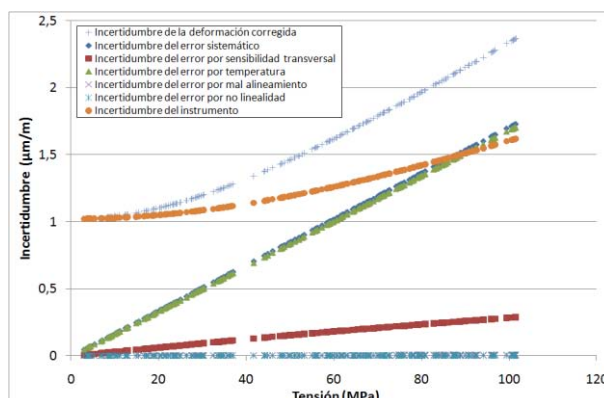
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 2 – Serie B)



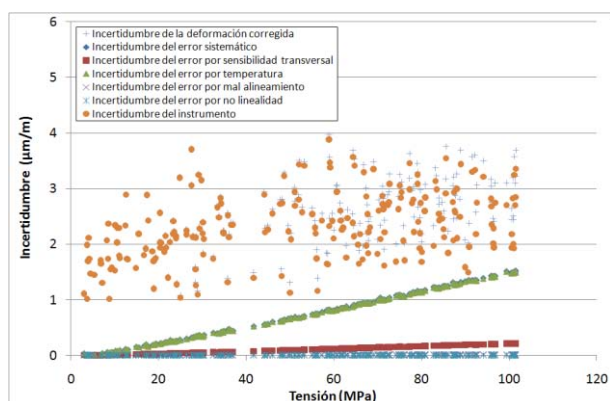
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 2 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie B)

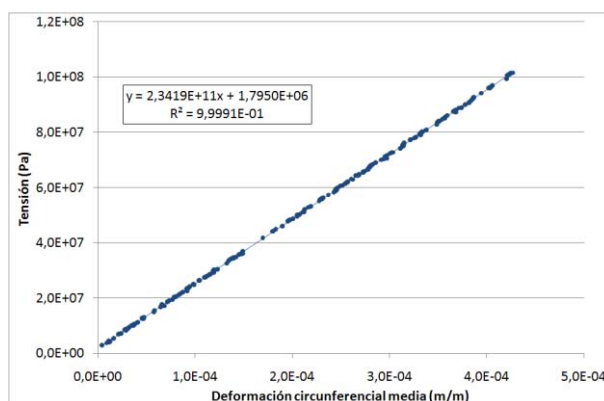
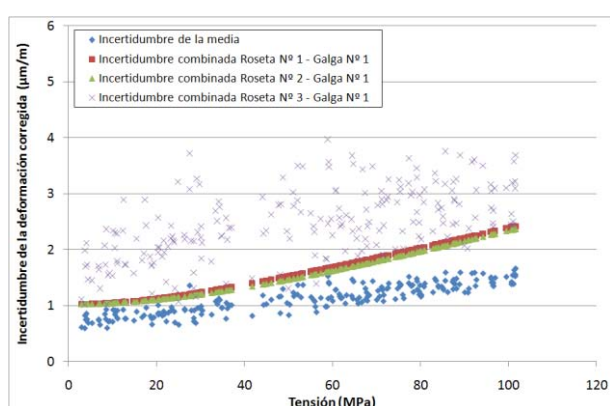
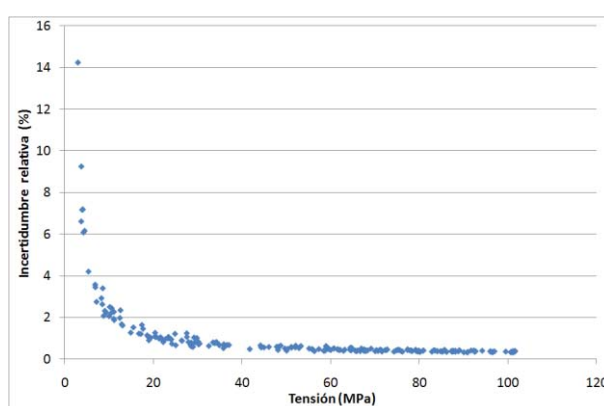


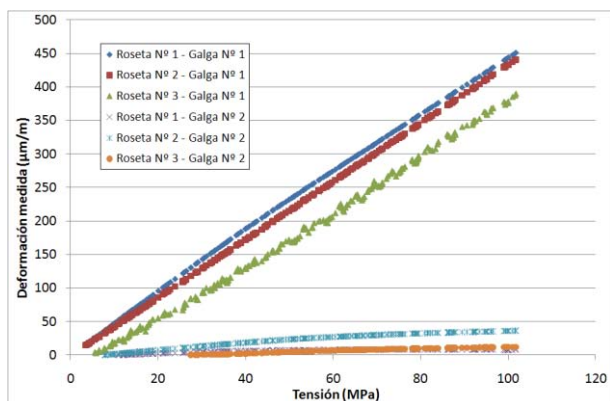
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 2 – Serie B)



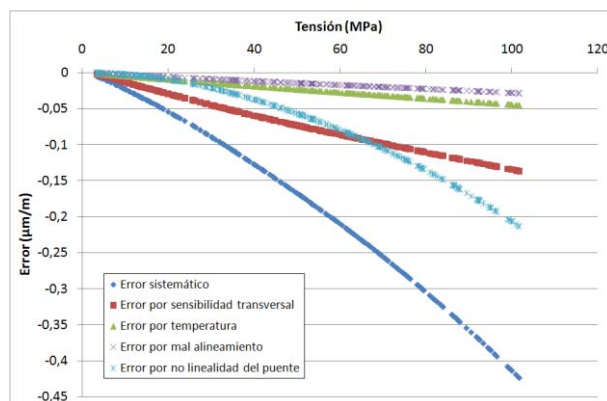
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 2 – Serie B)



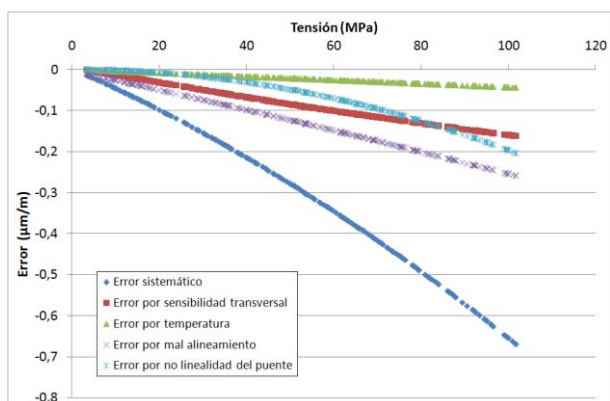
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 2 – Serie B)



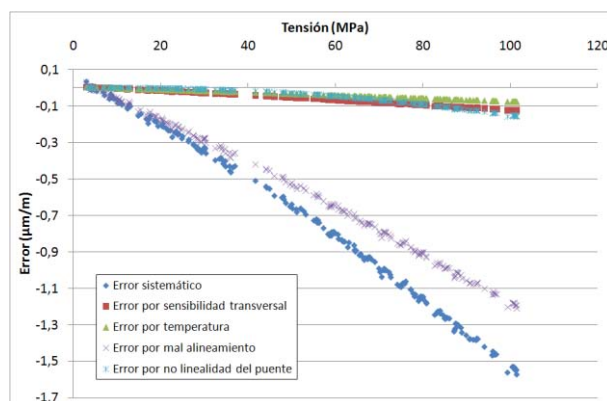
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 2 – Serie C)



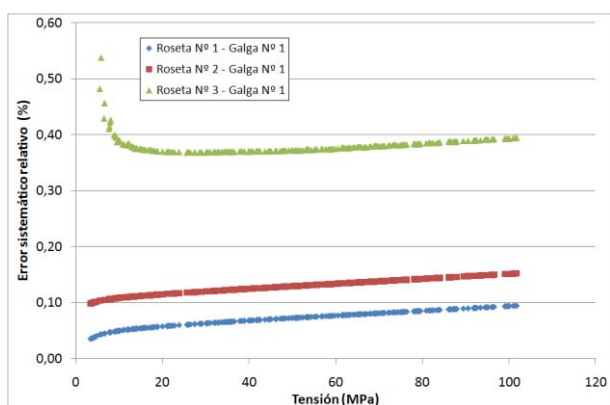
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie C)



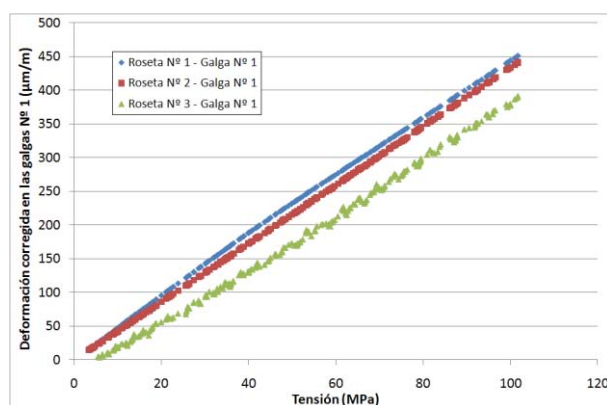
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie C)



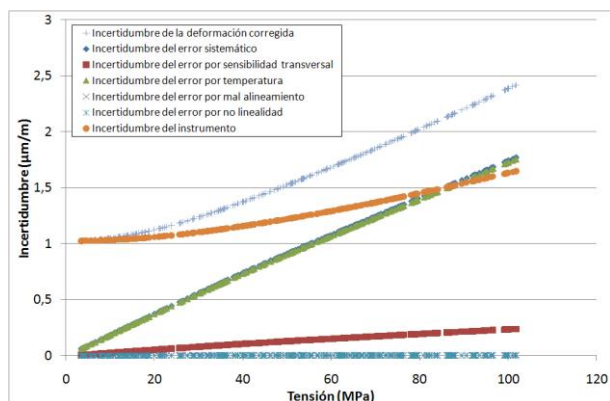
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie C)



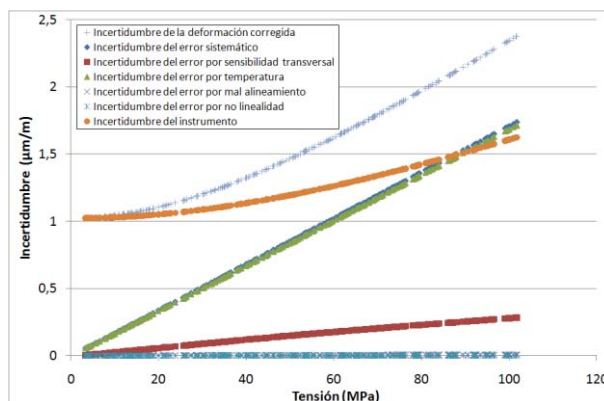
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 2 – Serie C)



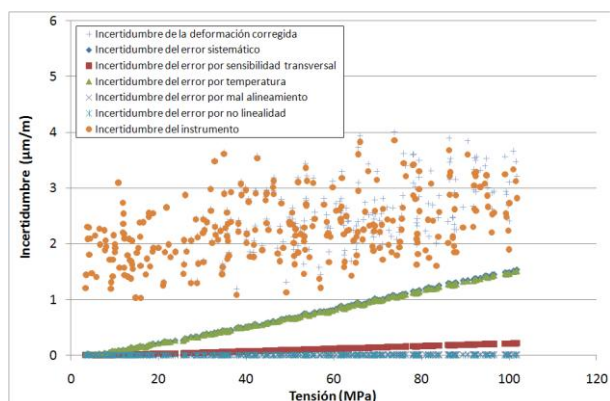
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 2 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie C)

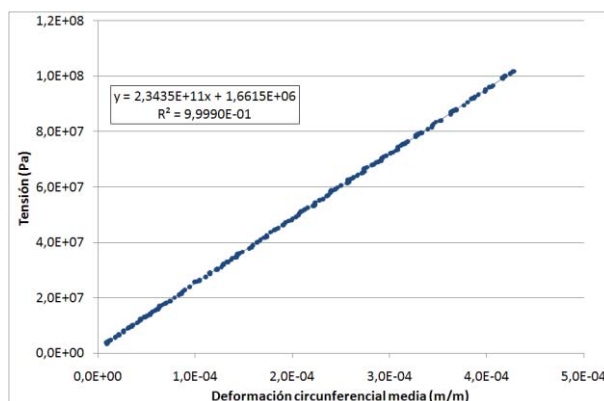
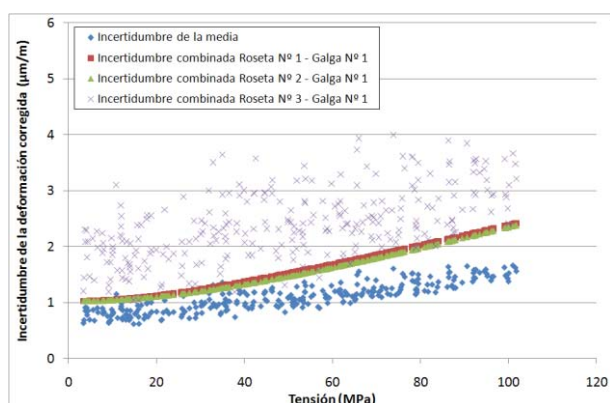
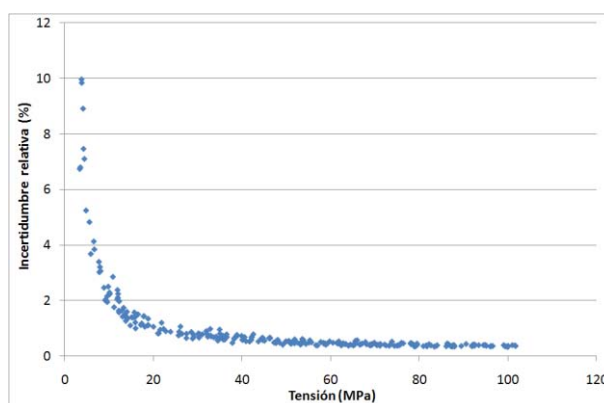


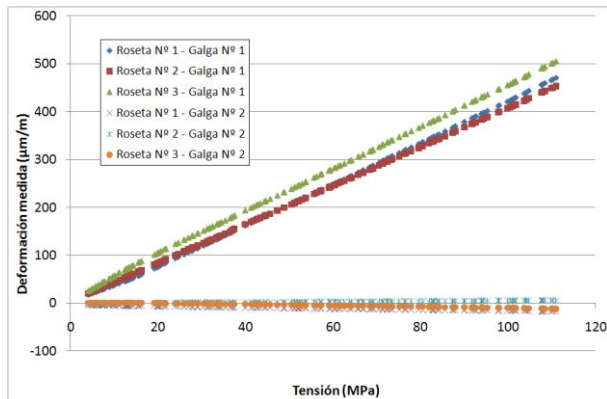
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 2 – Serie C)



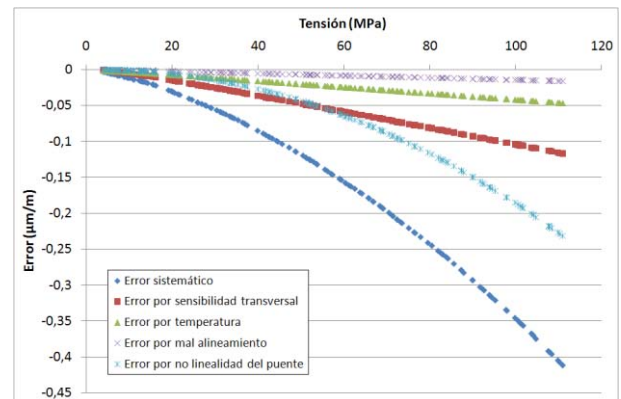
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 2 – Serie C)



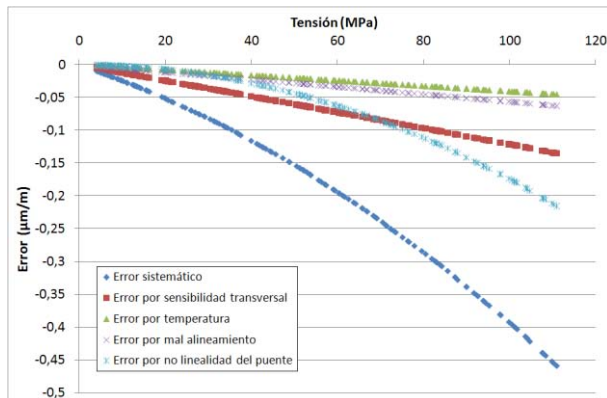
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 2 – Serie C)



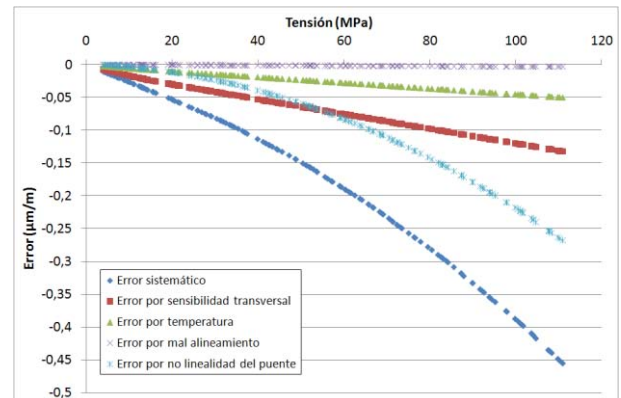
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 3 – Serie A)



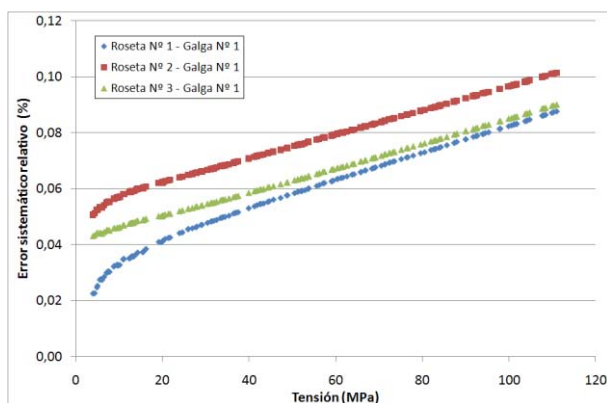
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie A)



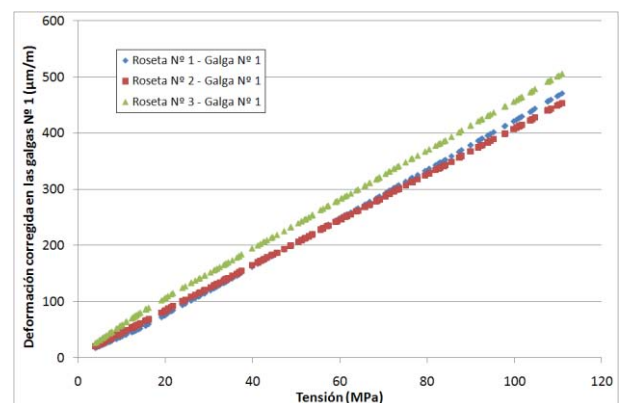
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie A)



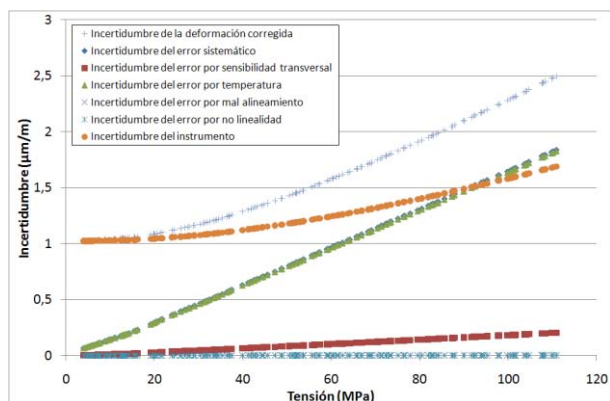
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie A)



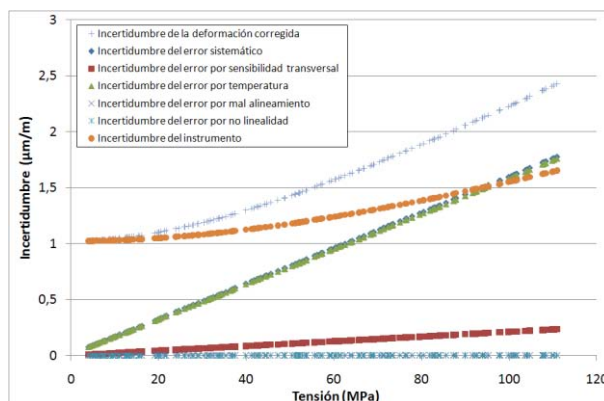
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 3 – Serie A)



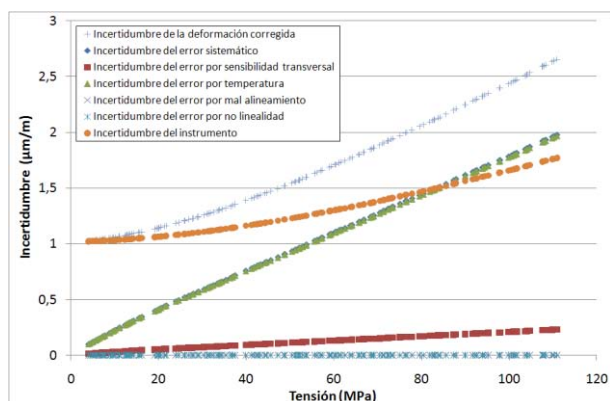
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 3 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie A)

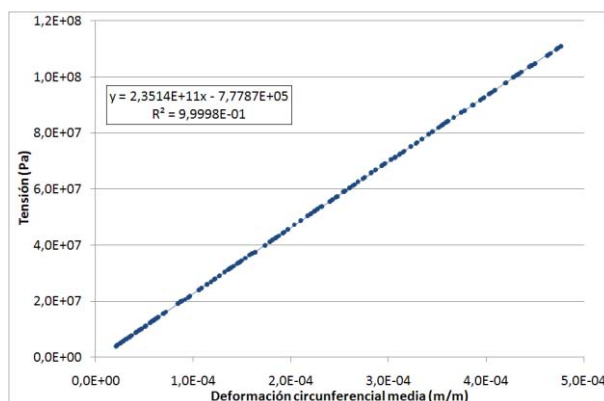
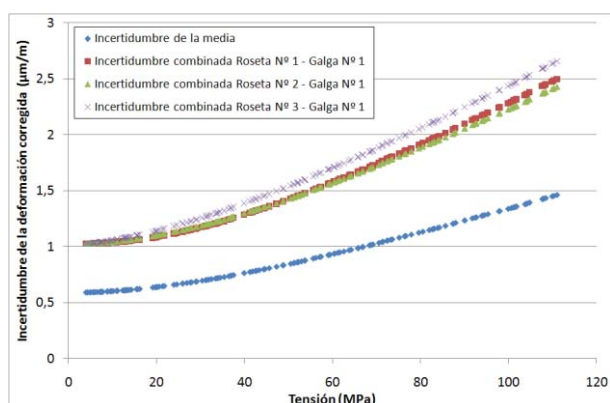
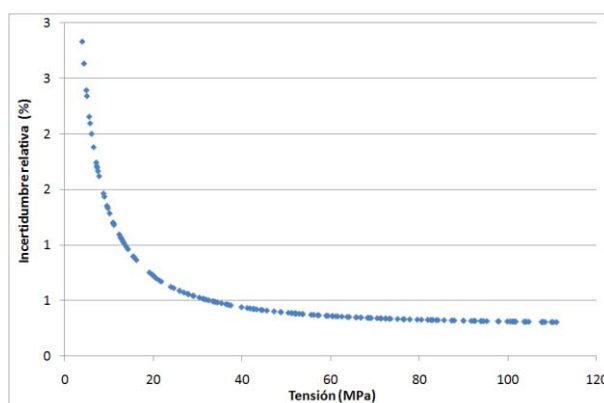


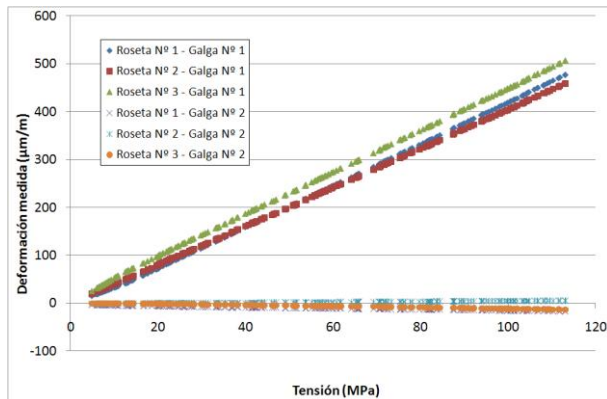
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 3 – Serie A)



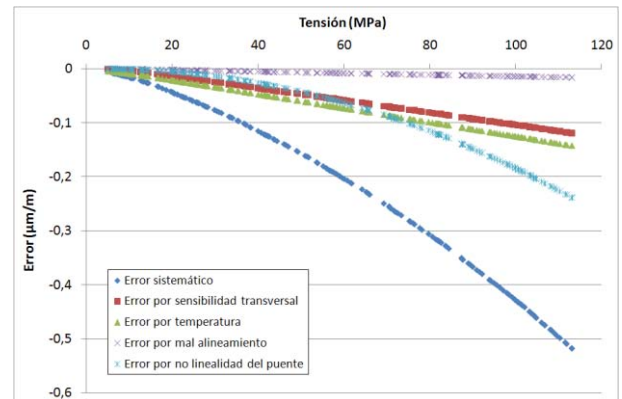
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 3 – Serie A)



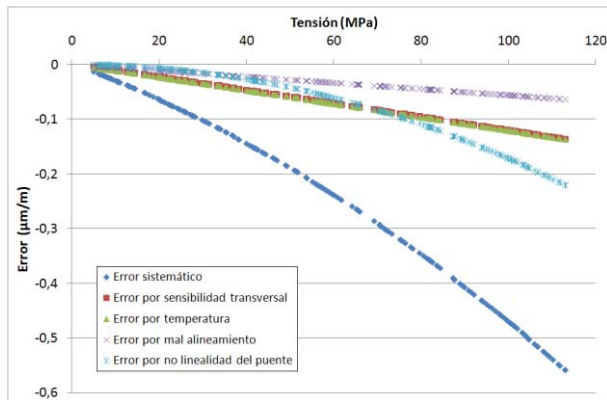
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 3 – Serie A)



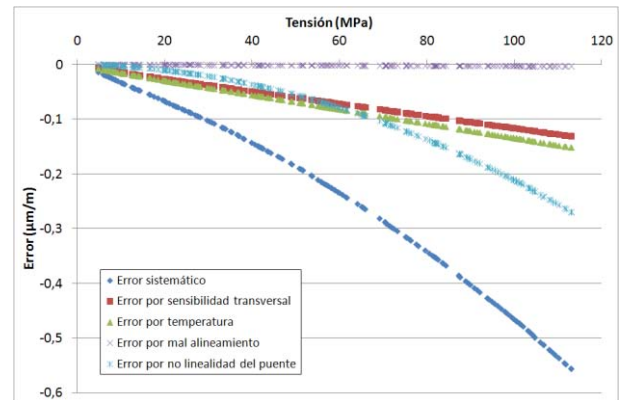
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 3 – Serie B)



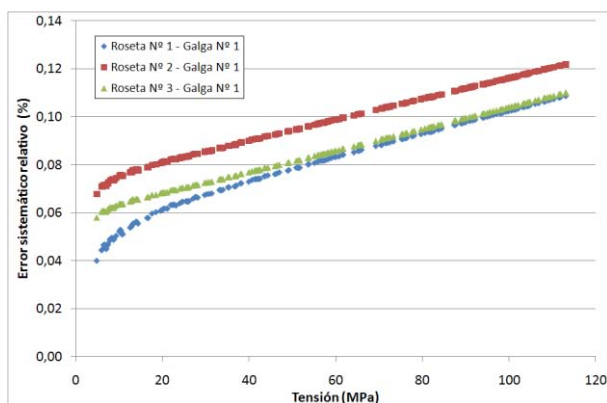
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie B)



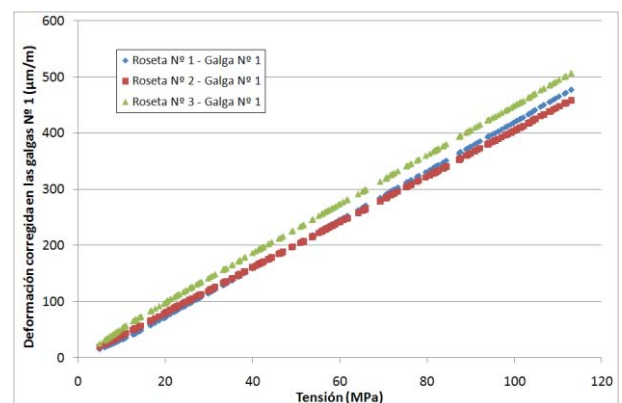
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie B)



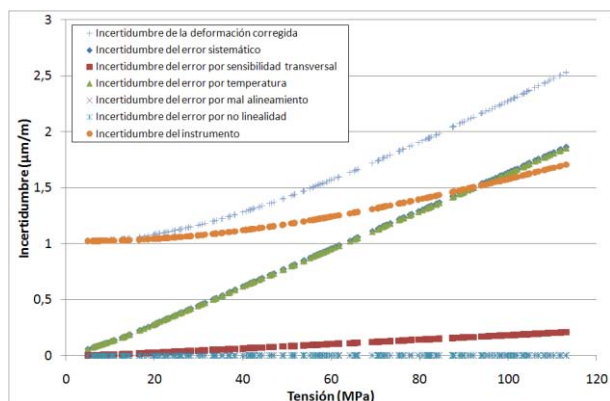
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie B)



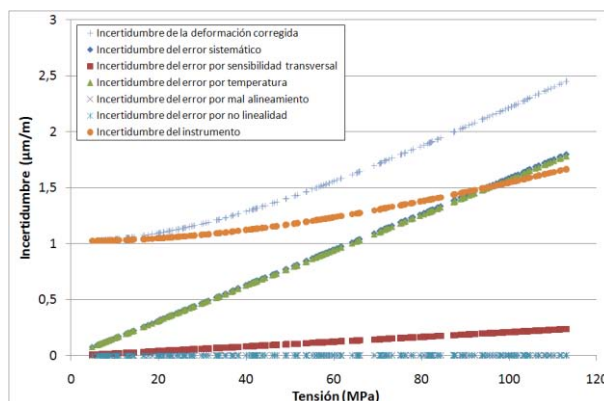
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 3 – Serie B)



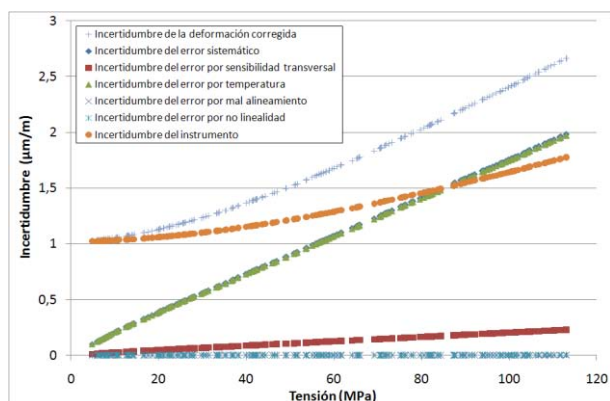
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 3 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie B)

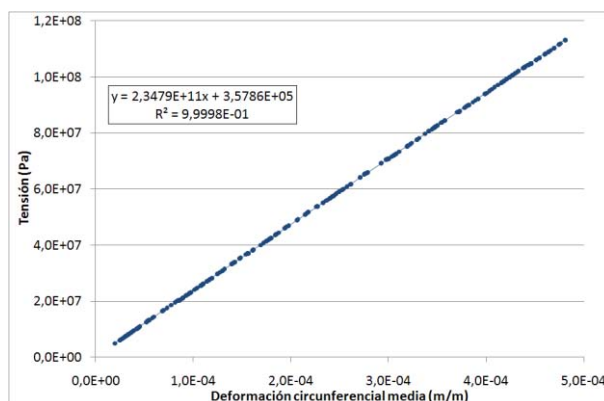
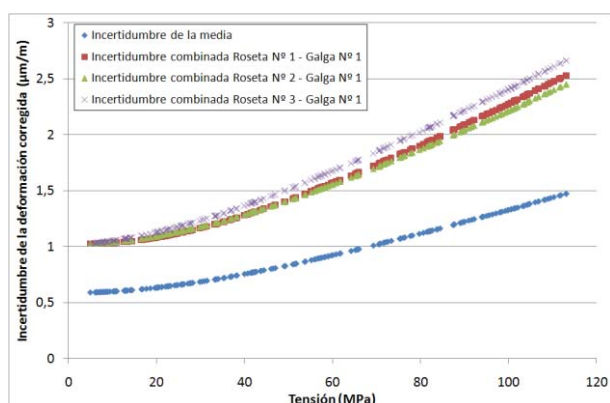
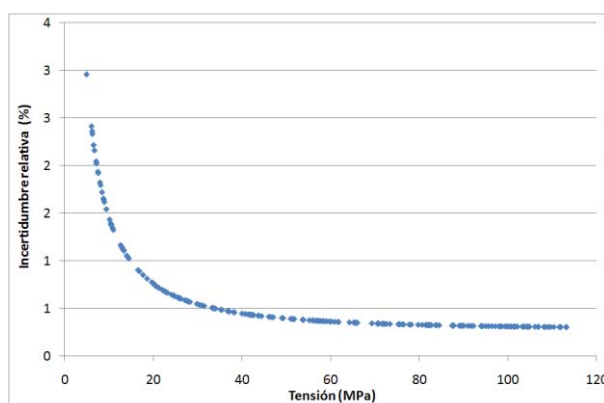


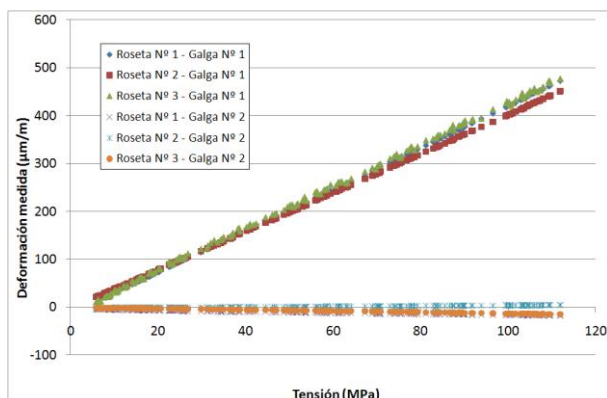
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 3 – Serie B)



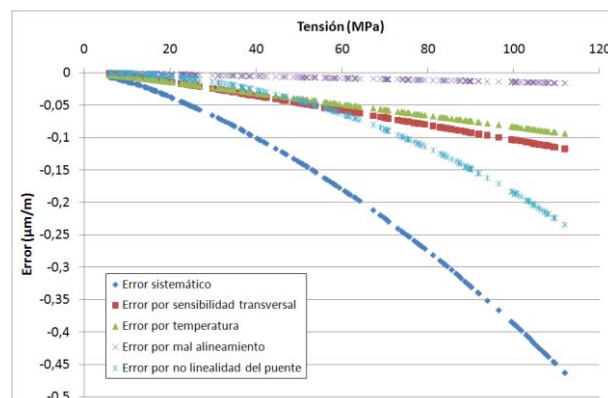
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 3 – Serie B)



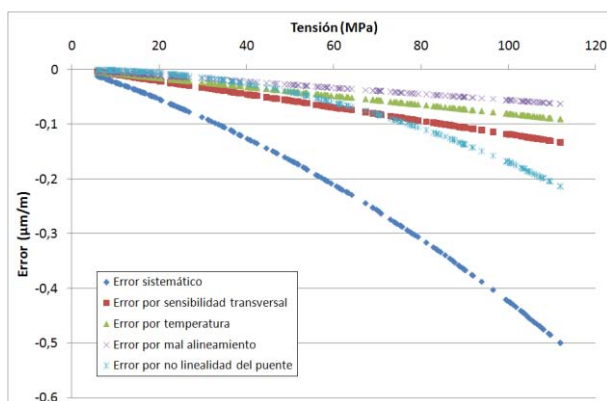
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 3 – Serie B)



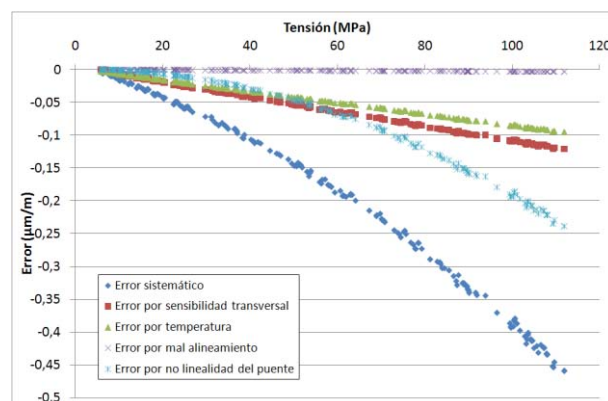
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 3 – Serie C)



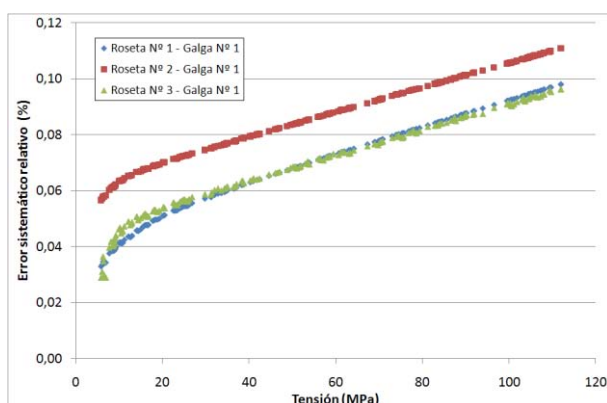
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie C)



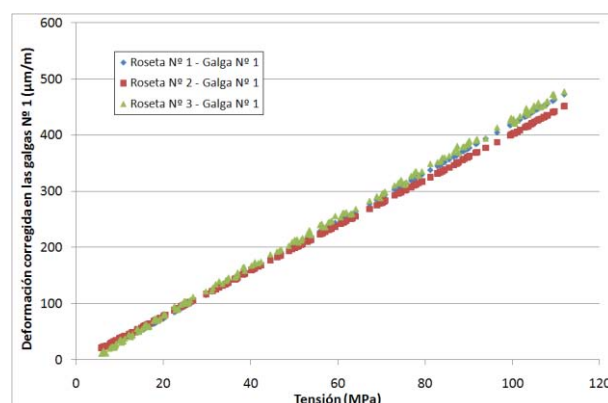
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie C)



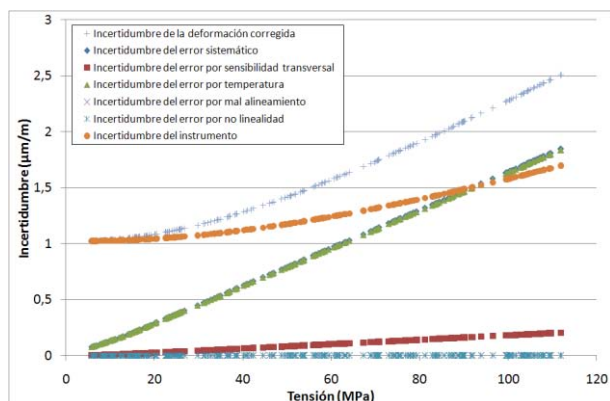
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie C)



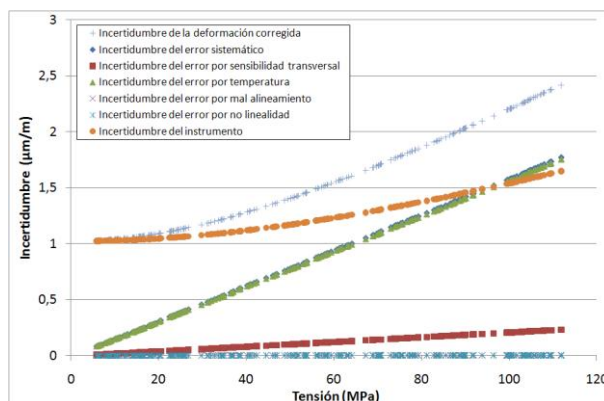
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 3 – Serie C)



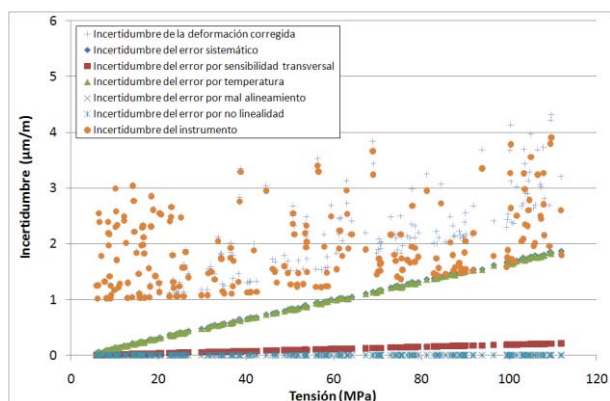
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 3 – Serie C)



Incumbencia de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie C)



Incumbencia de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie C)



Incumbencia de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie C)

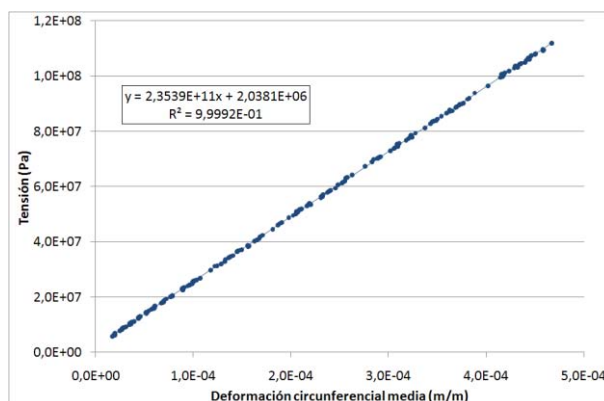
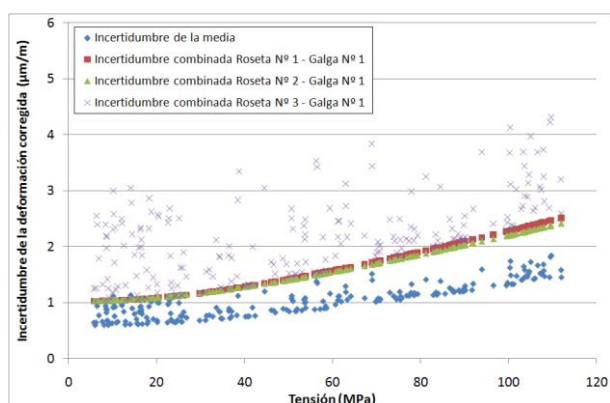
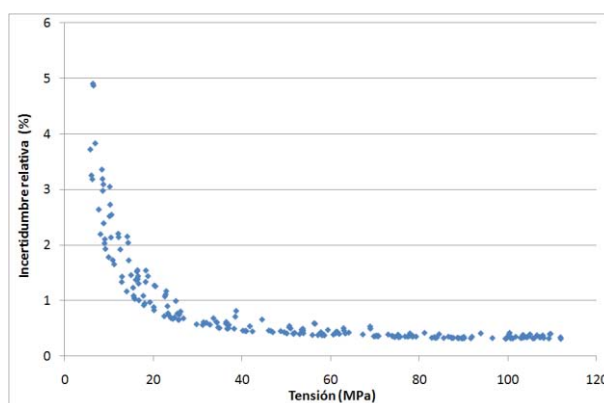


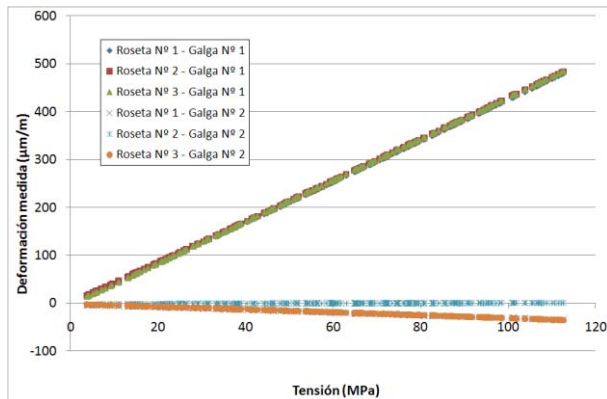
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 3 – Serie C)



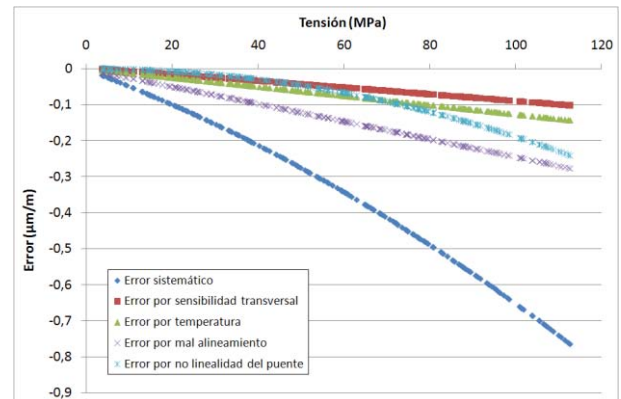
Incumbencias combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 3 – Serie C)



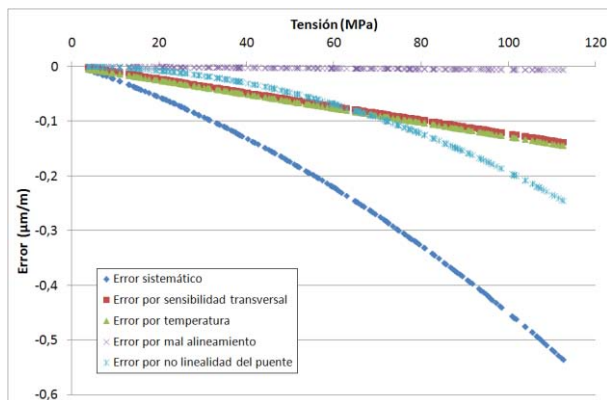
Incumbencia relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 3 – Serie C)



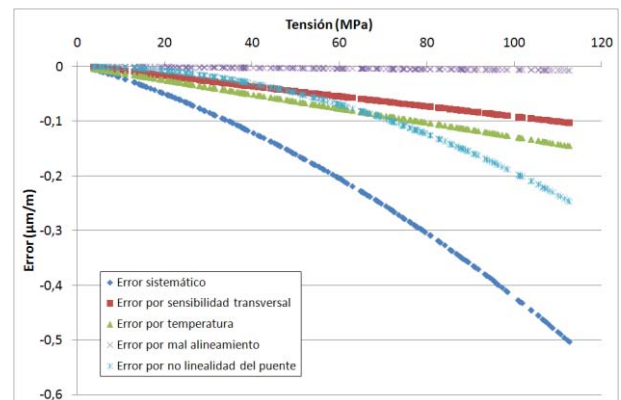
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 4 – Serie A)



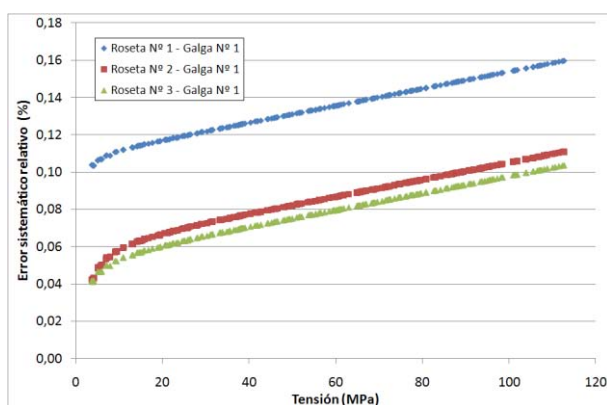
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie A)



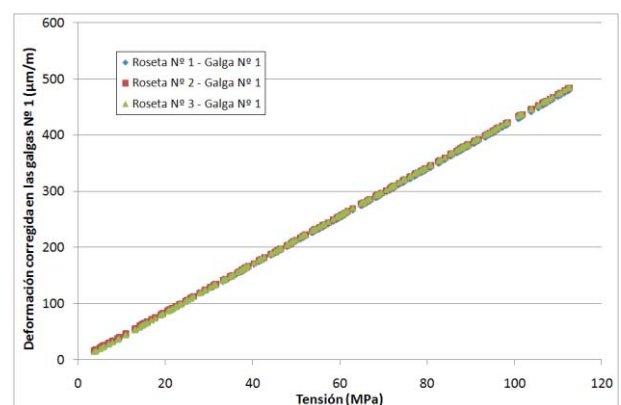
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie A)



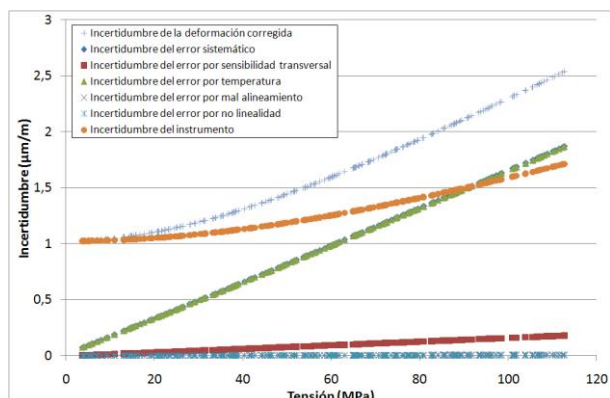
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie A)



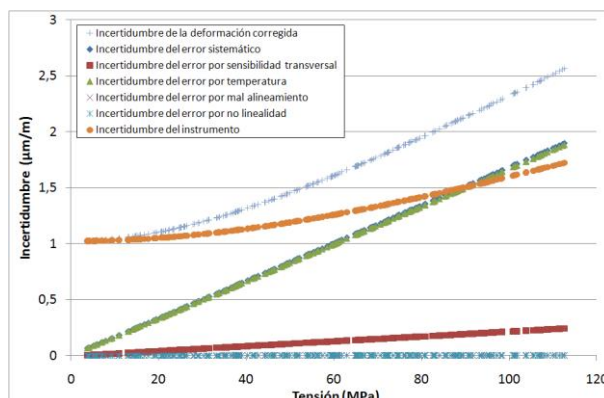
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 4 – Serie A)



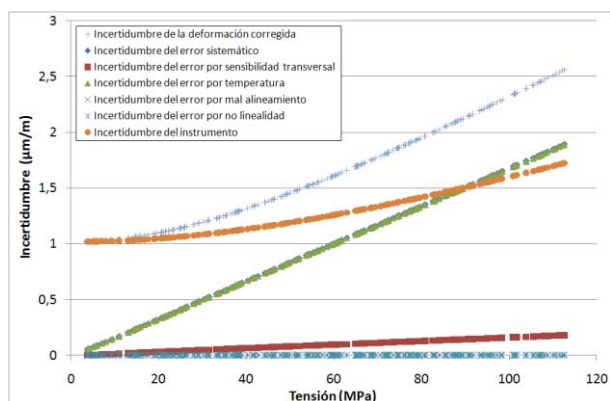
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 4 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie A)

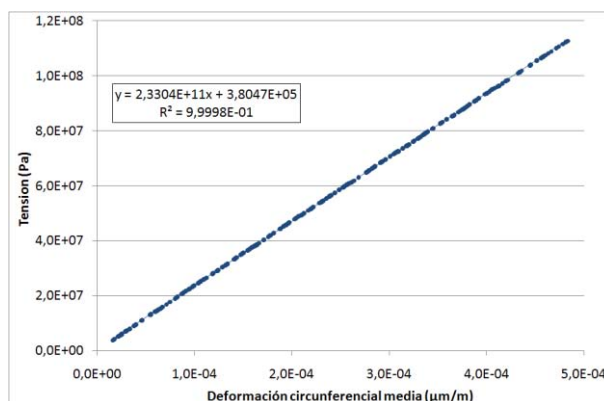
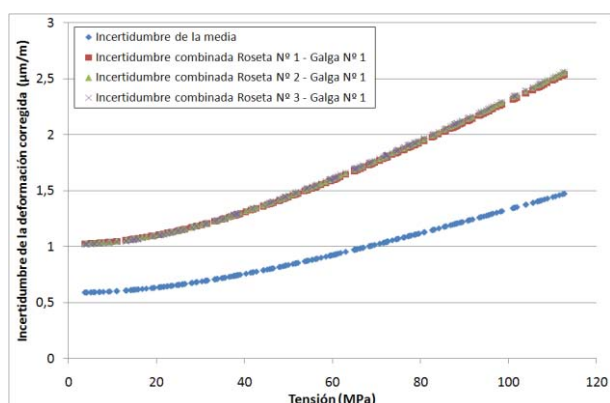
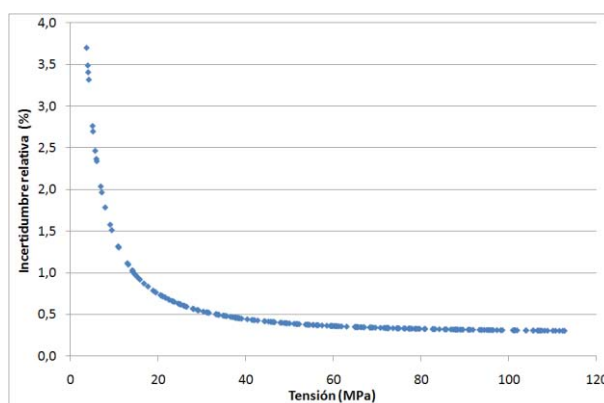


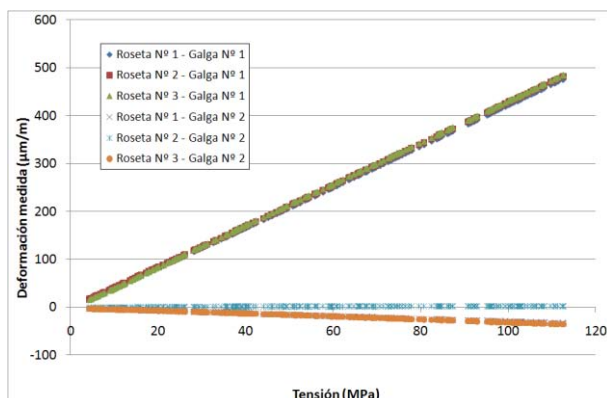
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 4 – Serie A)



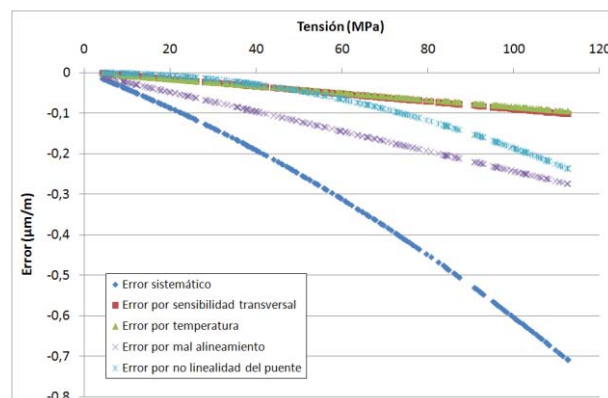
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 4 – Serie A)



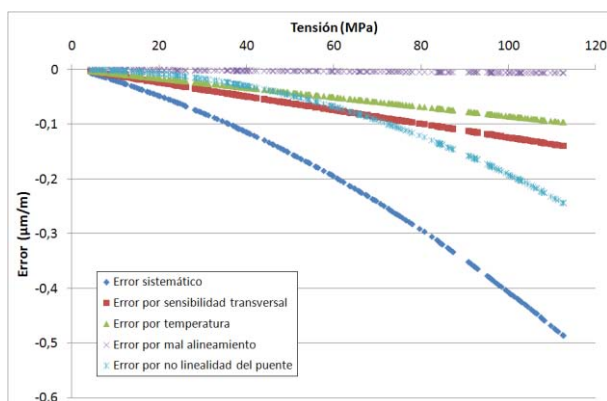
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 4 – Serie A)



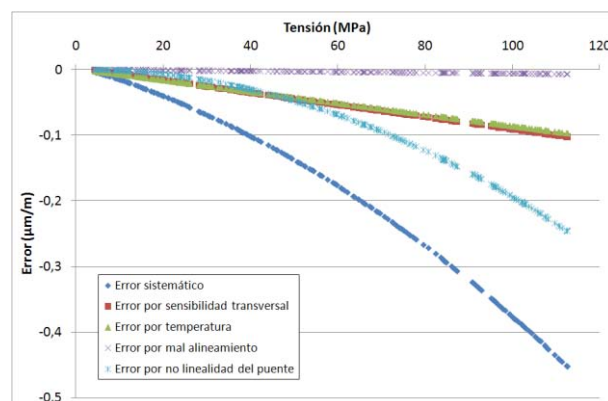
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 4 – Serie B)



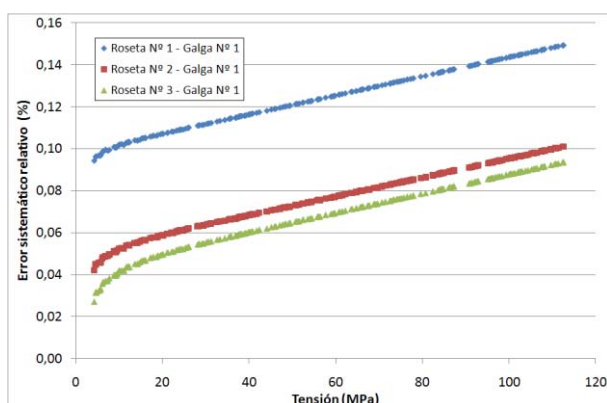
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie B)



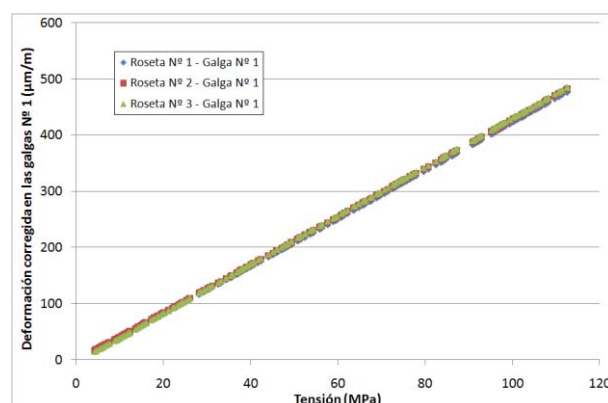
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie B)



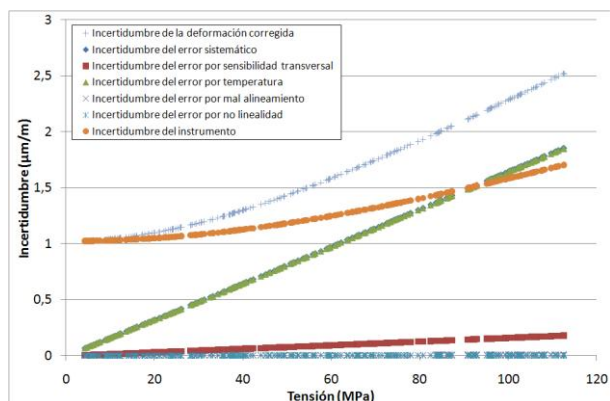
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie B)



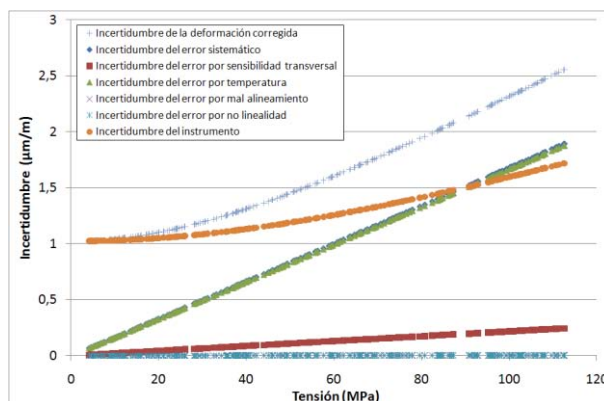
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 4 – Serie B)



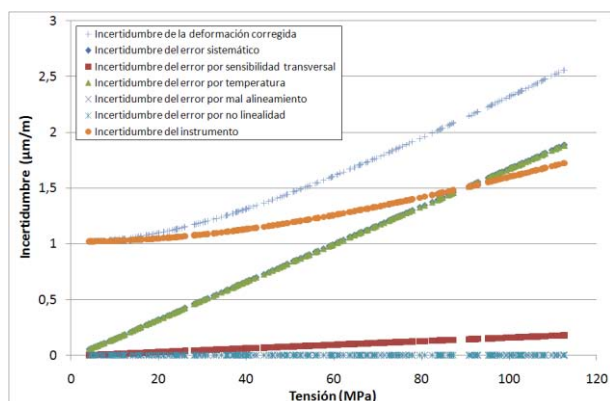
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 4 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie B)

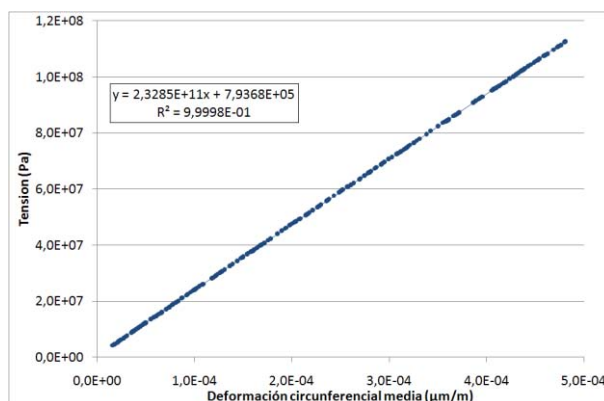
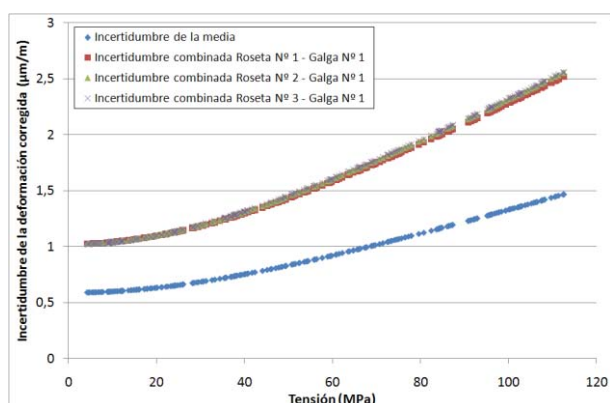
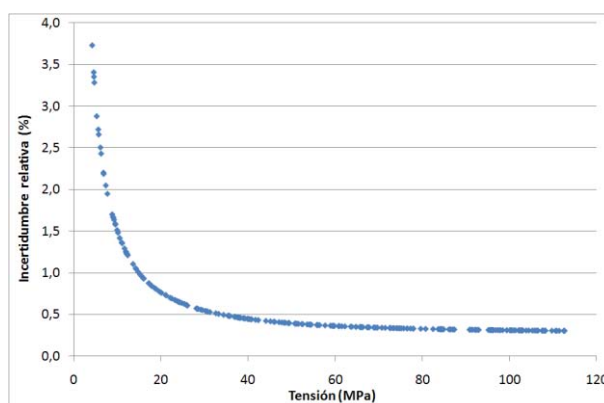


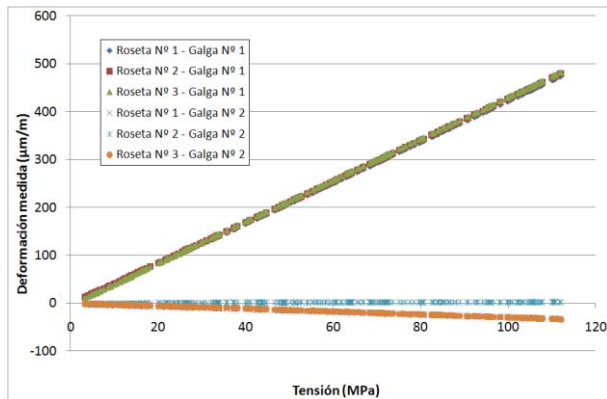
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 4 – Serie B)



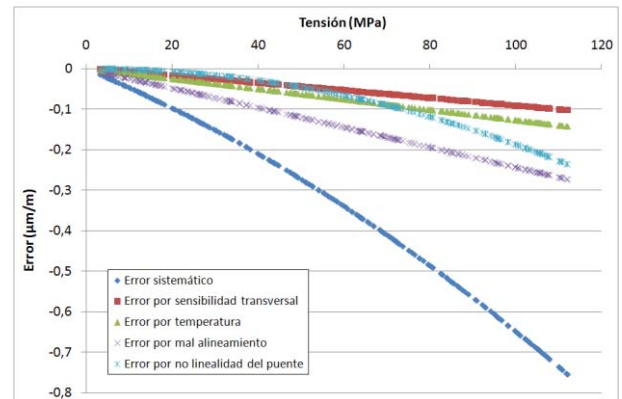
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 4 – Serie B)



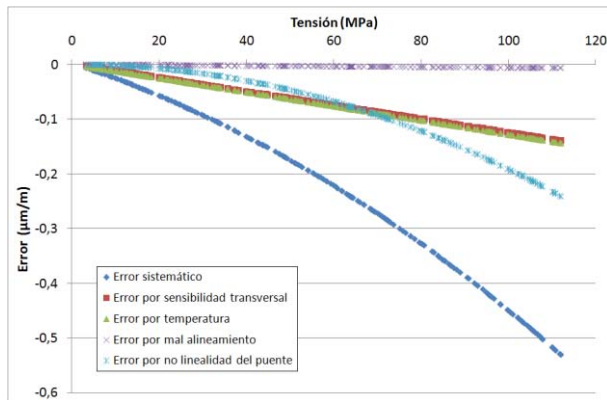
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 4 – Serie B)



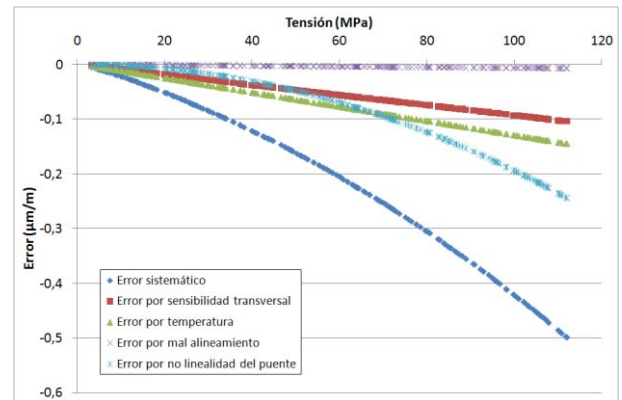
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 4 – Serie C)



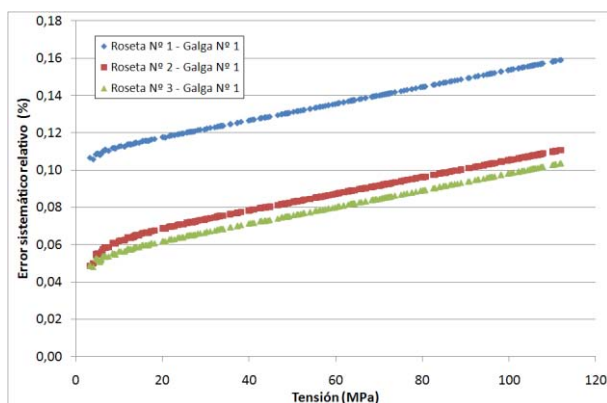
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie C)



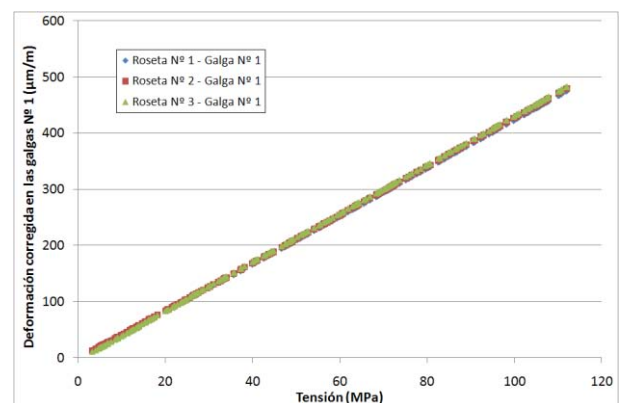
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie C)



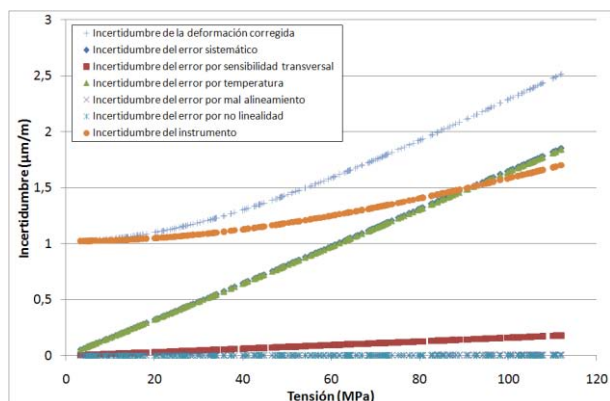
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie C)



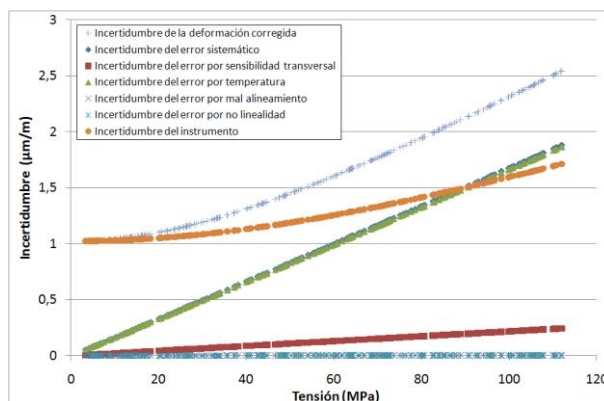
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 4 – Serie C)



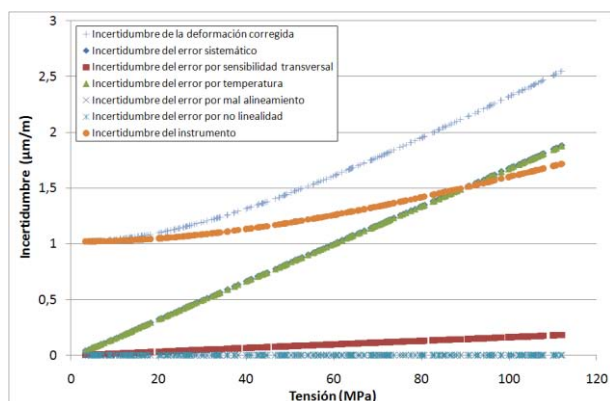
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 4 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie C)

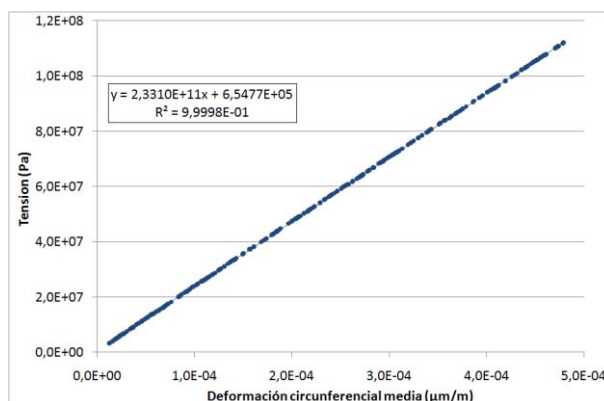
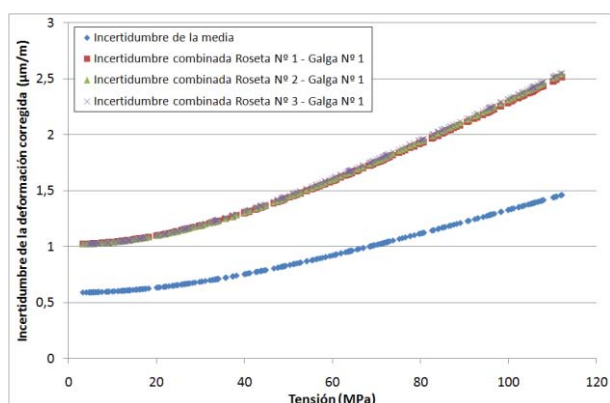
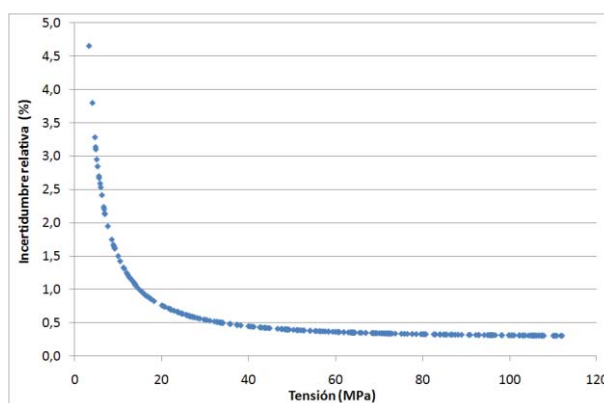


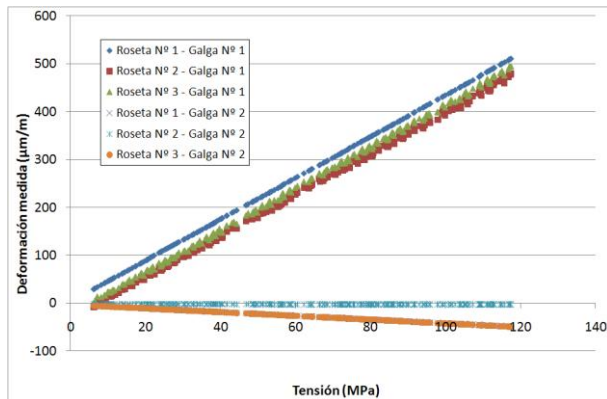
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 4 – Serie C)



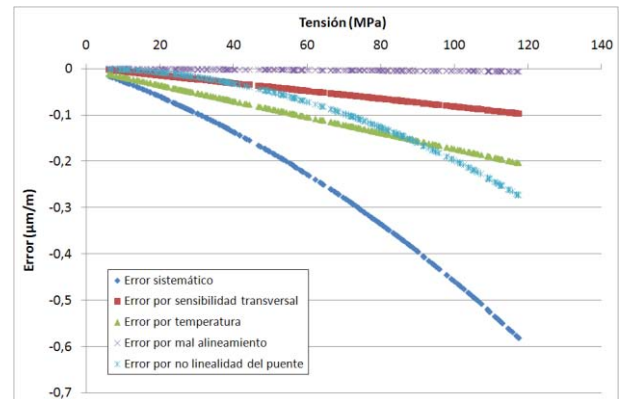
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 4 – Serie C)



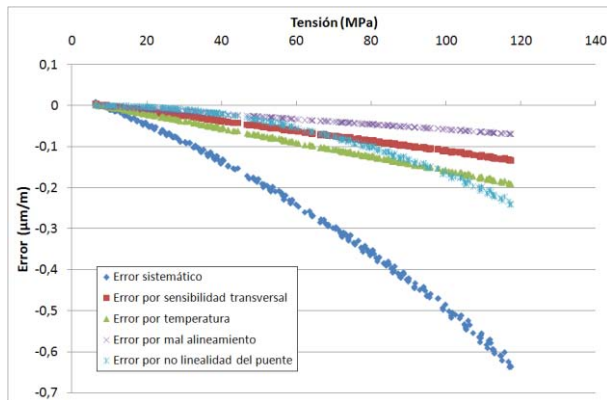
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 4 – Serie C)



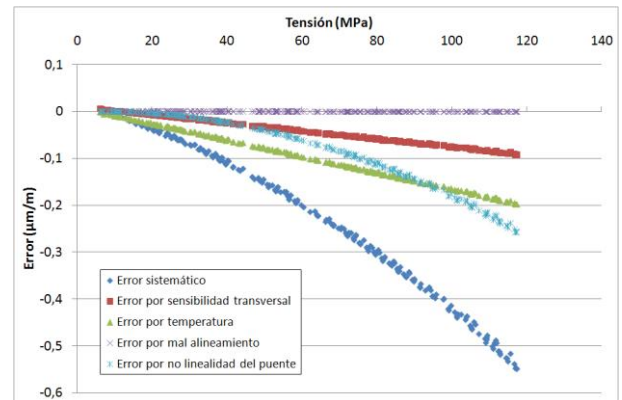
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 5 – Serie A)



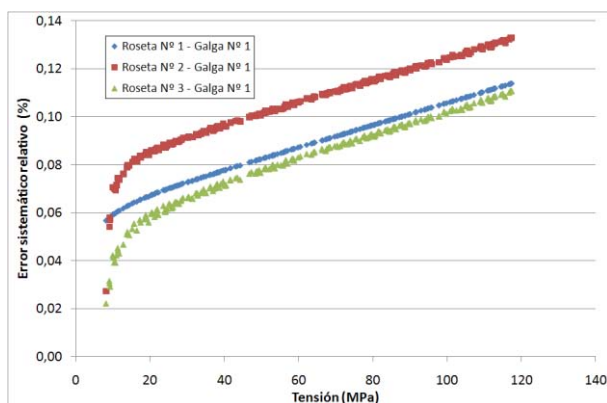
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie A)



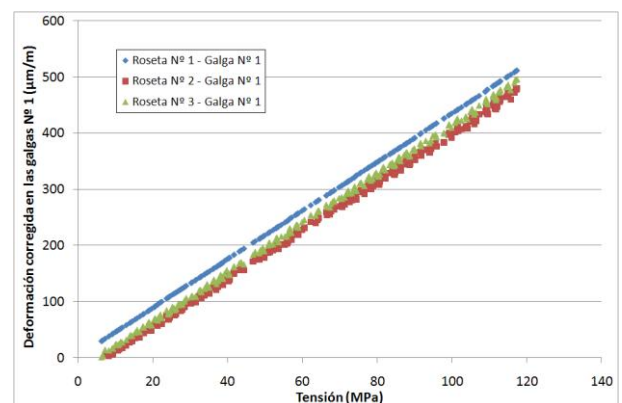
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie A)



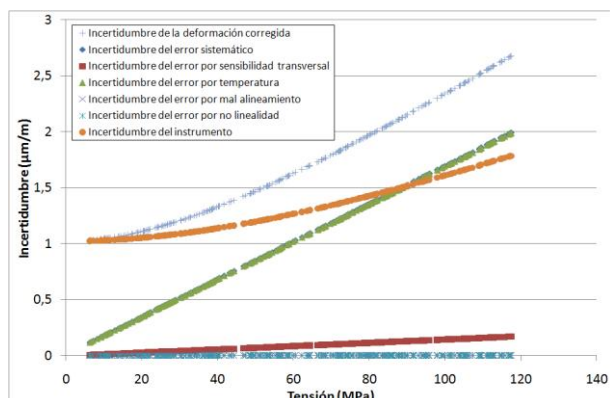
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie A)



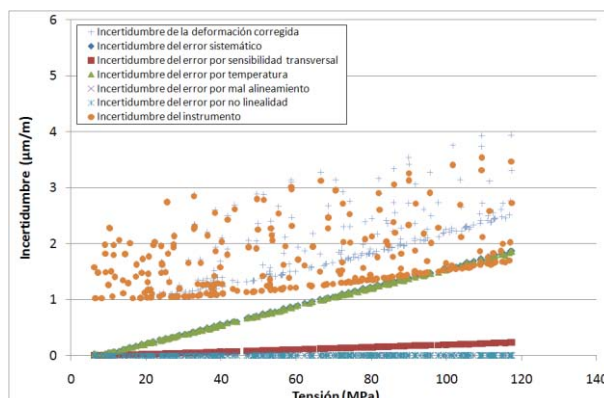
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 5 – Serie A)



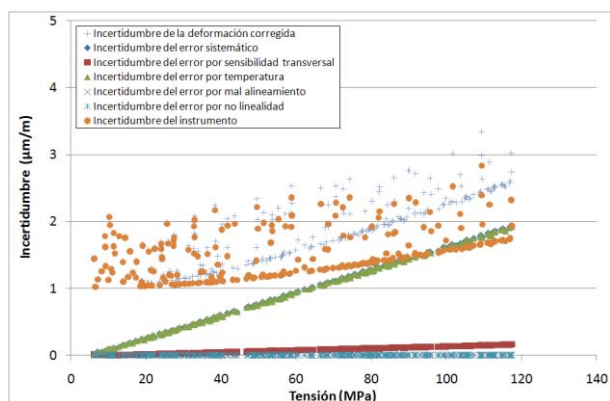
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 5 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie A)

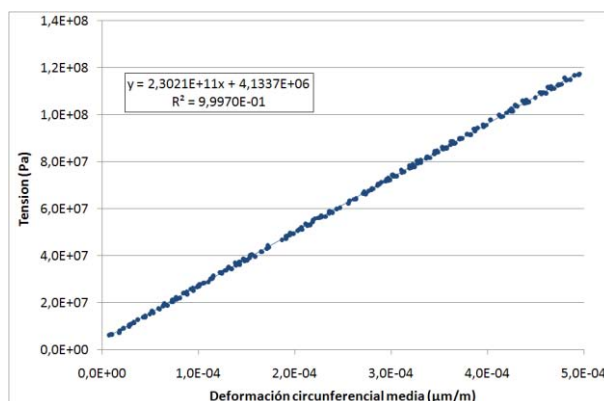
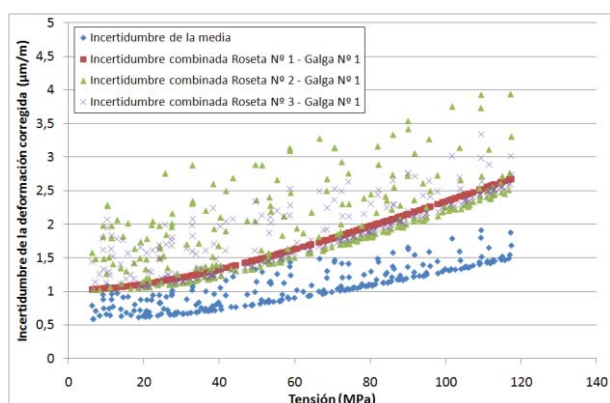
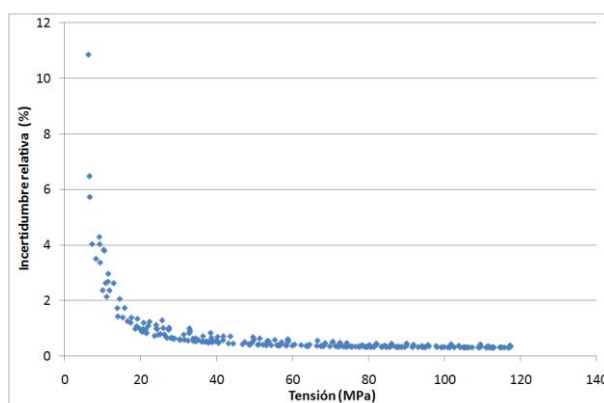


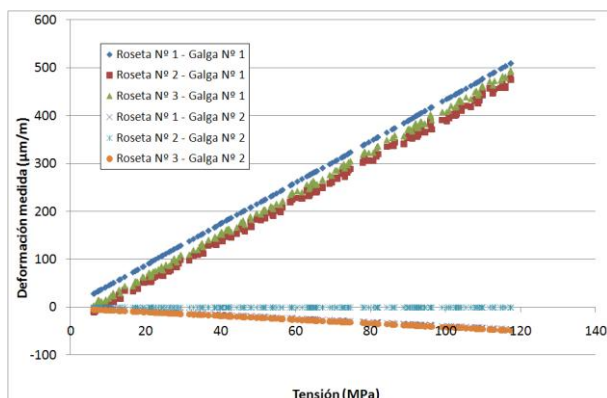
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 5 – Serie A)



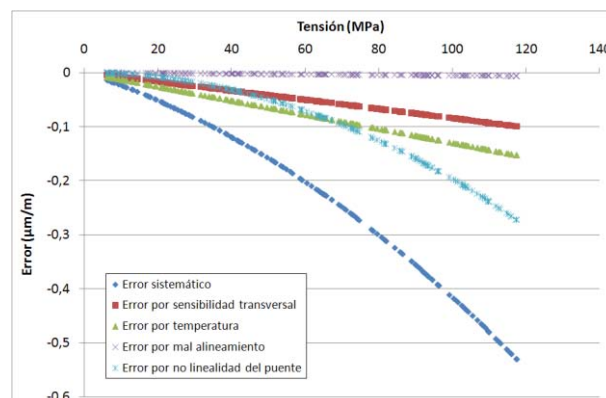
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 5 – Serie A)



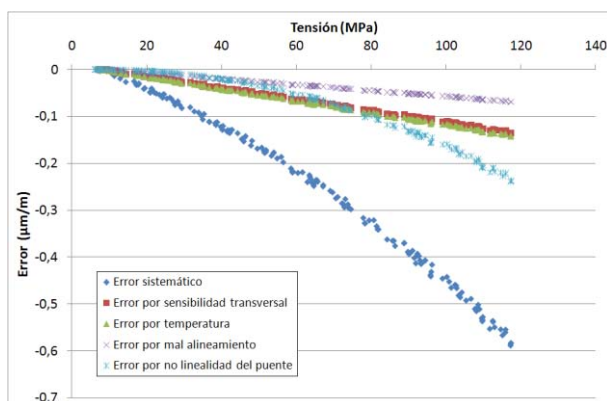
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 5 – Serie A)



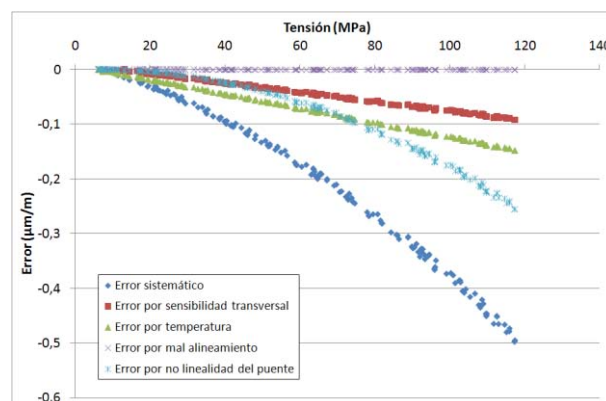
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 5 – Serie B)



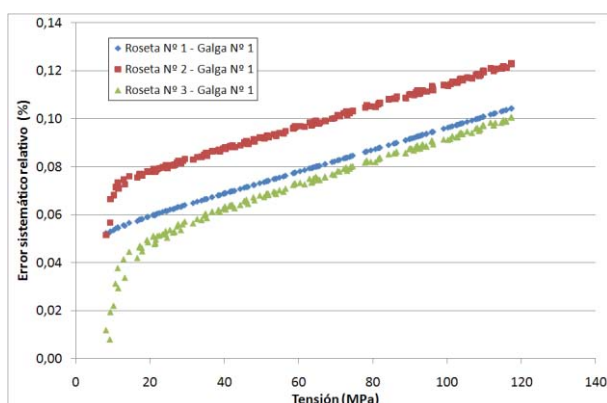
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie B)



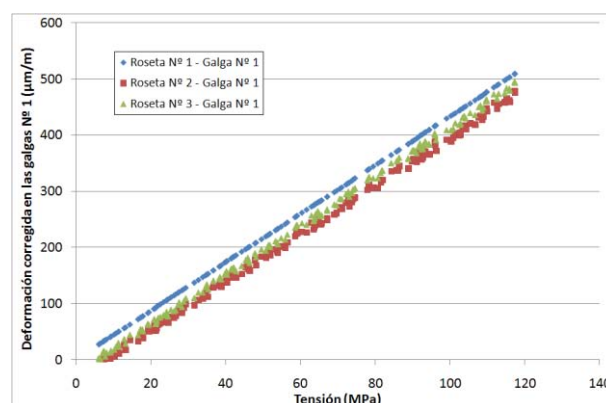
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie B)



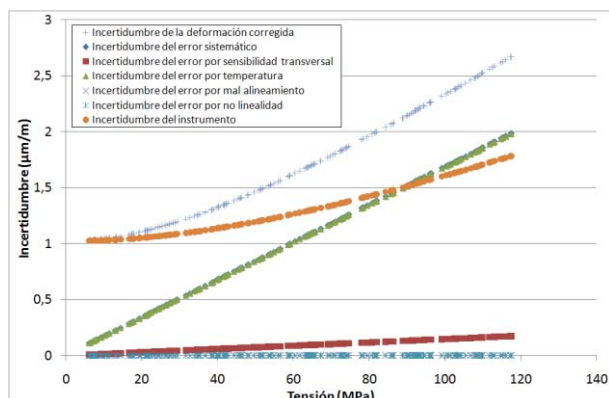
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie B)



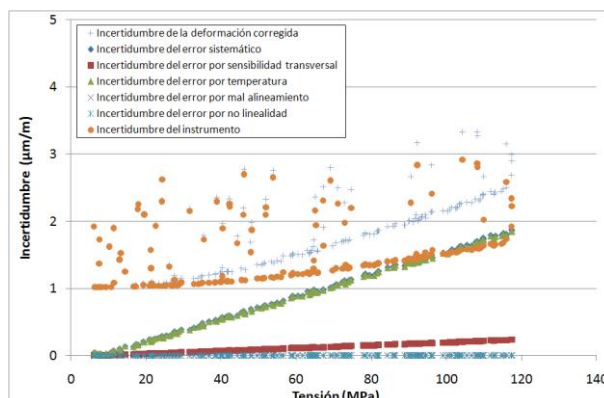
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 5 – Serie B)



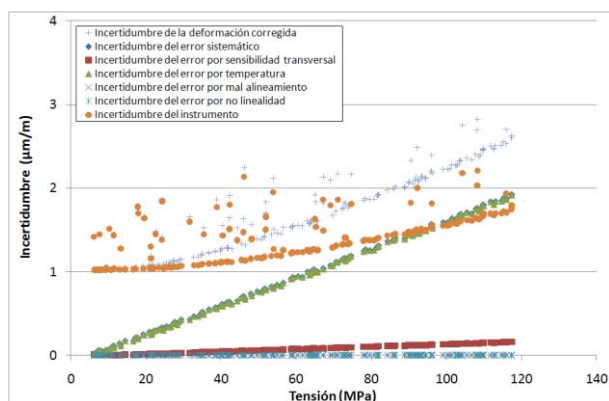
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 5 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie B)

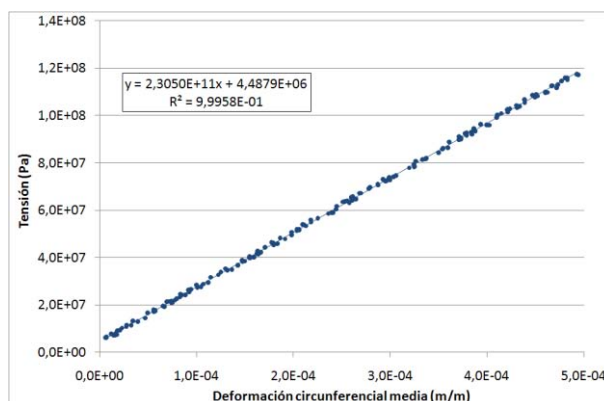
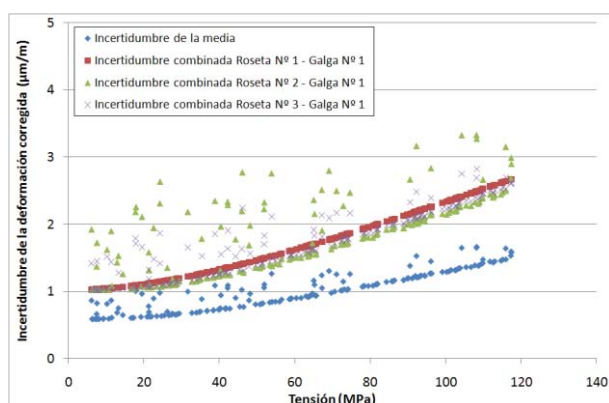
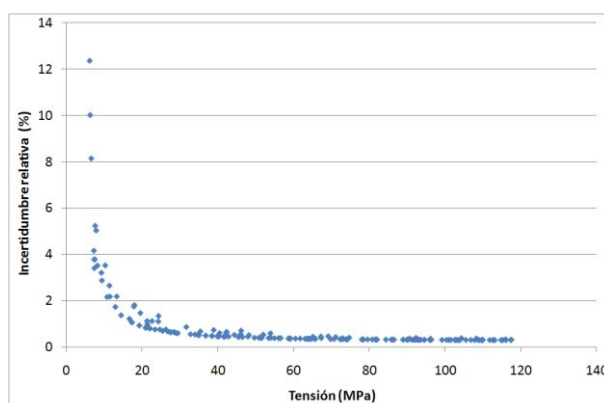


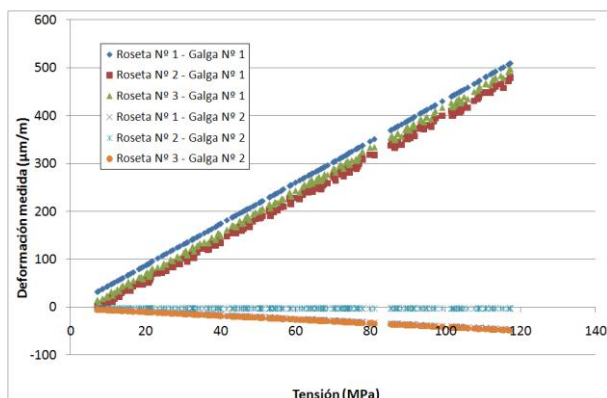
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 5 – Serie B)



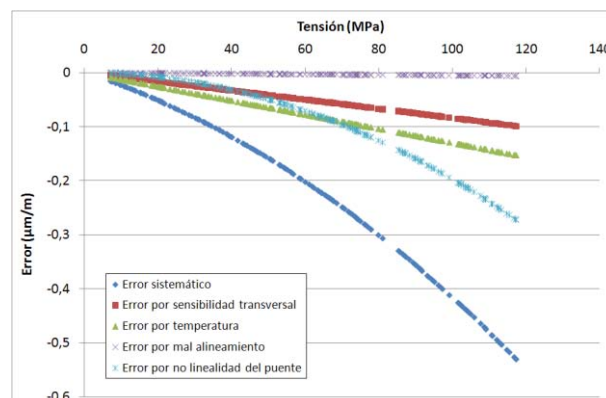
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 5 – Serie B)



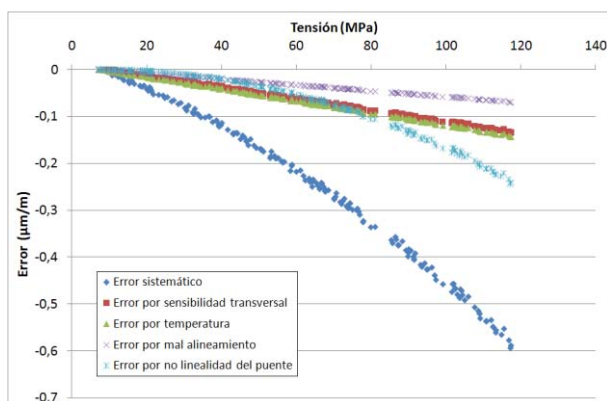
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 5 – Serie B)



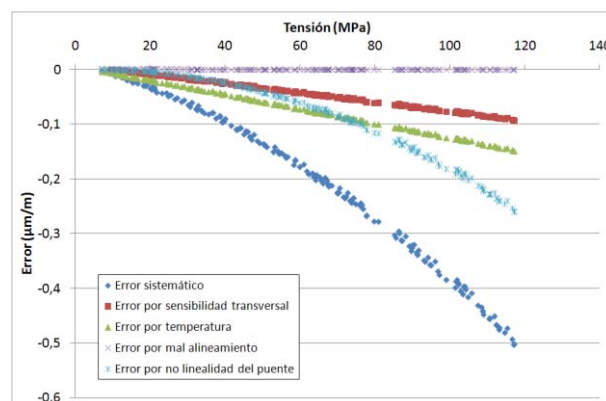
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 5 – Serie C)



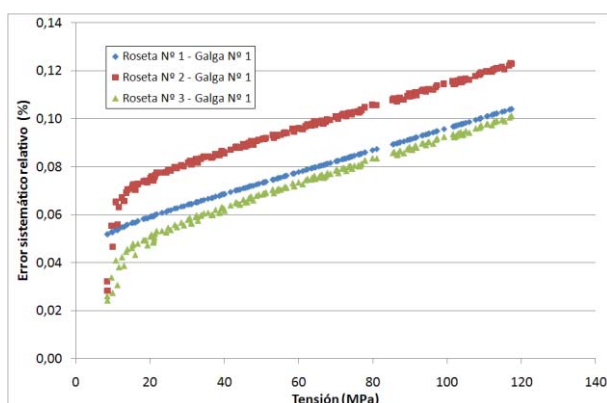
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie C)



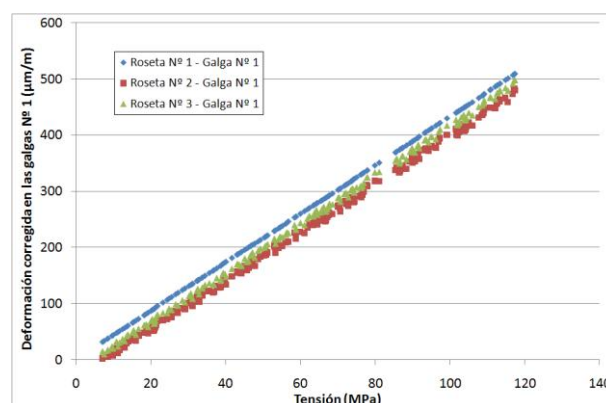
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie C)



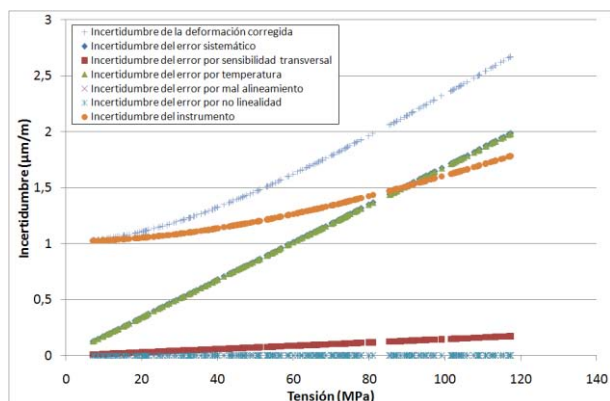
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie C)



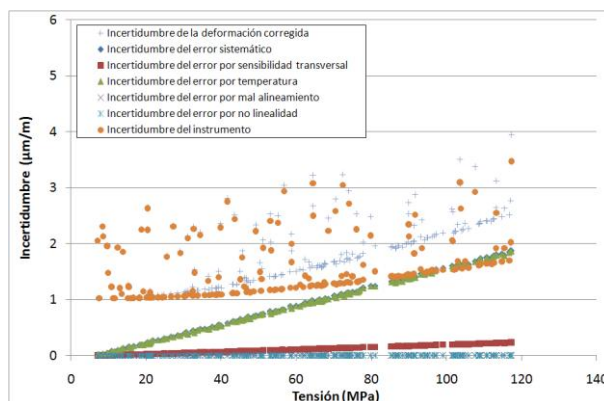
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 5 – Serie C)



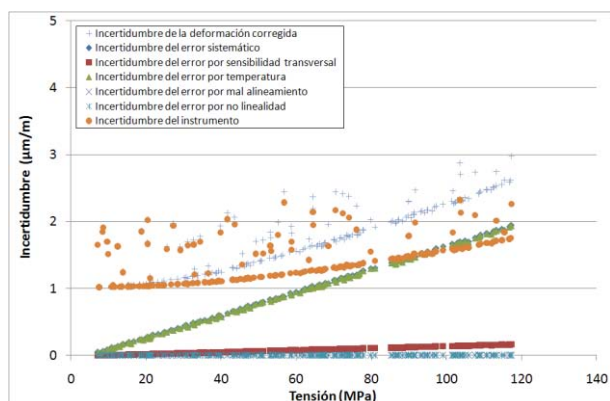
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 5 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie C)

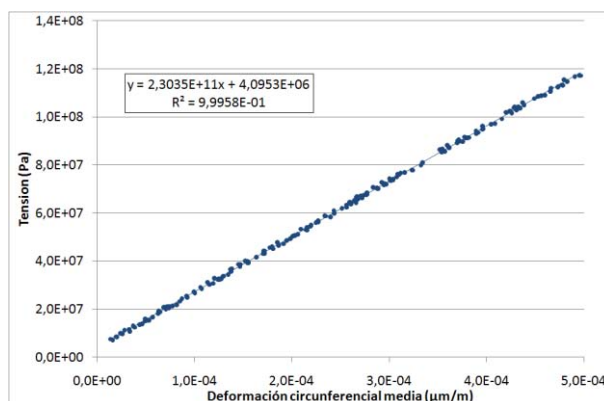
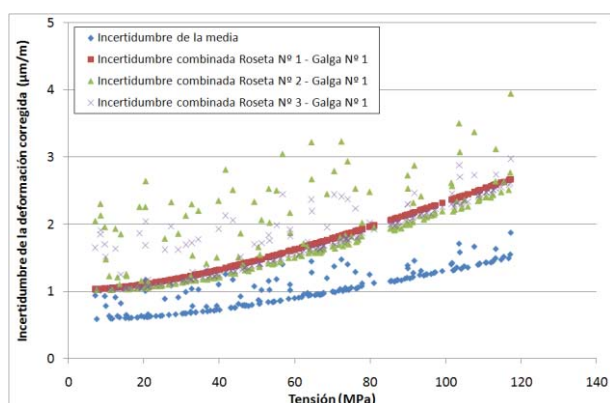
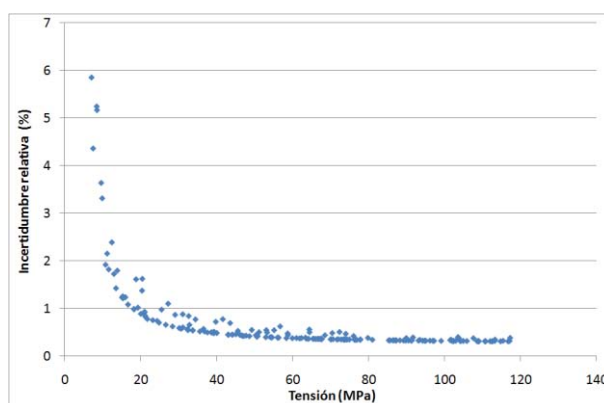


Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 5 – Serie C)

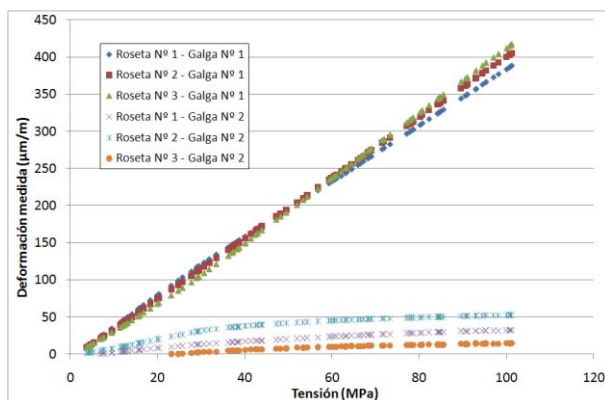


Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 5 – Serie C)

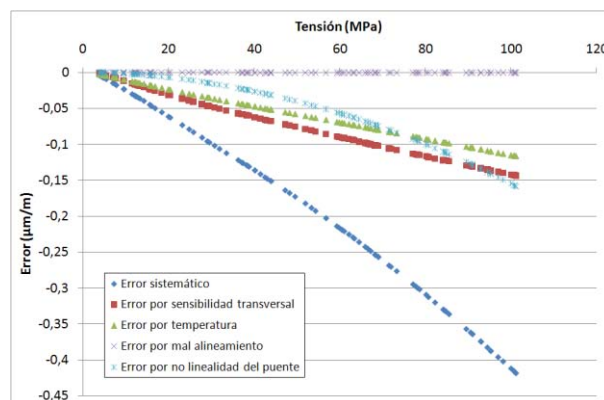


Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 5 – Serie C)

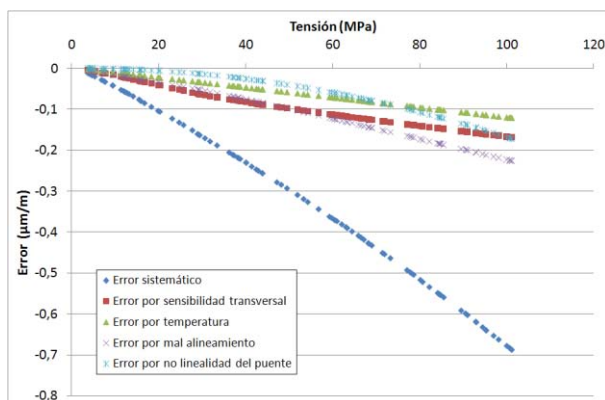
10 ANEXO III: resultados utilizando el modelo MEF



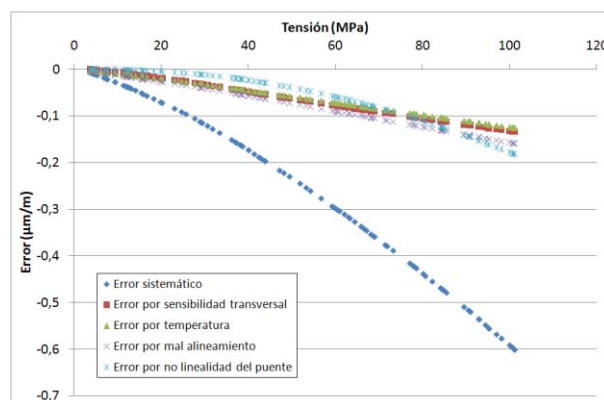
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 1 – Serie A)



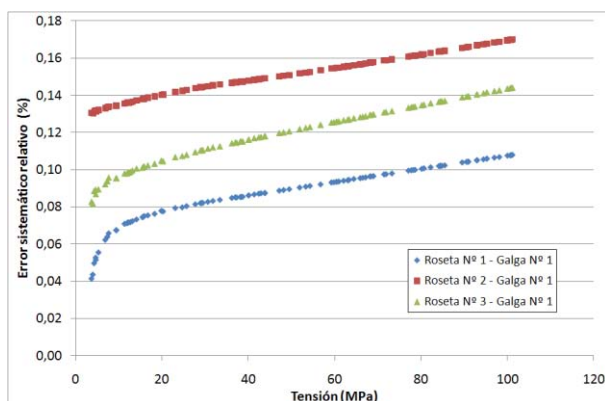
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie A)



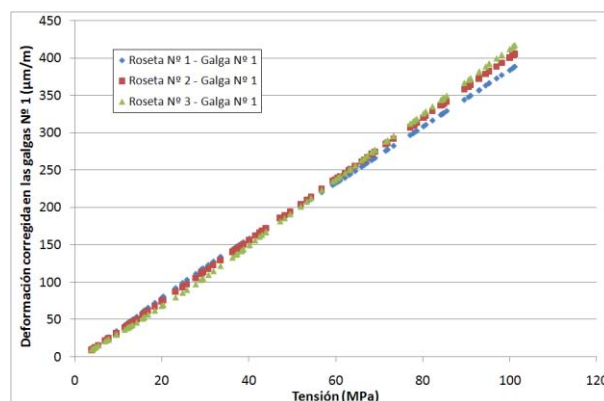
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie A)



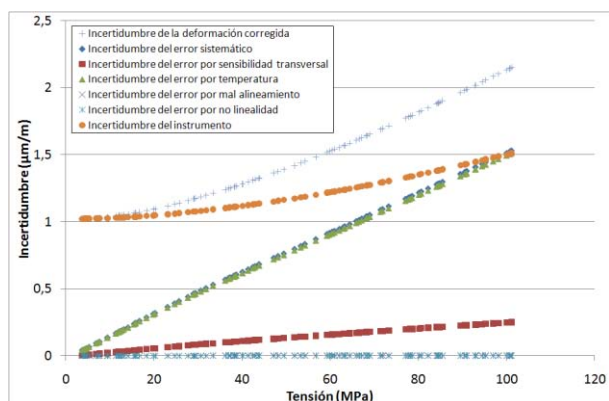
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie A)



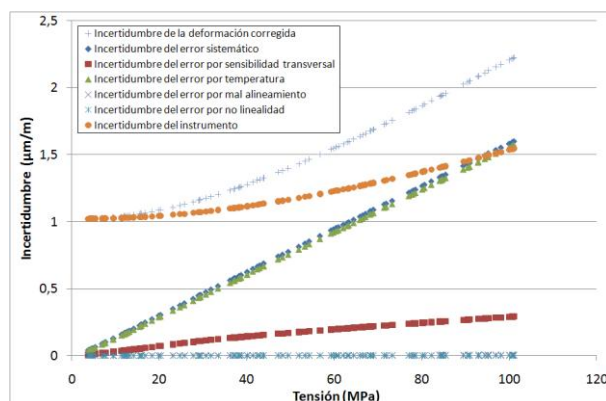
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 1 – Serie A)



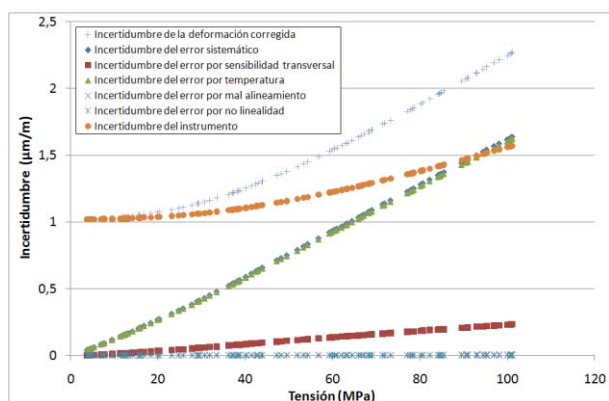
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 1 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie A)

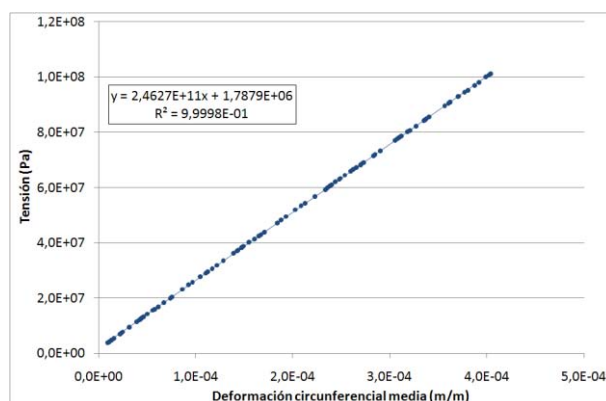
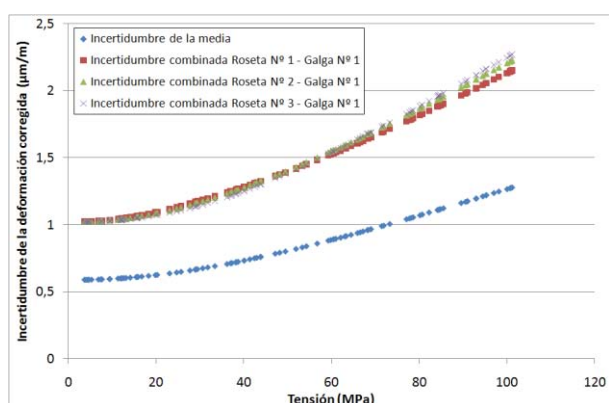
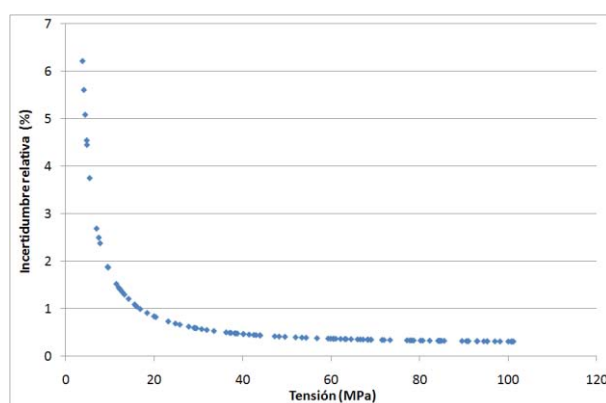


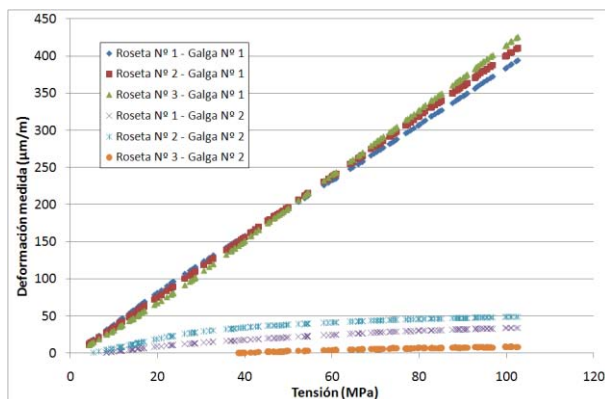
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 1 – Serie A)



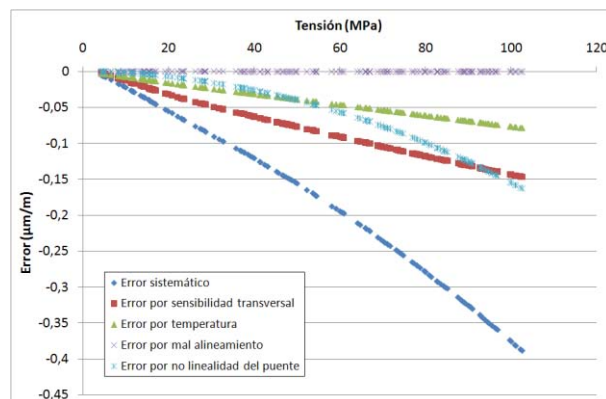
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 1 – Serie A)



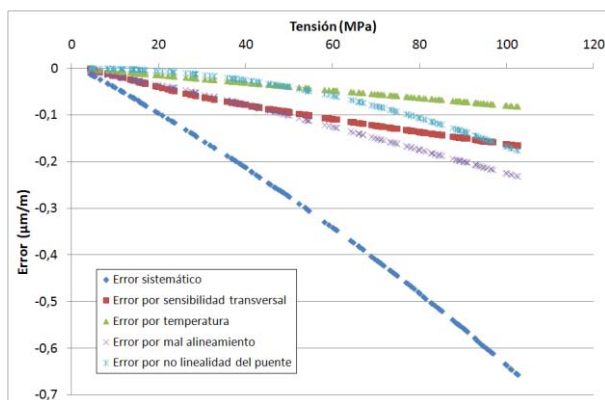
Incetidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 1 – Serie A)



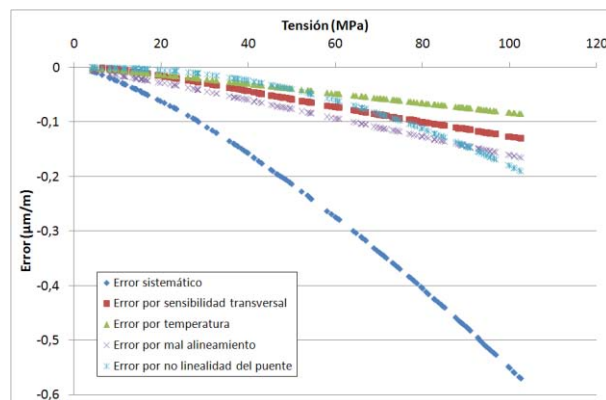
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 1 – Serie B)



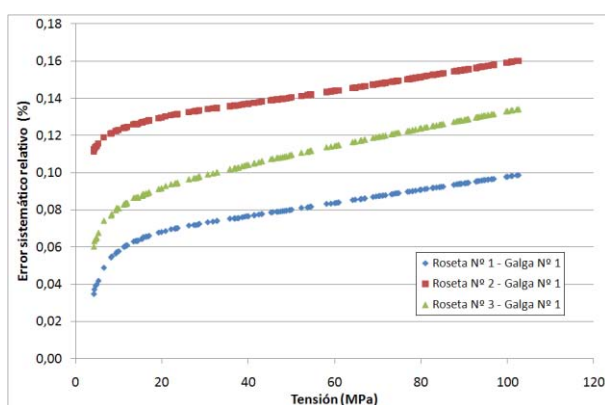
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie B)



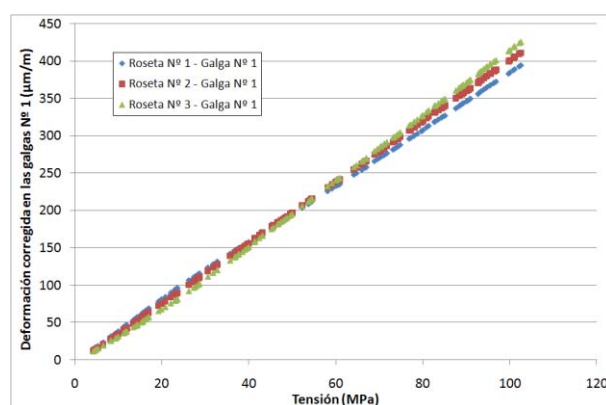
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie B)



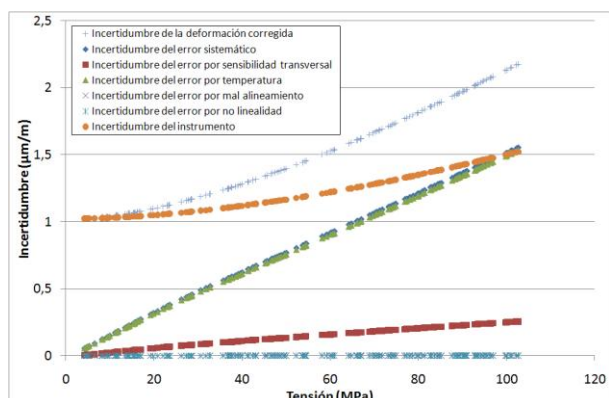
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie B)



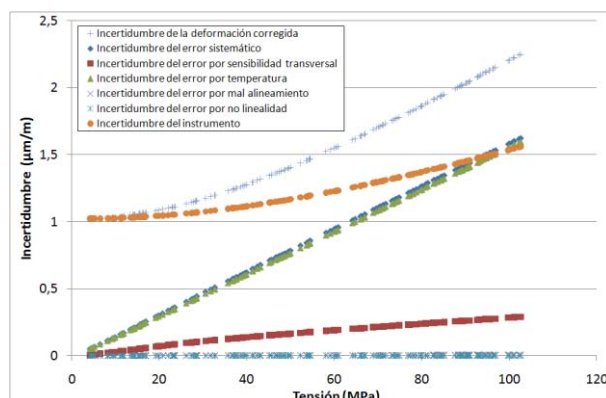
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 1 – Serie B)



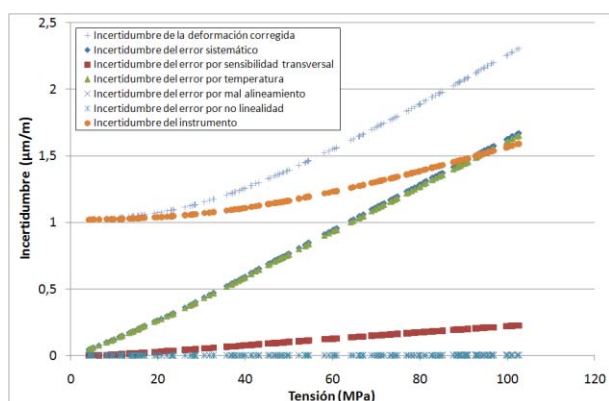
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 1 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie B)

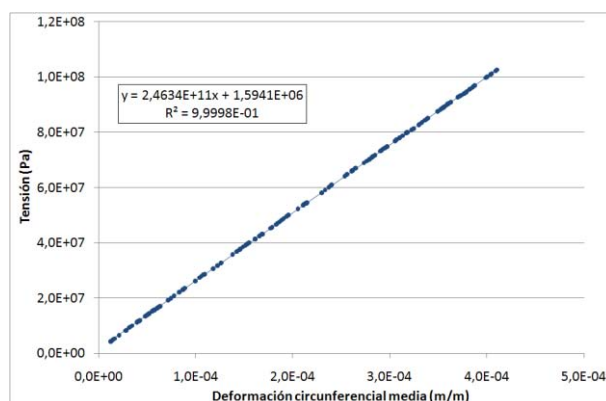
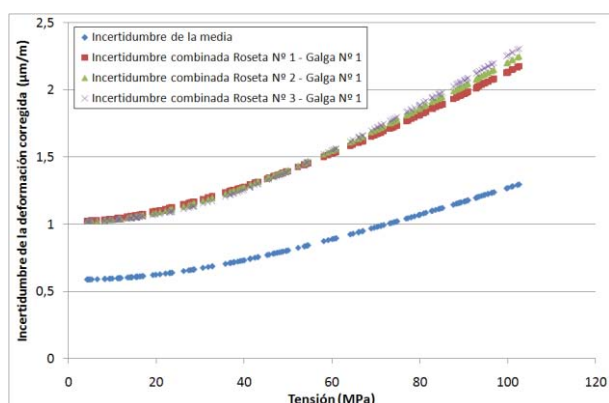
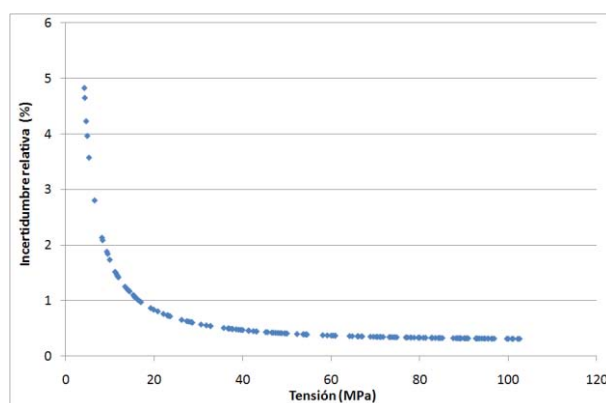


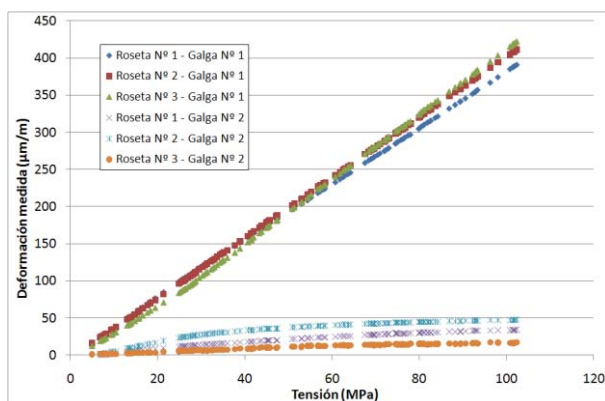
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 1 – Serie B)



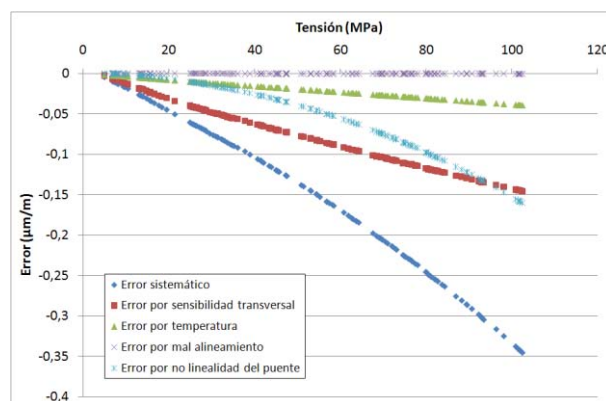
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 1 – Serie B)



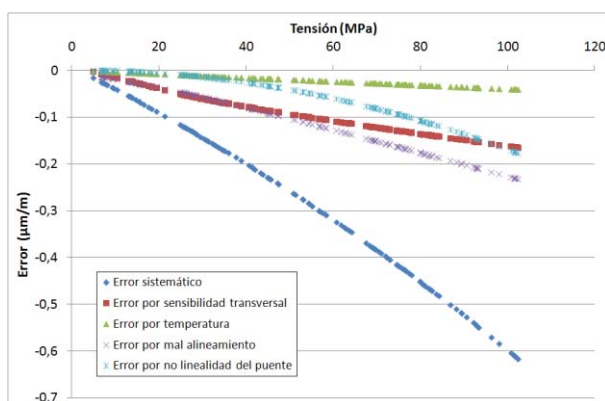
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 1 – Serie B)



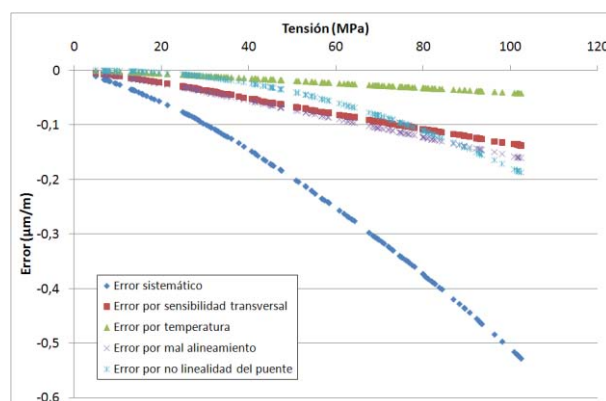
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 1 – Serie C)



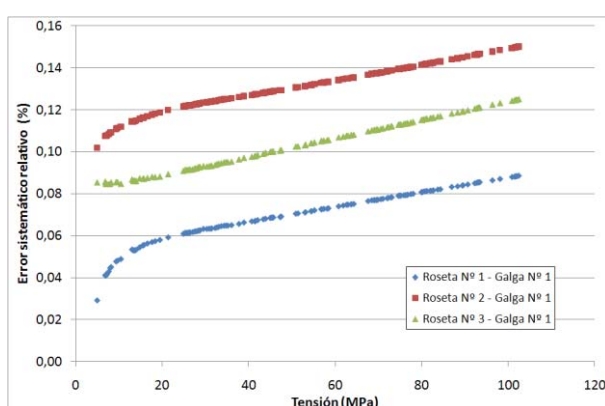
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie C)



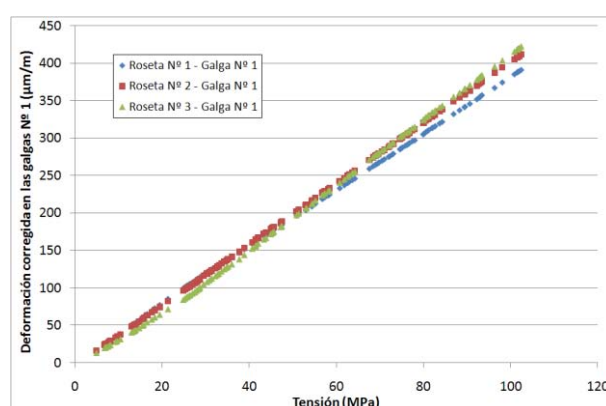
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie C)



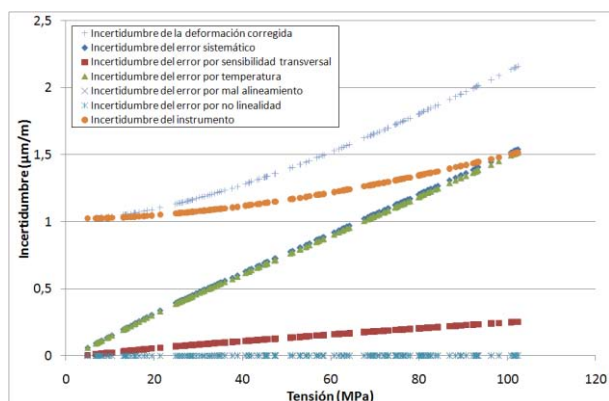
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie C)



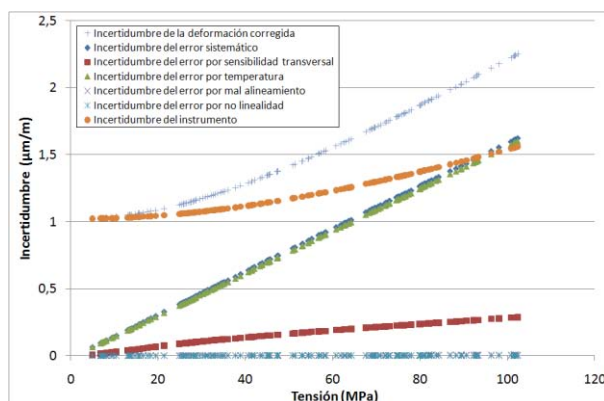
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 1 – Serie C)



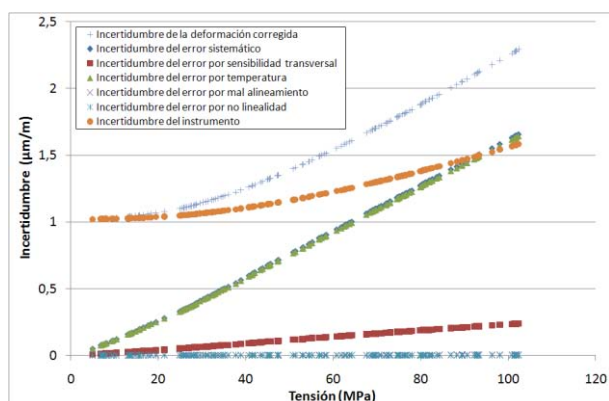
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 1 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 1 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 1 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 1 – Serie C)

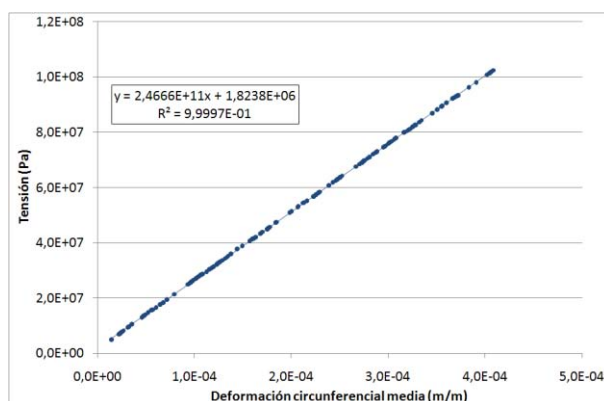
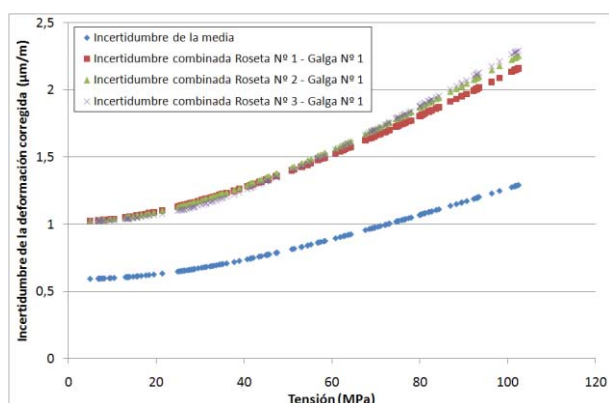
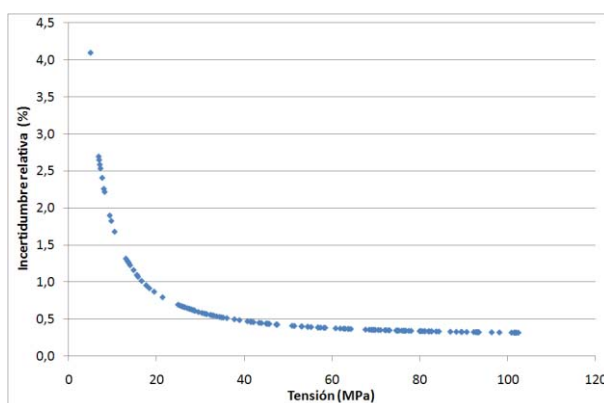


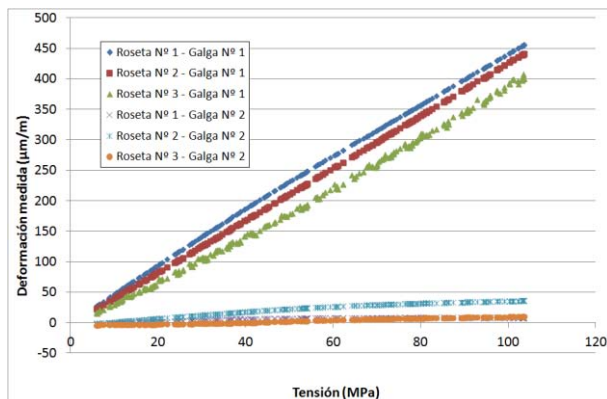
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 1 – Serie C)



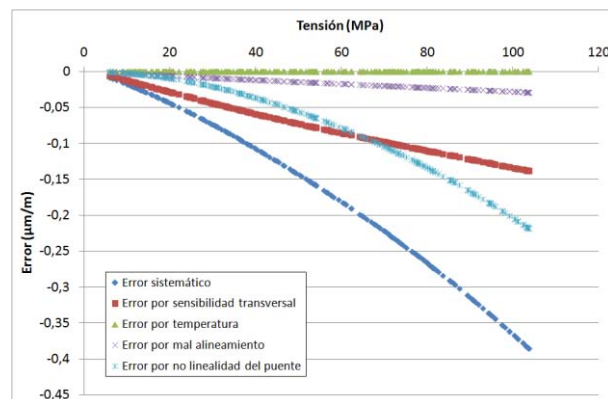
Incetidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 1 – Serie C)



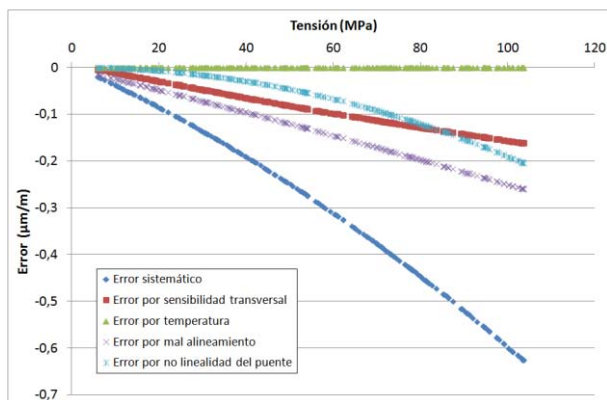
Incetidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 1 – Serie C)



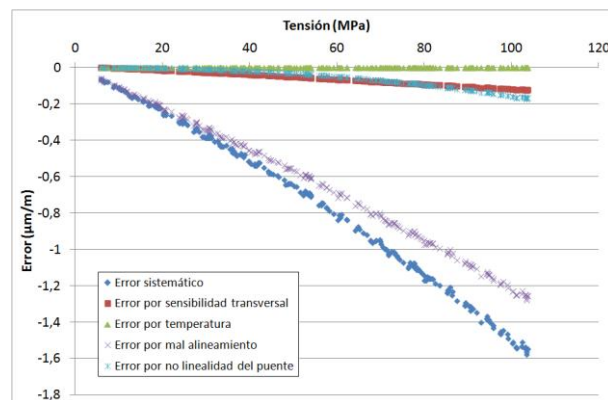
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 2 – Serie A)



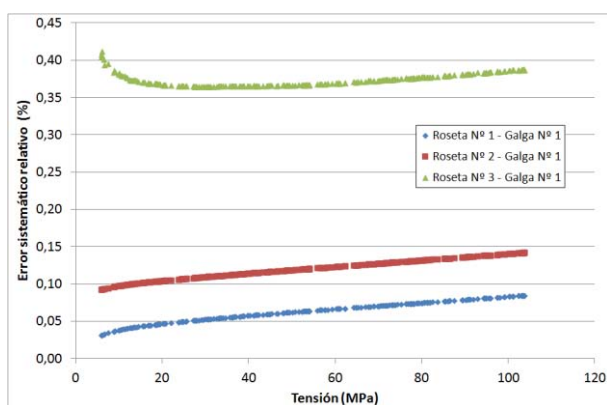
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie A)



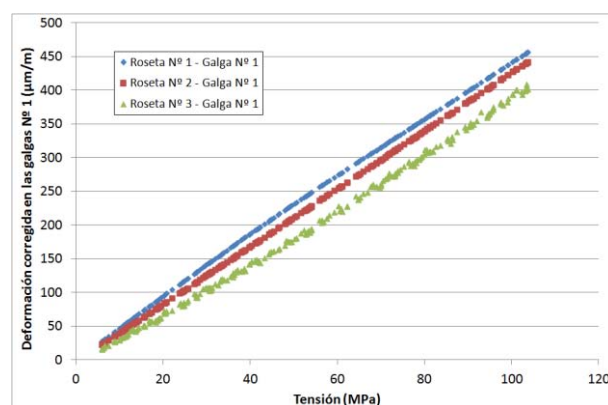
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie A)



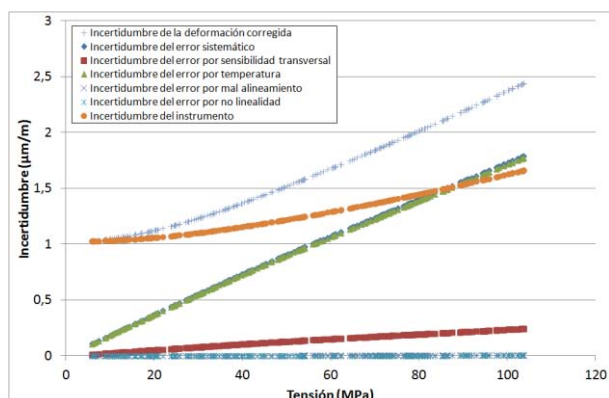
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie A)



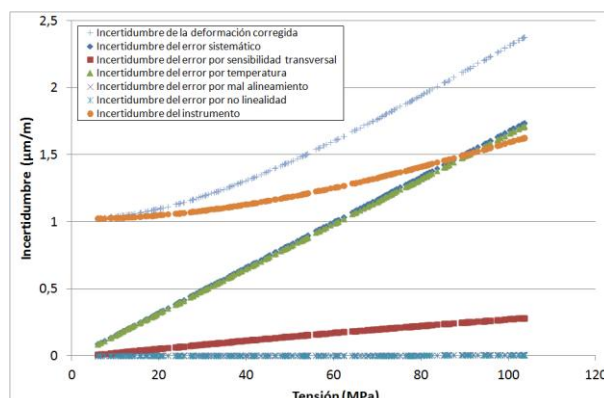
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 2 – Serie A)



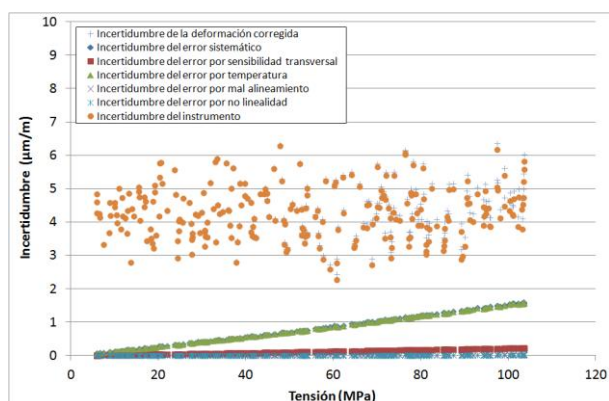
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 2 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie A)

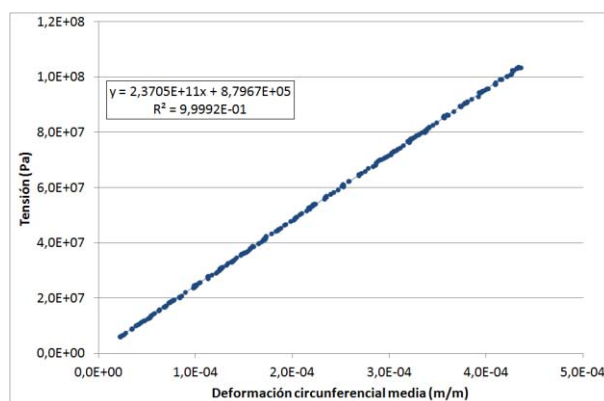
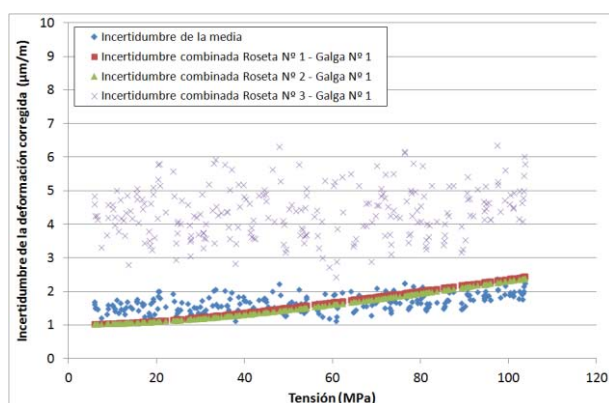
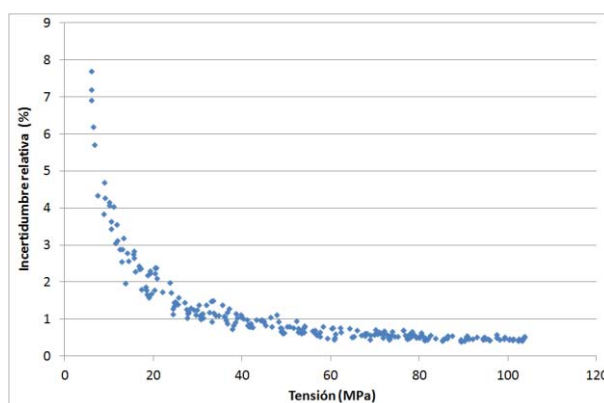


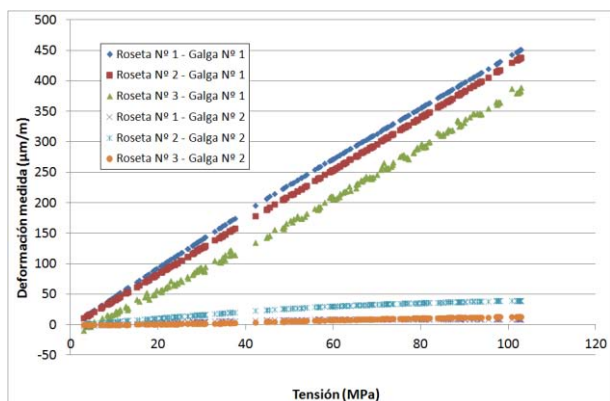
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 2 – Serie A)



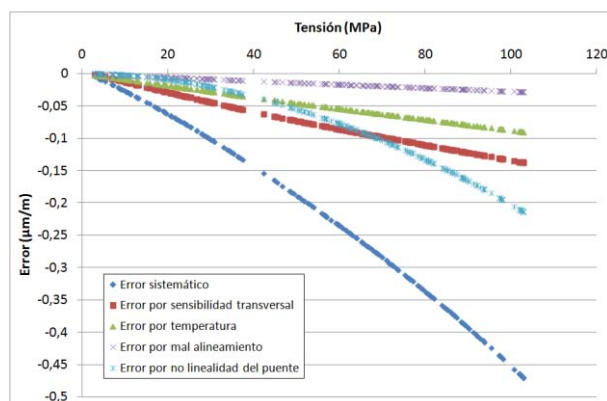
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 2 – Serie A)



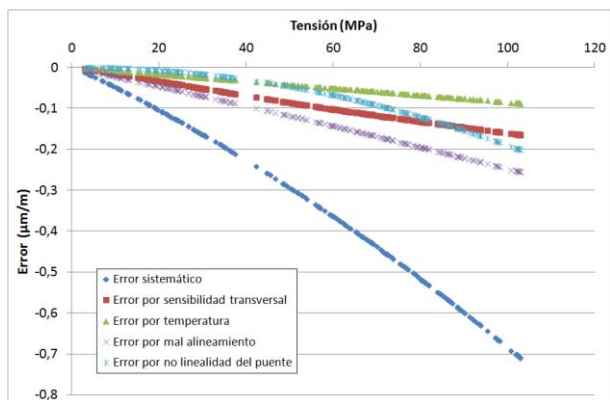
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 2 – Serie A)



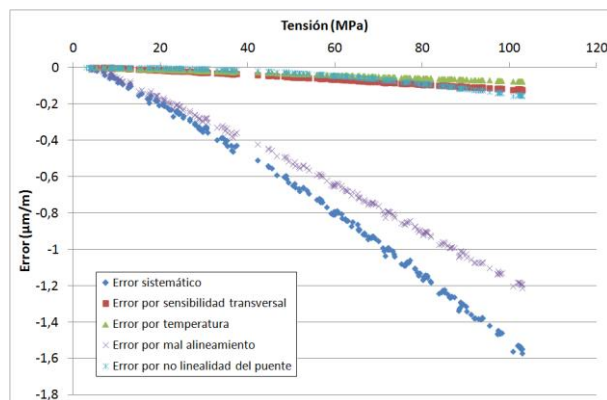
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 2 – Serie B)



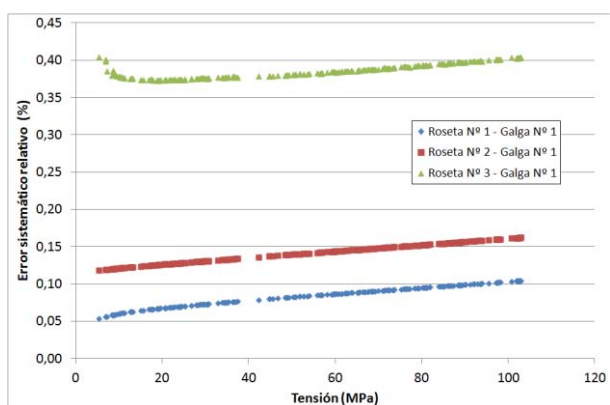
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie B)



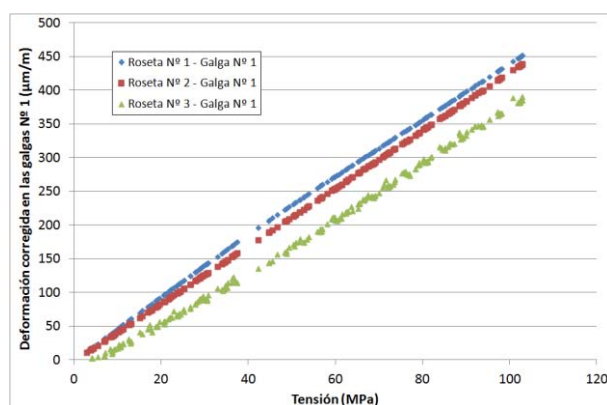
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie B)



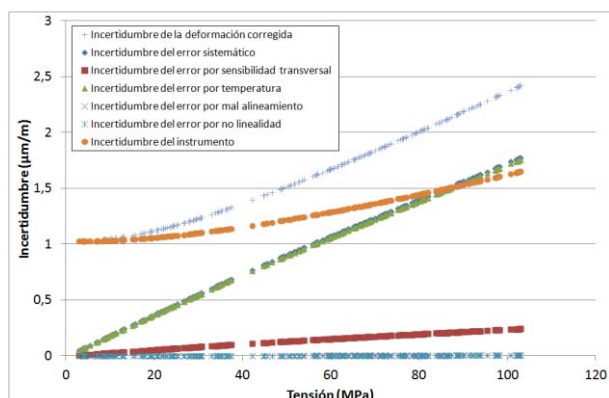
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie B)



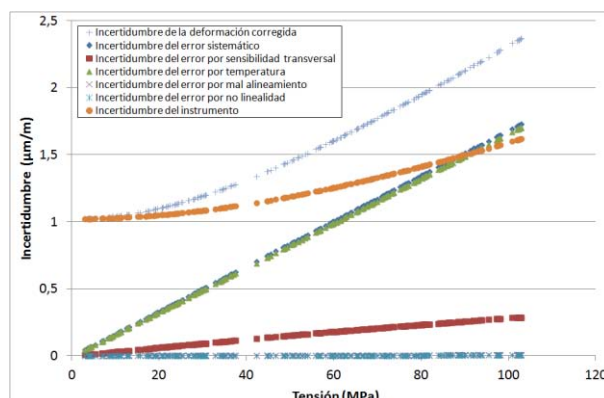
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 2 – Serie B)



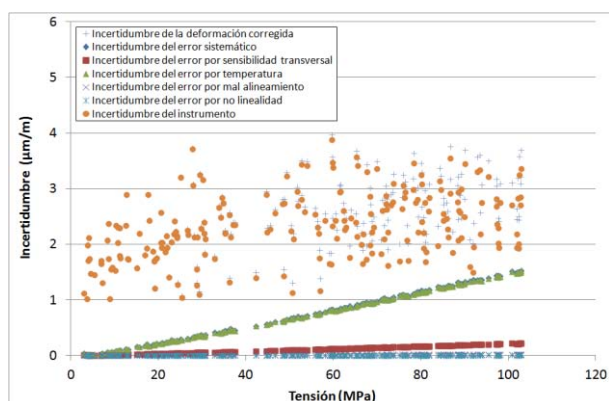
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 2 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie B)

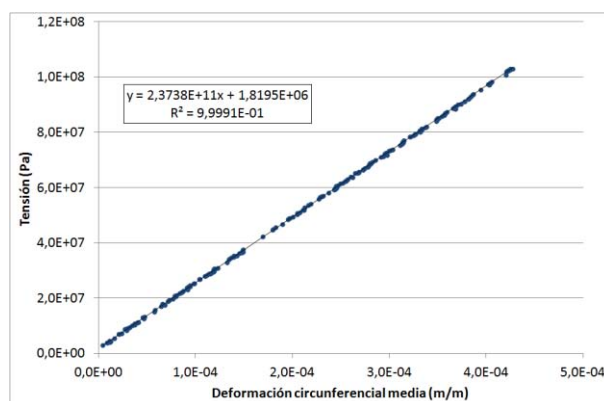
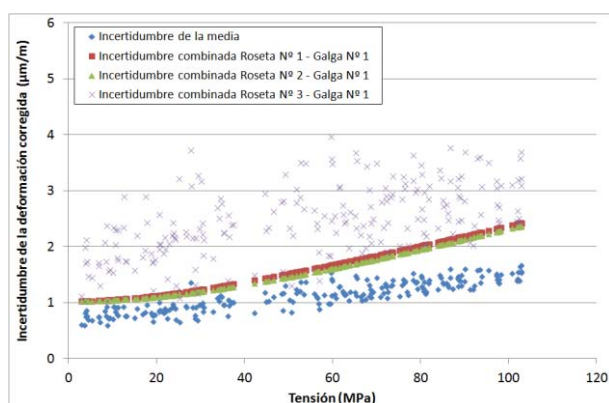
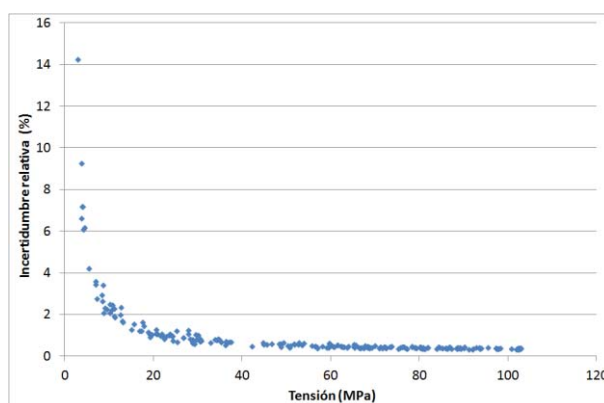


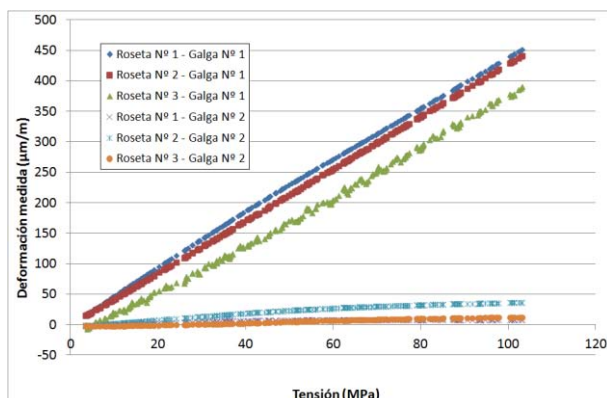
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 2 – Serie B)



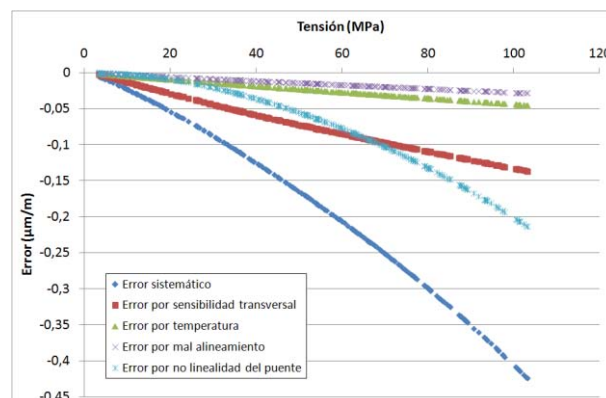
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 2 – Serie B)



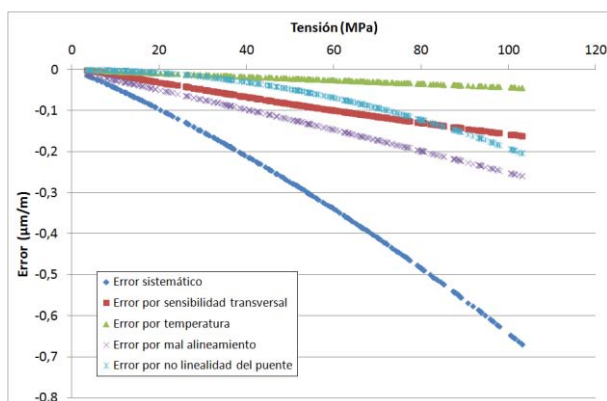
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 2 – Serie B)



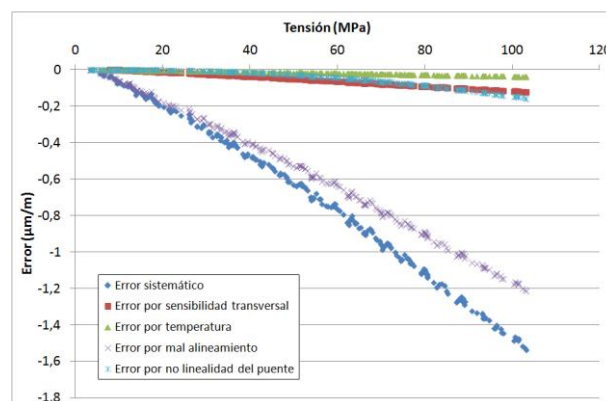
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 2 – Serie C)



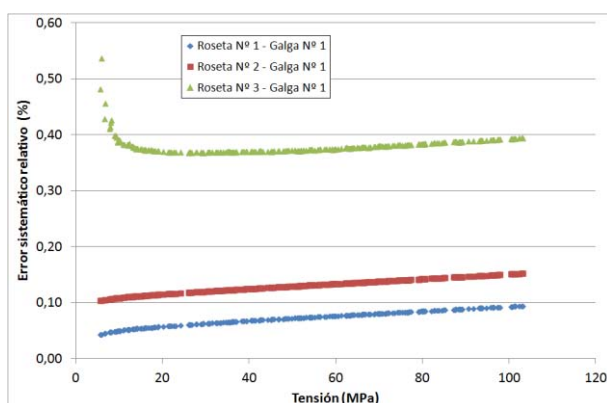
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie C)



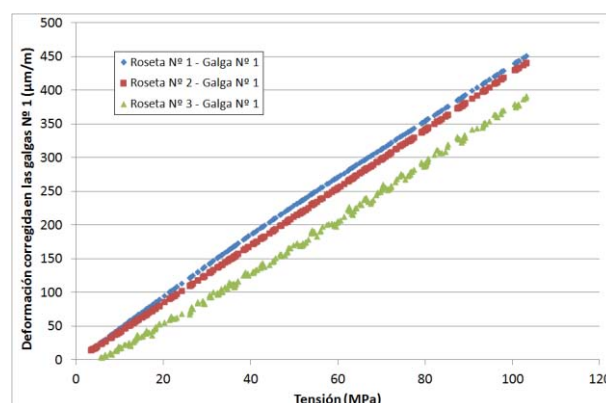
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie C)



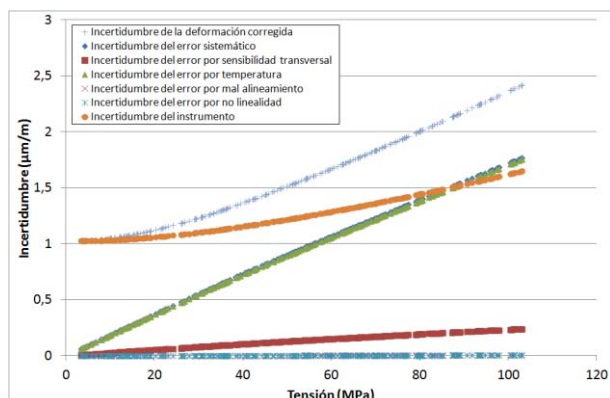
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie C)



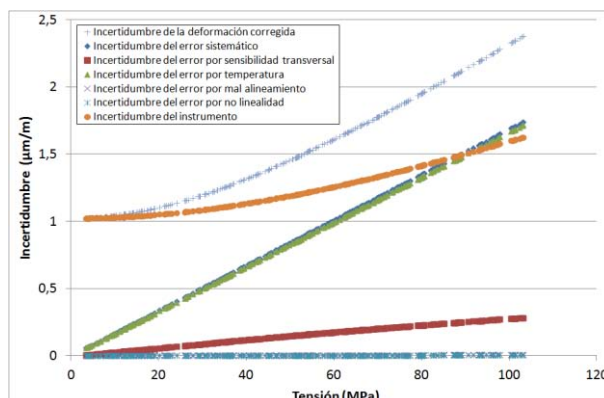
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 2 – Serie C)



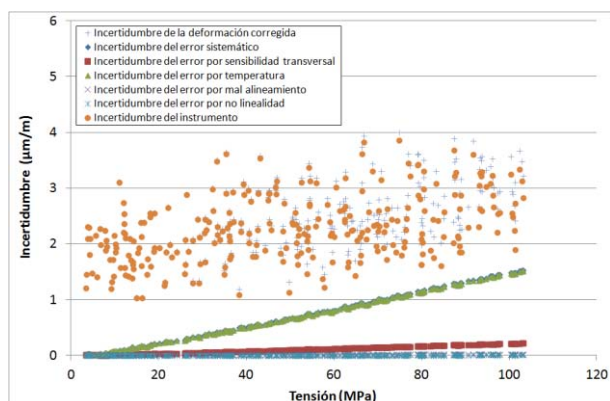
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 2 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 2 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 2 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 2 – Serie C)

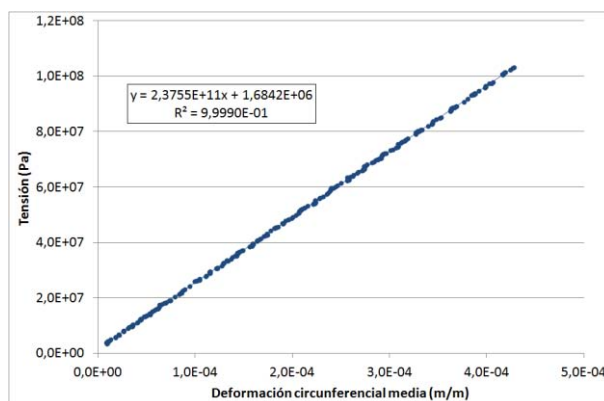
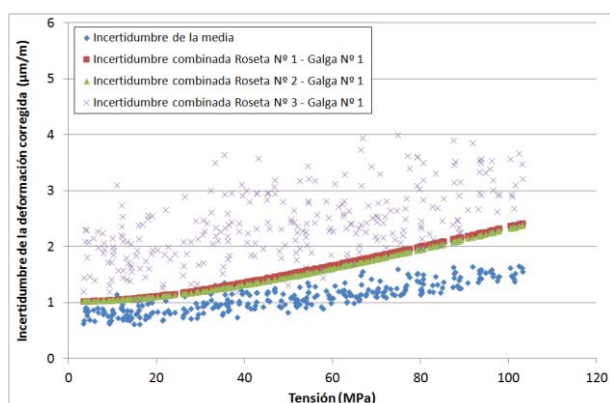
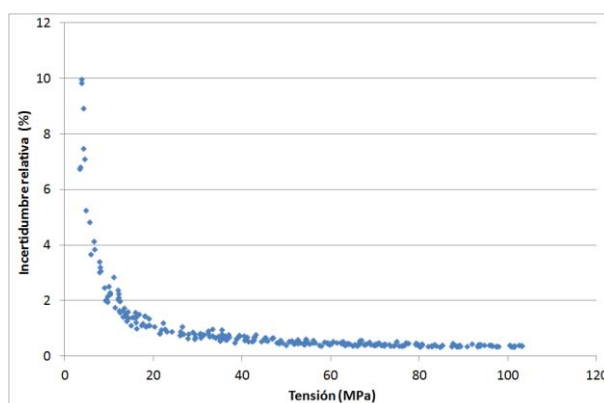


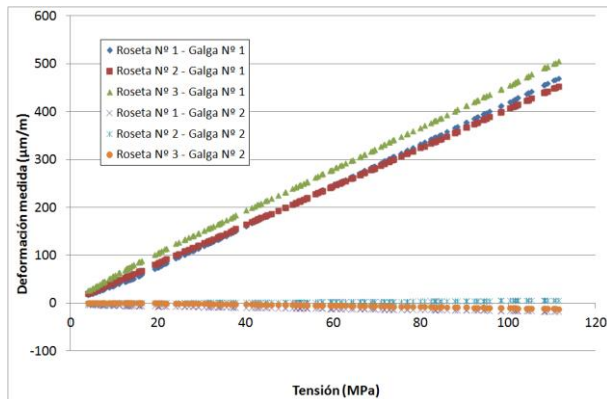
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 2 – Serie C)



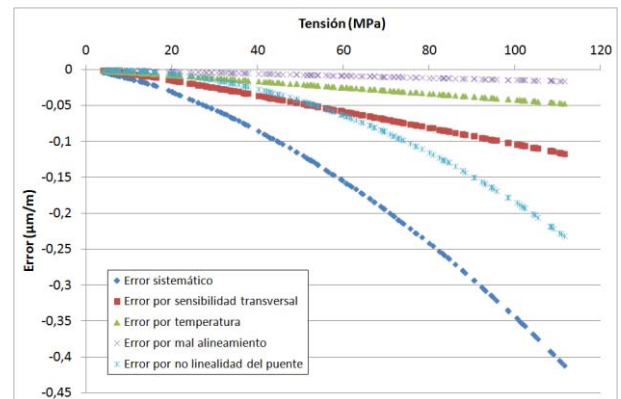
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 2 – Serie C)



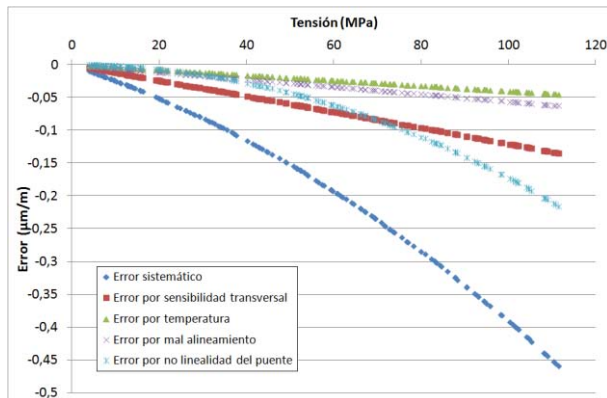
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 2 – Serie C)



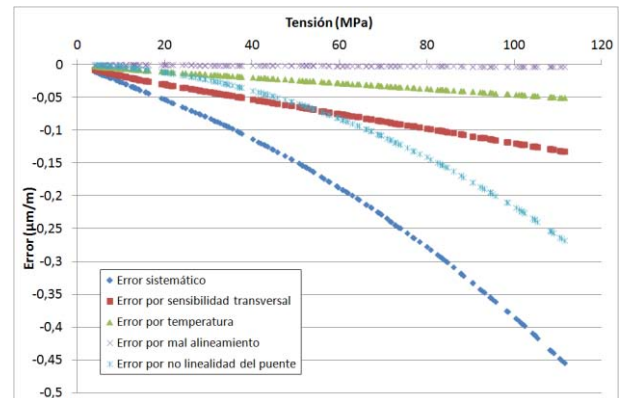
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 3 – Serie A)



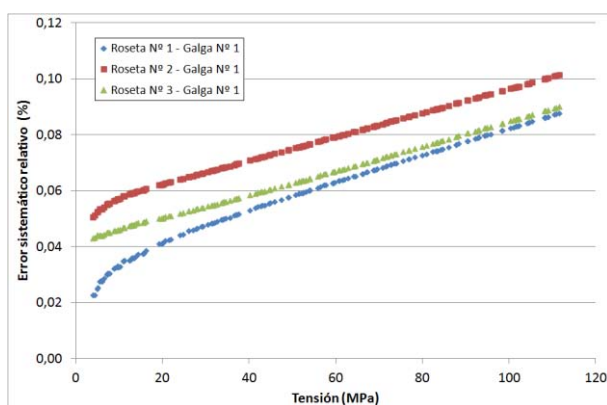
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie A)



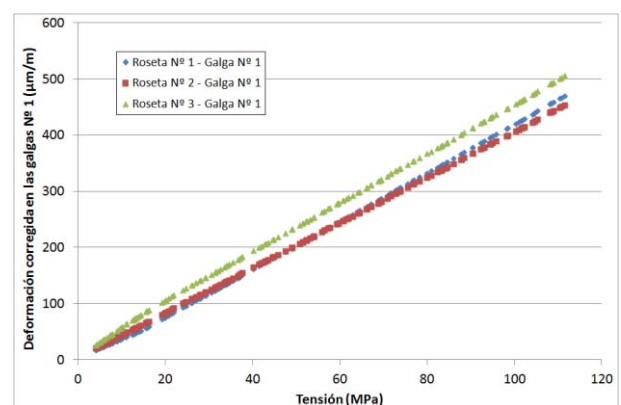
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie A)



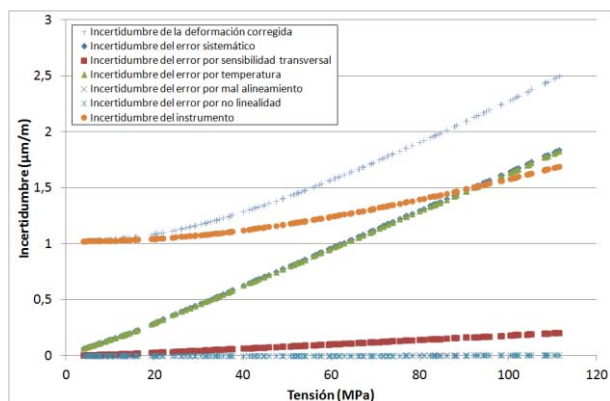
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie A)



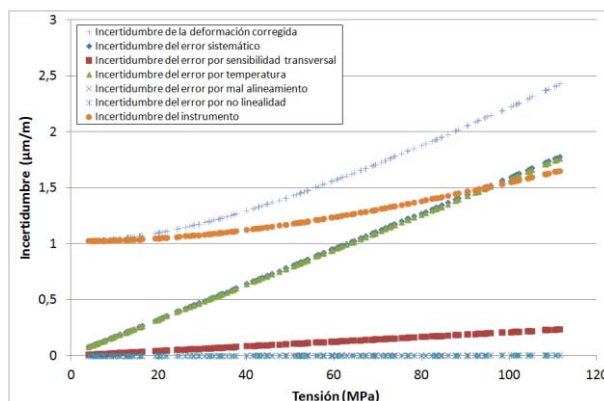
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 3 – Serie A)



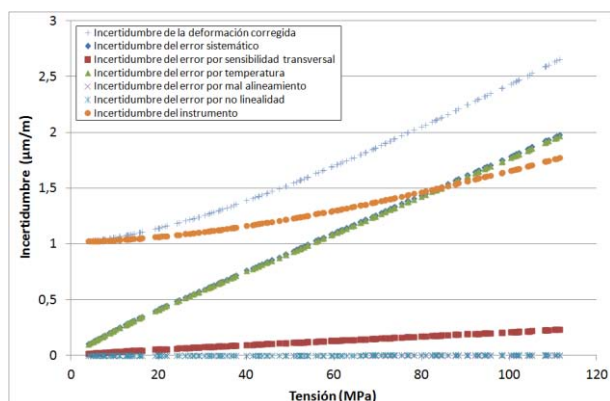
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 3 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie A)

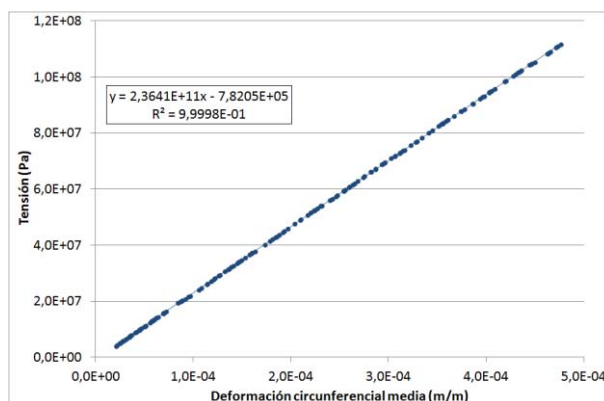
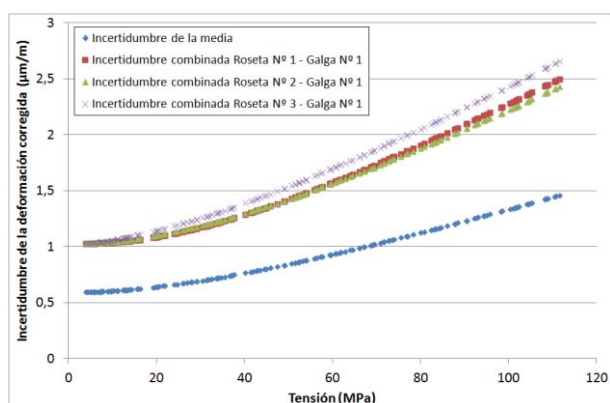
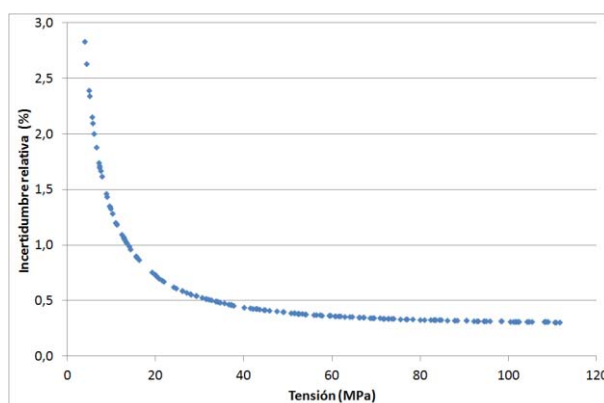


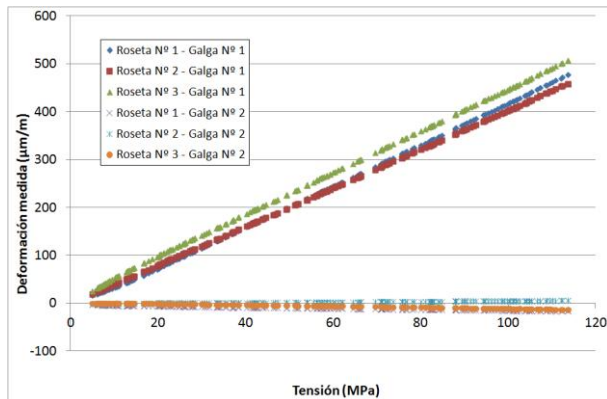
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 3 – Serie A)



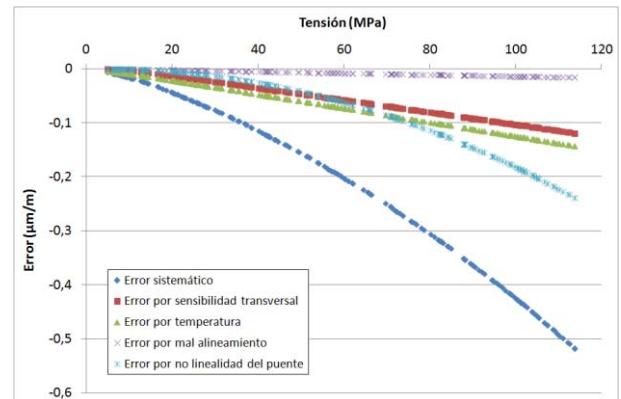
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 3 – Serie A)



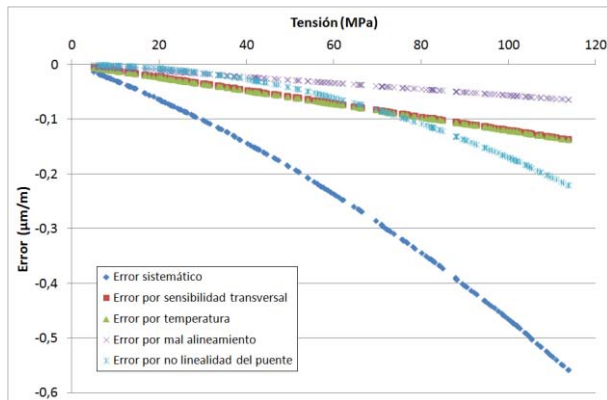
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 3 – Serie A)



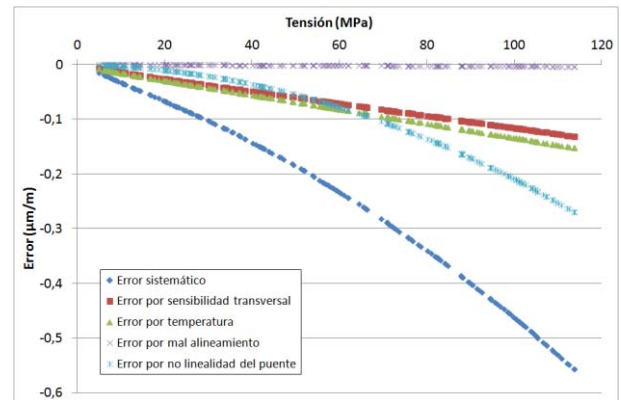
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 3 – Serie B)



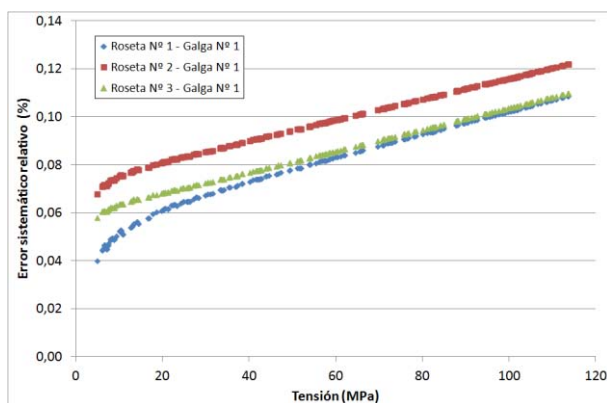
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie B)



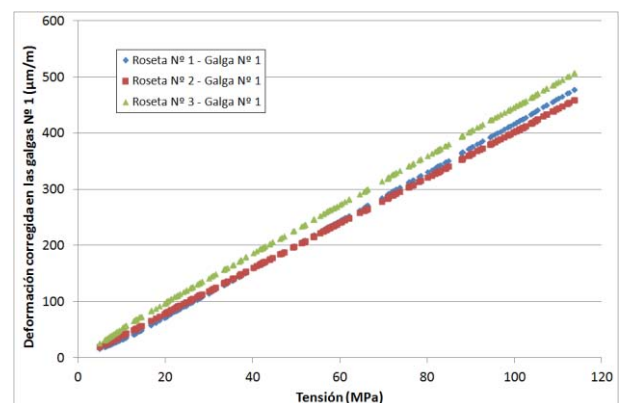
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie B)



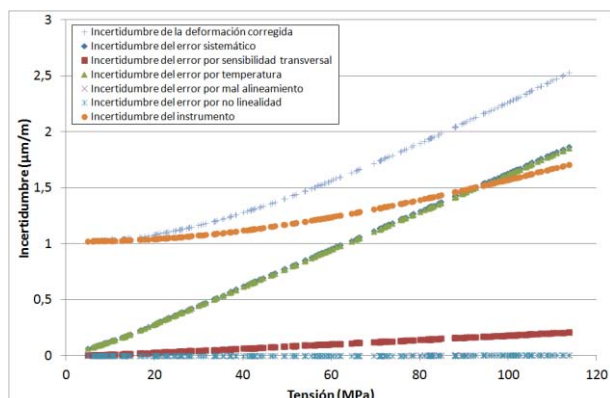
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie B)



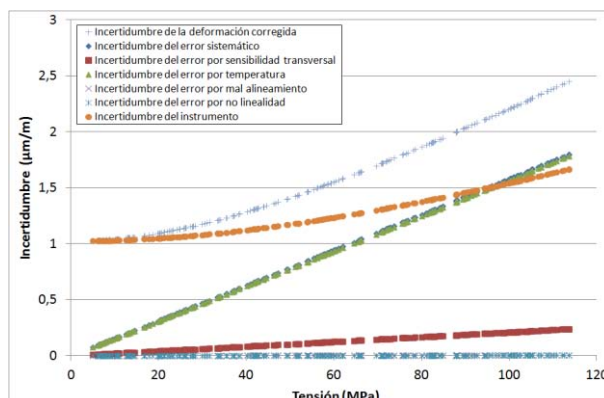
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 3 – Serie B)



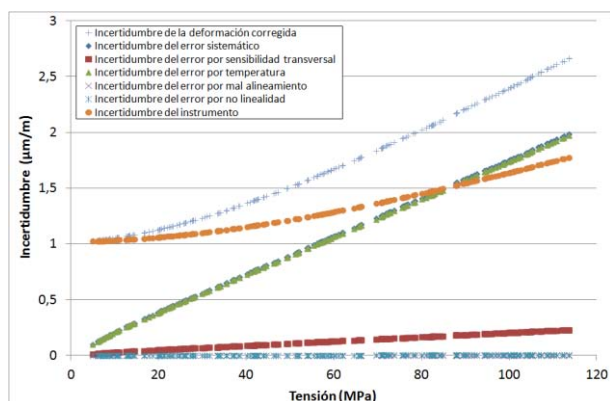
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 3 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie B)

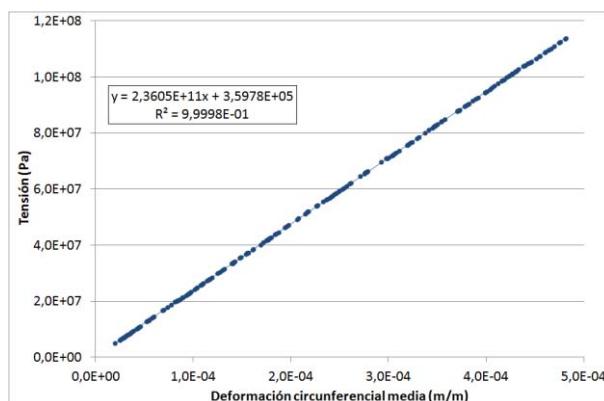
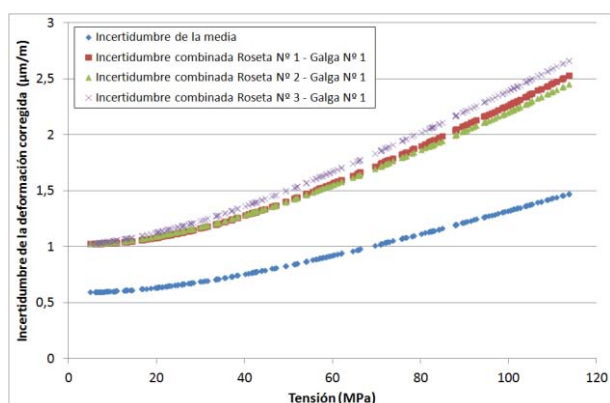
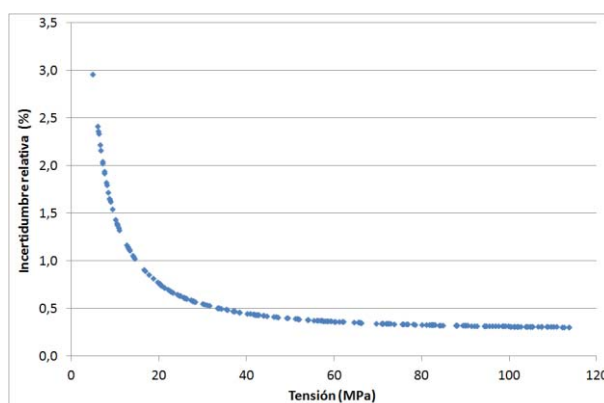


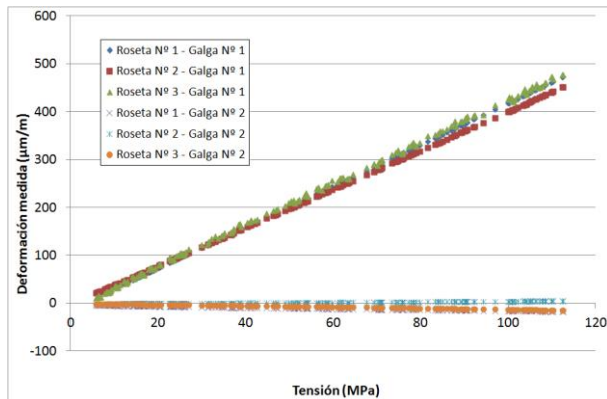
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 3 – Serie B)



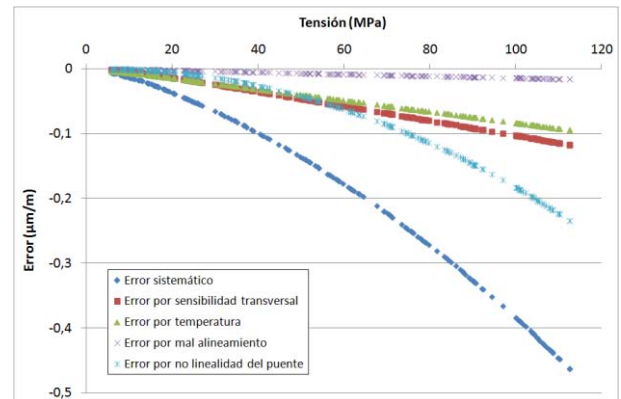
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 3 – Serie B)



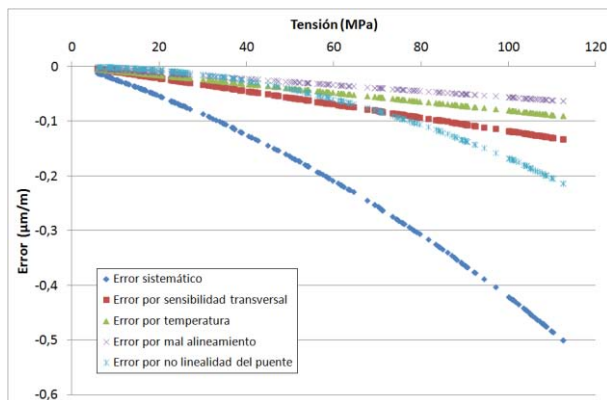
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 3 – Serie B)



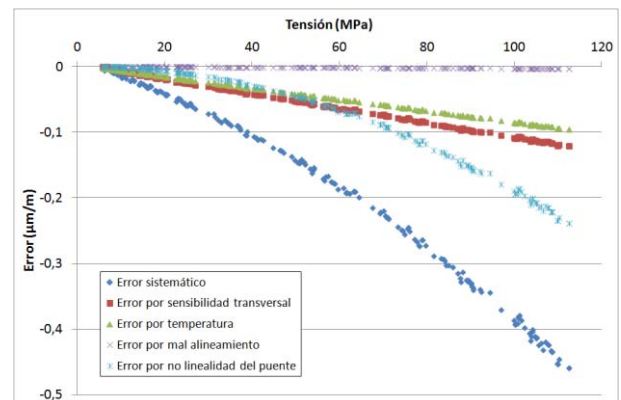
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 3 – Serie C)



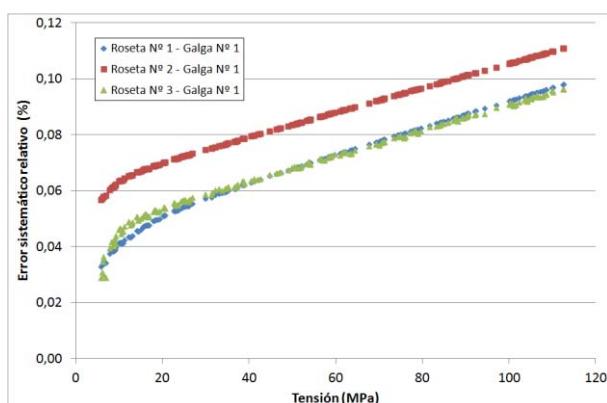
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie C)



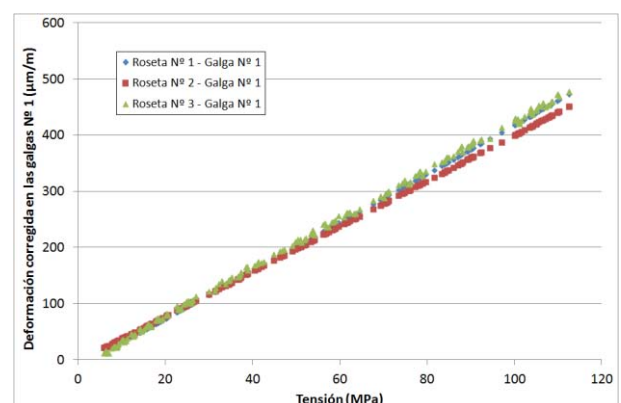
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie C)



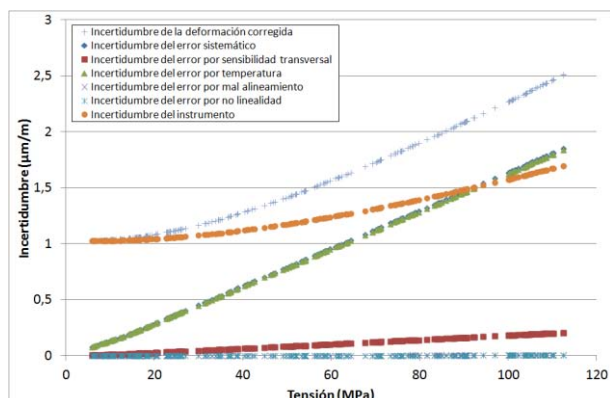
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie C)



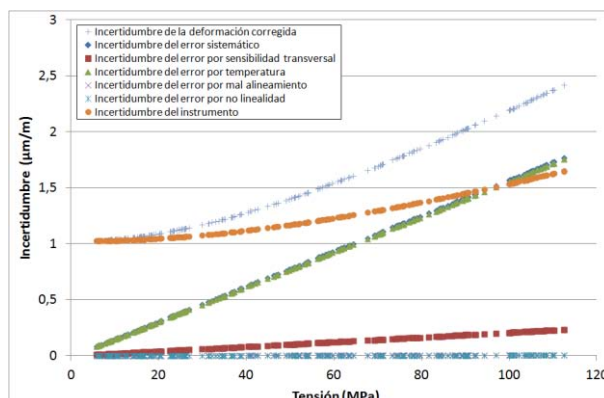
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 3 – Serie C)



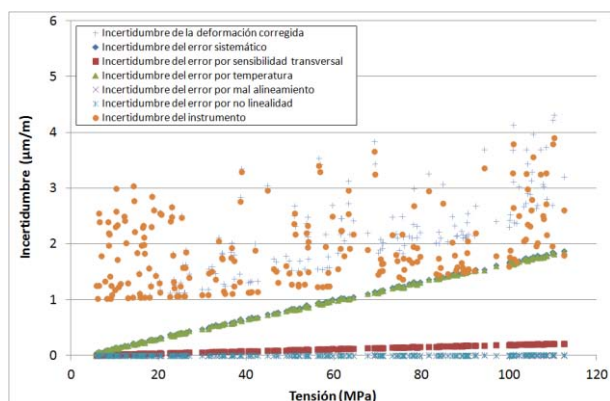
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 3 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 3 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 3 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 3 – Serie C)

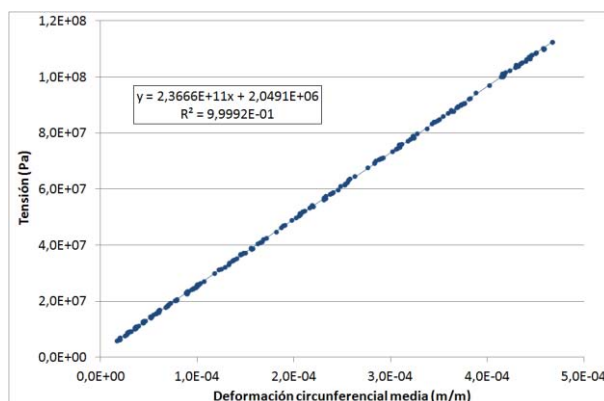
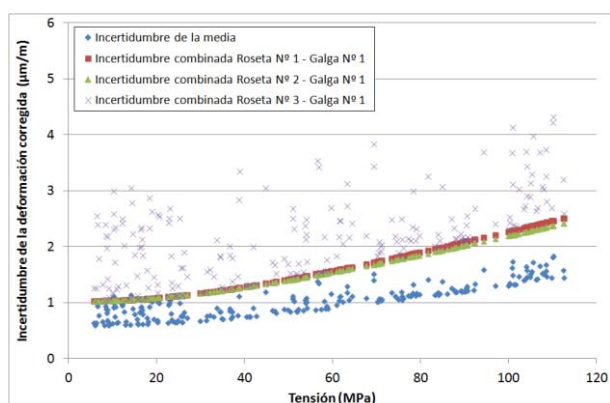
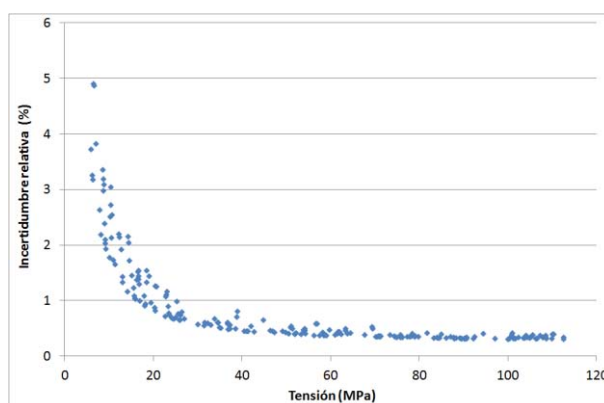


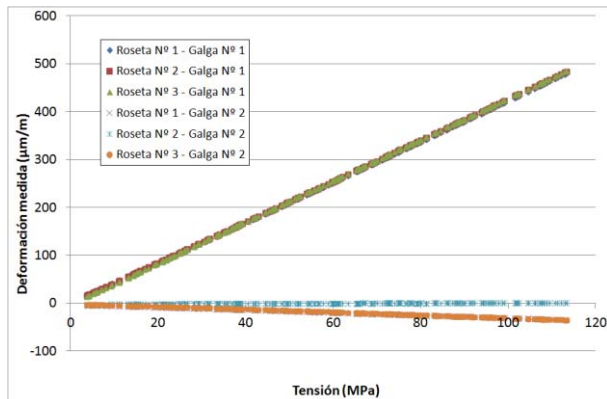
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 3 – Serie C)



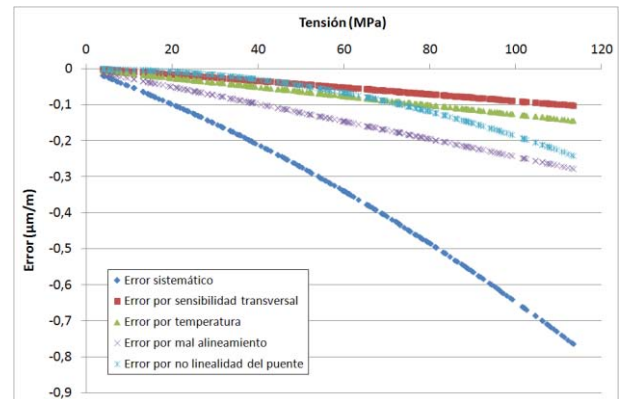
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 3 – Serie C)



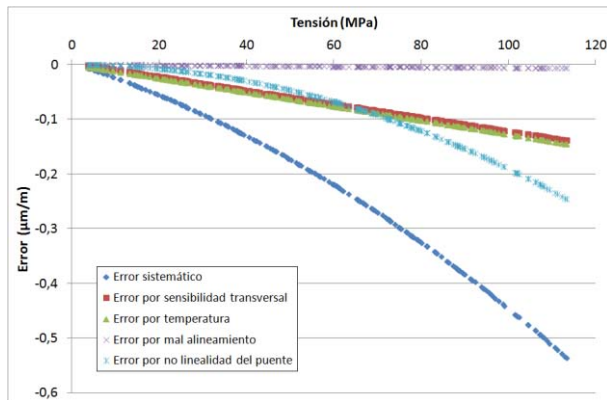
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 3 – Serie C)



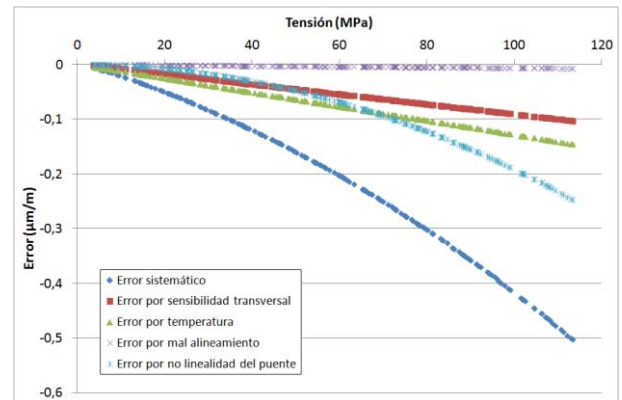
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 4 – Serie A)



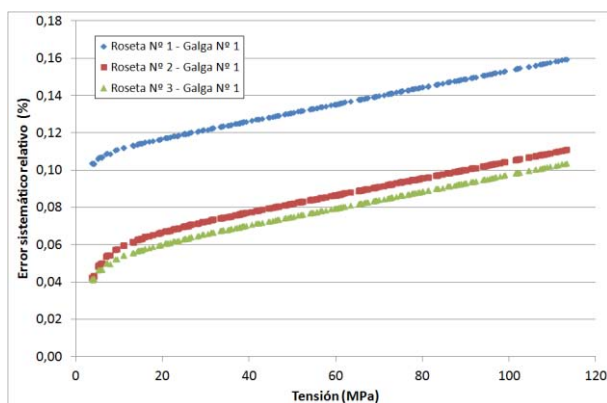
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie A)



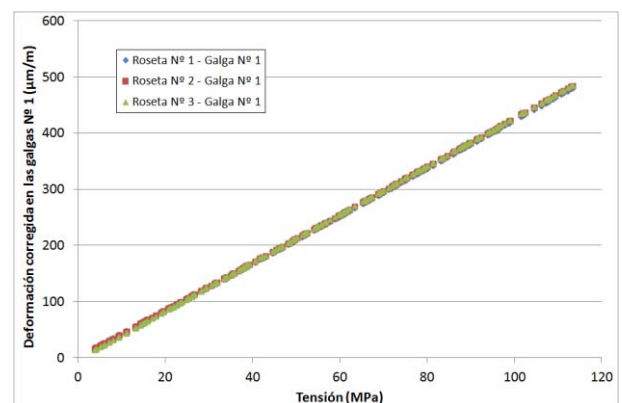
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie A)



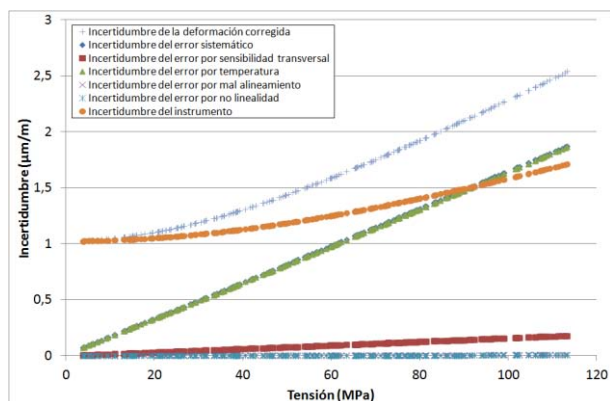
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie A)



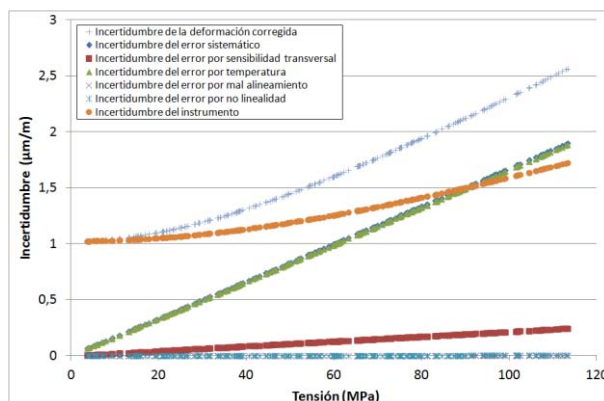
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 4 – Serie A)



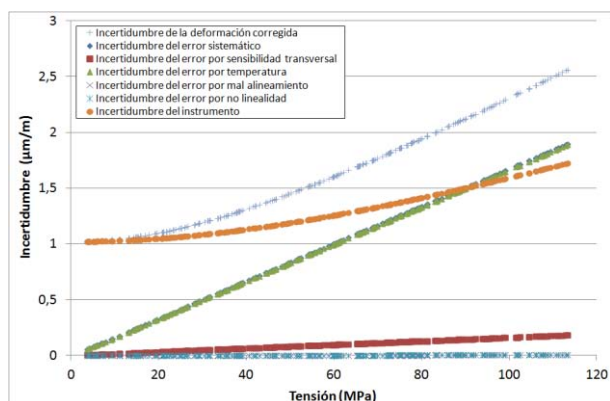
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 4 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie A)

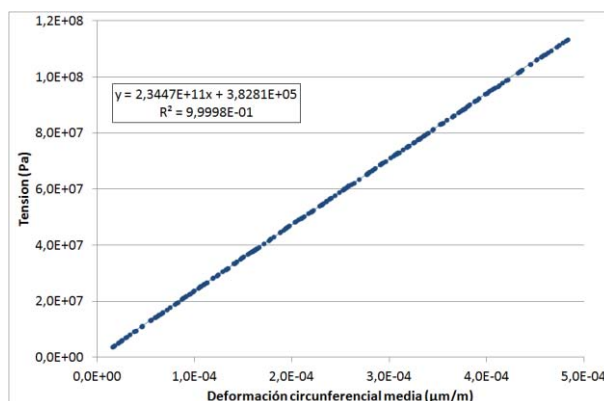
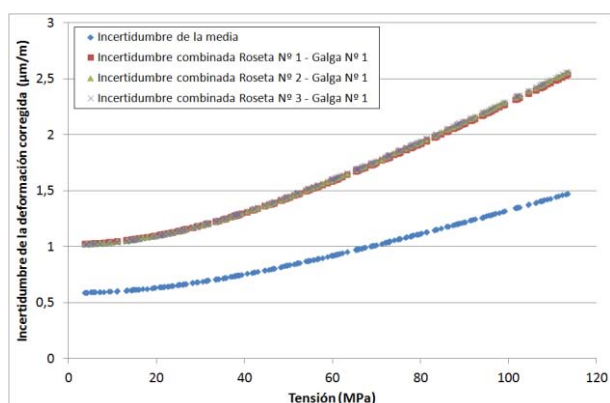
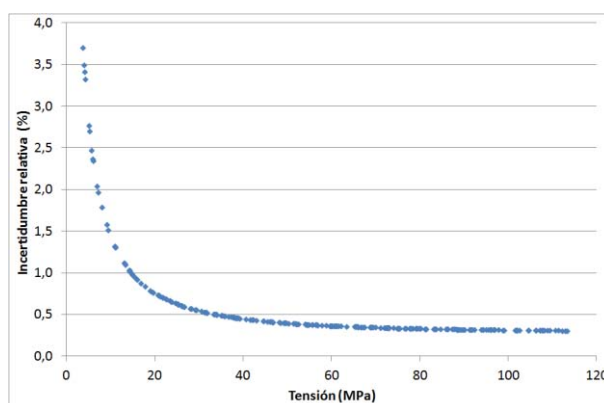


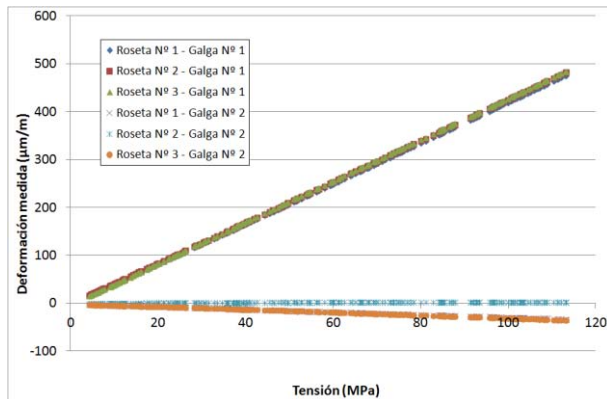
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 4 – Serie A)



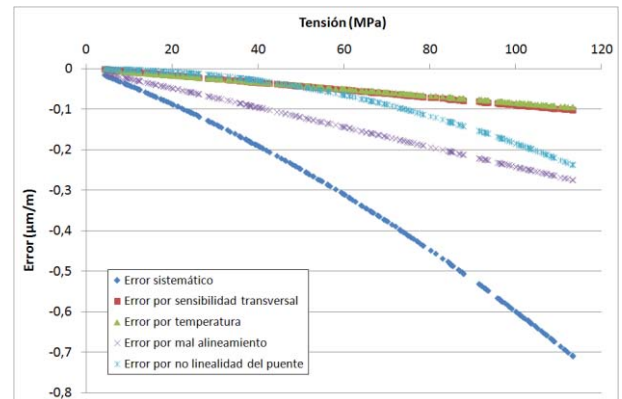
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 4 – Serie A)



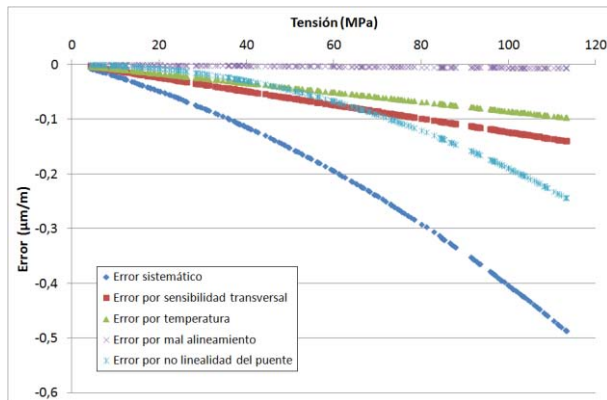
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 4 – Serie A)



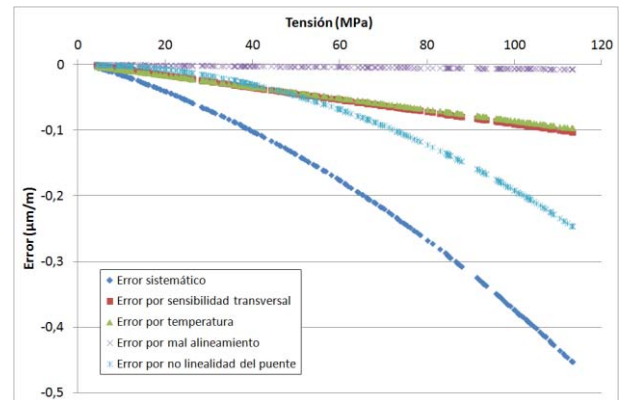
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 4 – Serie B)



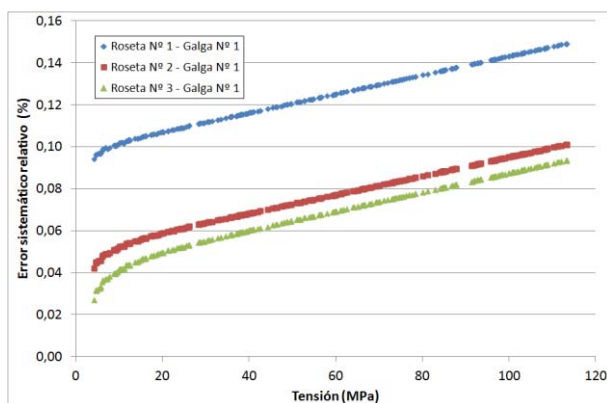
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie B)



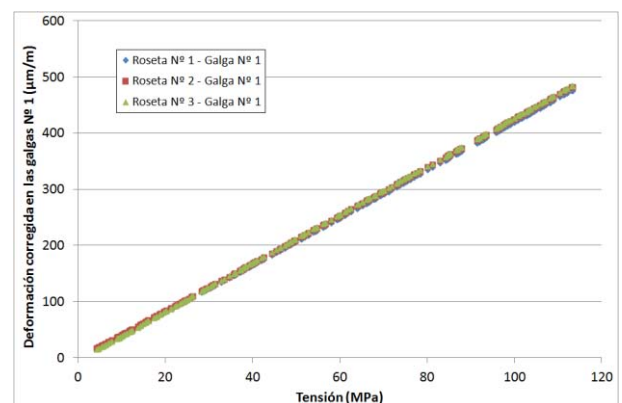
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie B)



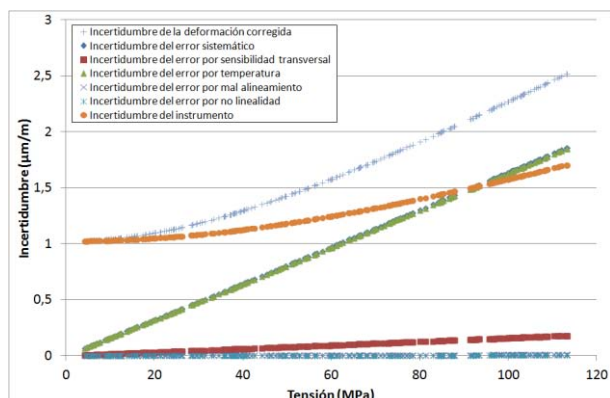
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie B)



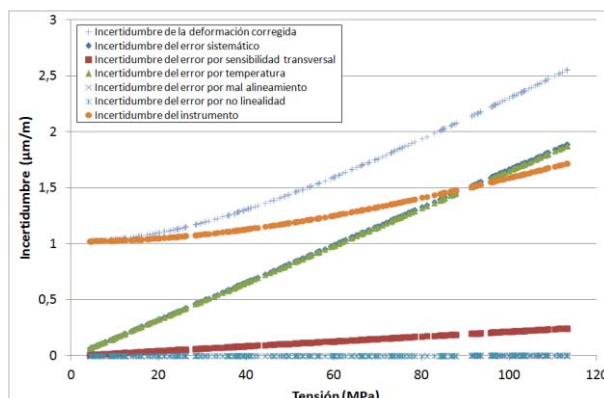
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 4 – Serie B)



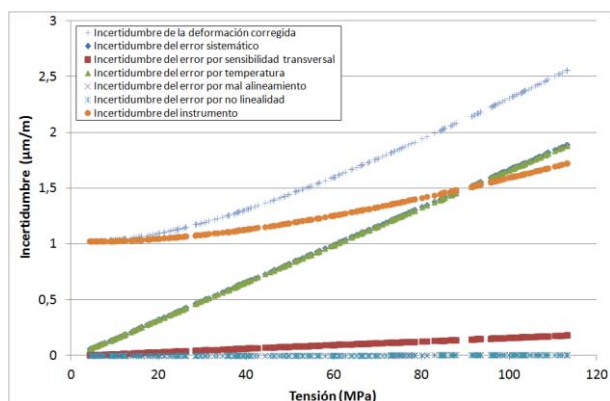
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 4 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie B)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie B)

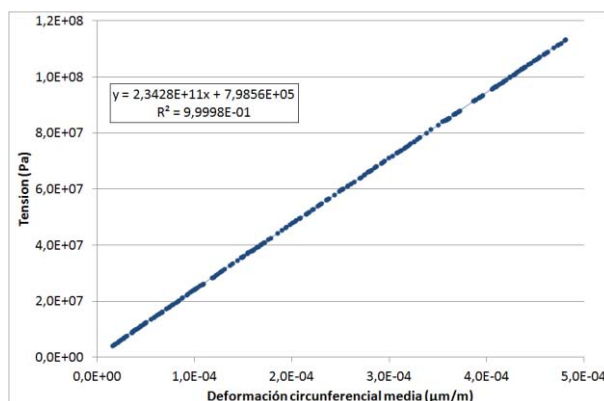
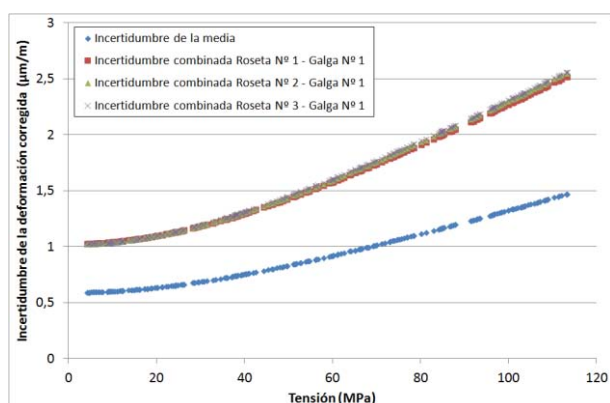
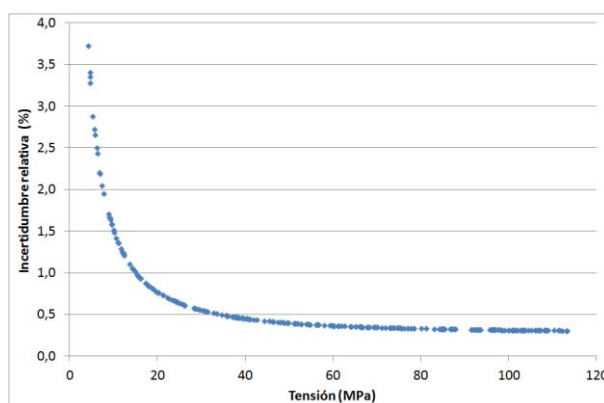


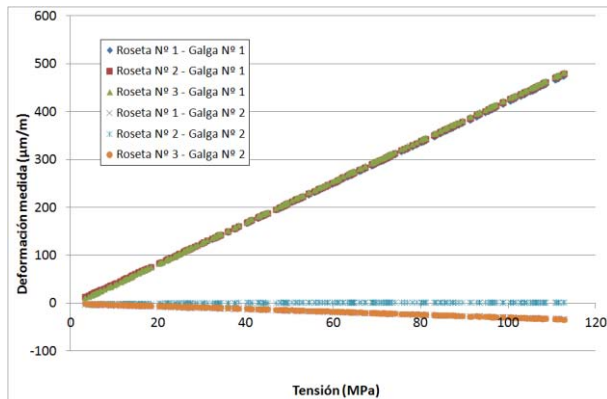
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 4 – Serie B)



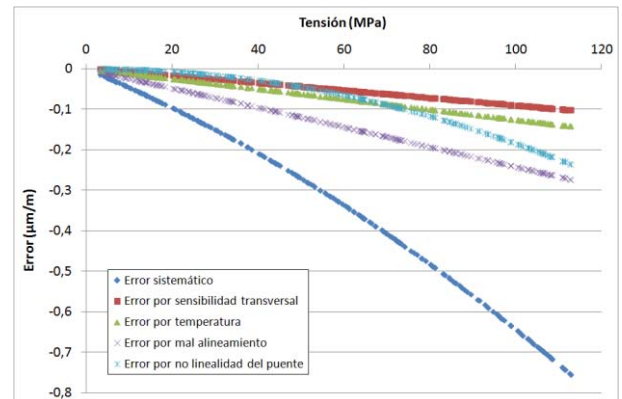
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 4 – Serie B)



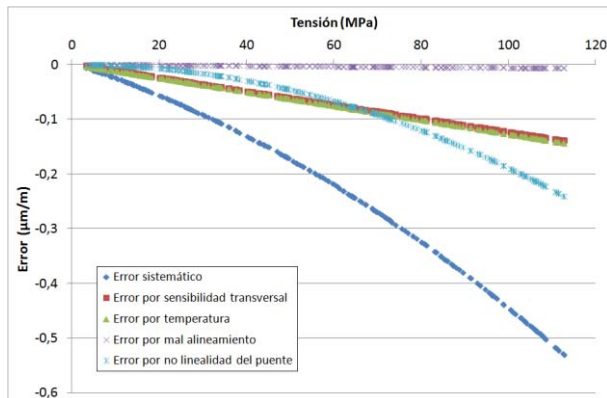
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 4 – Serie B)



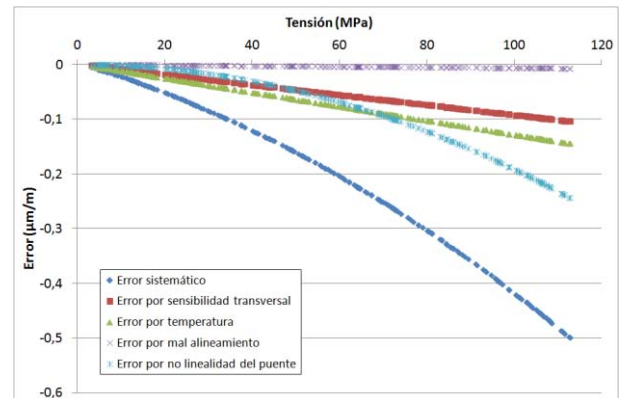
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 4 – Serie C)



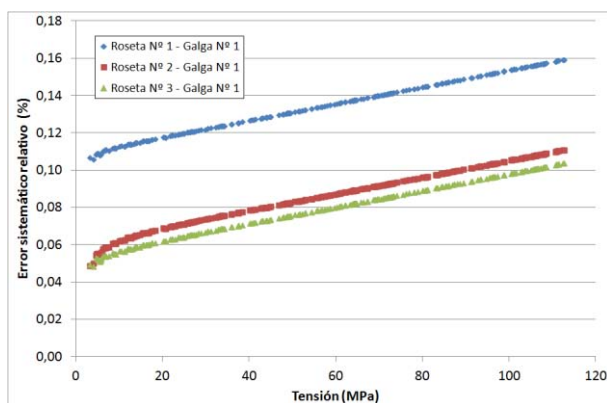
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie C)



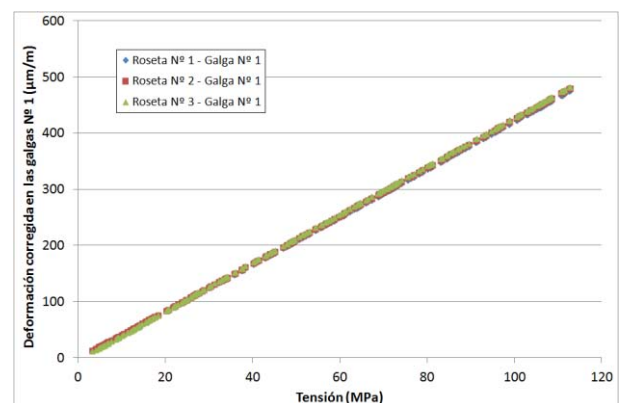
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie C)



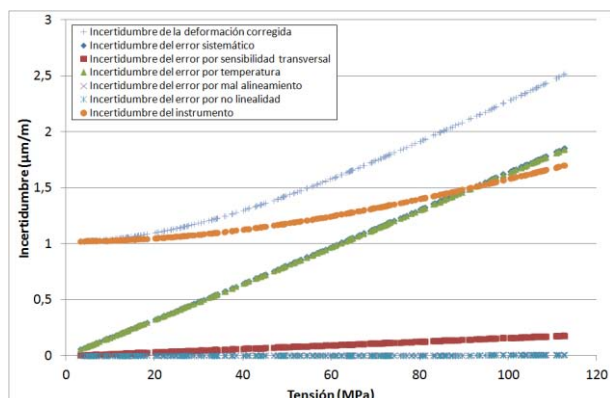
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie C)



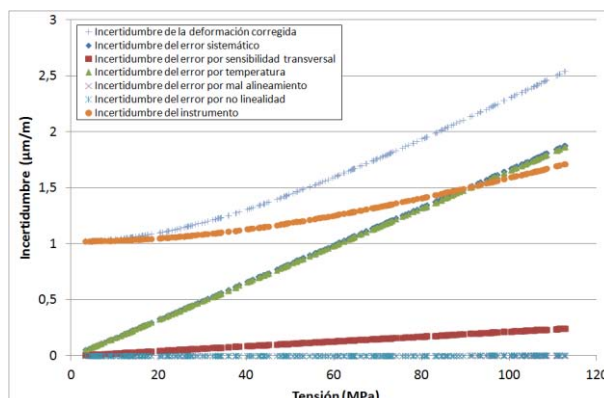
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 4 – Serie C)



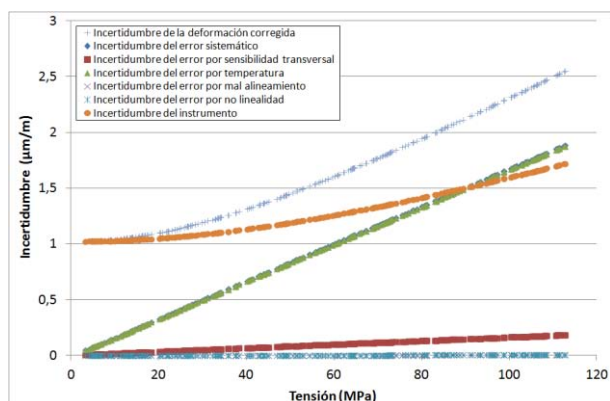
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 4 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 4 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 4 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 4 – Serie C)

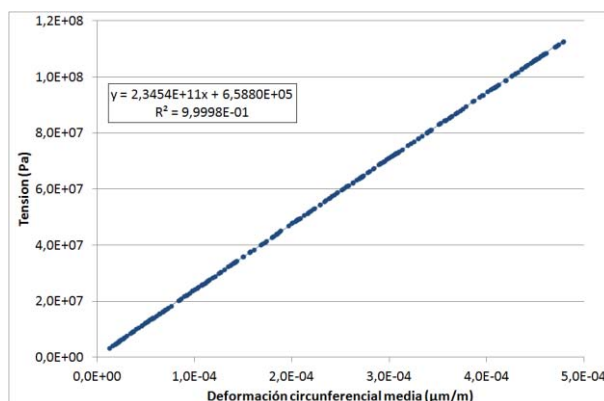
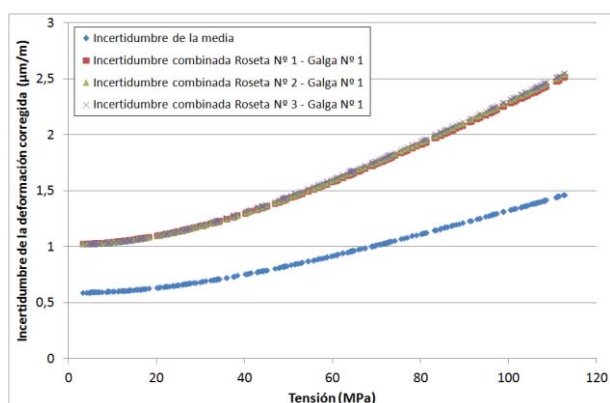
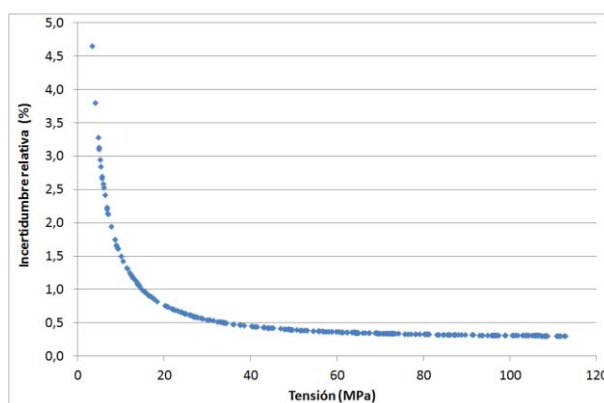


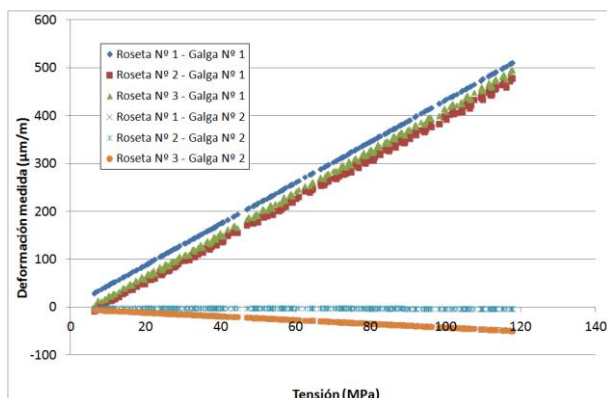
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 4 – Serie C)



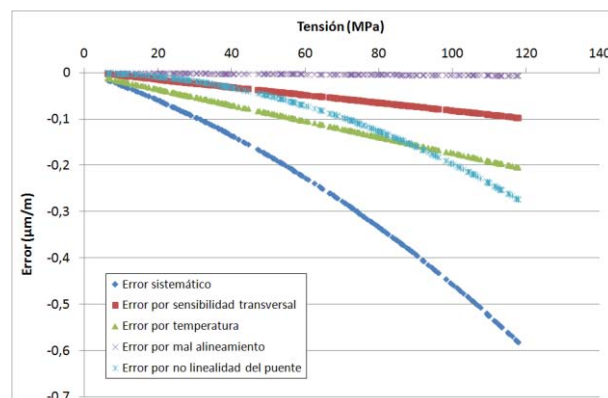
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 4 – Serie C)



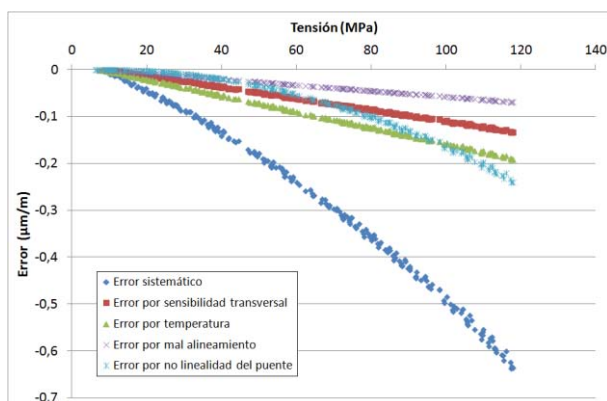
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 4 – Serie C)



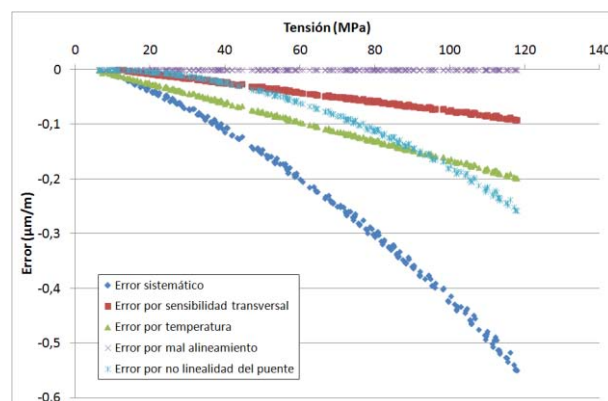
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 5 – Serie A)



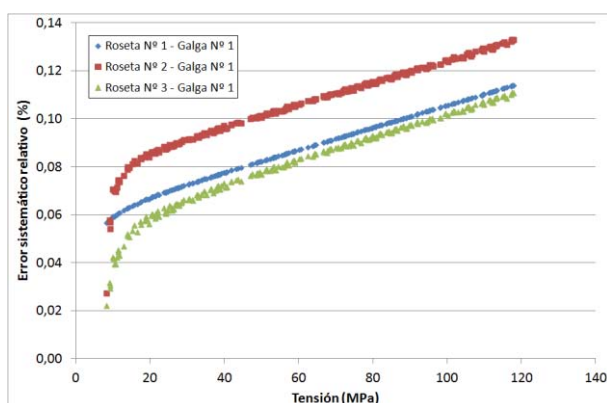
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie A)



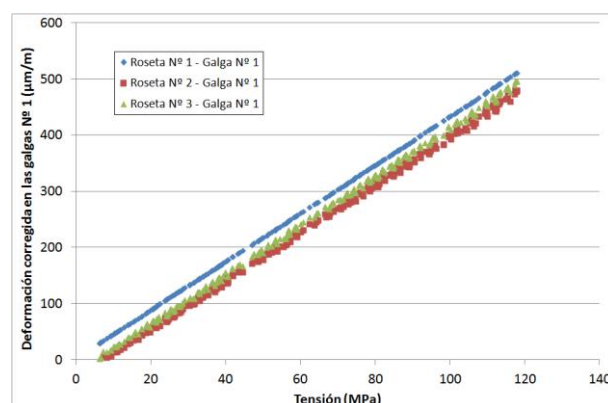
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie A)



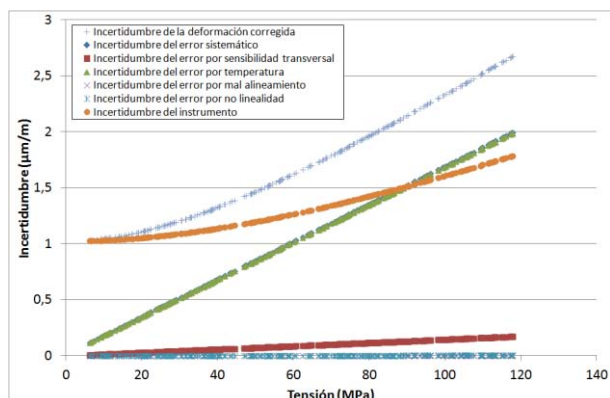
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie A)



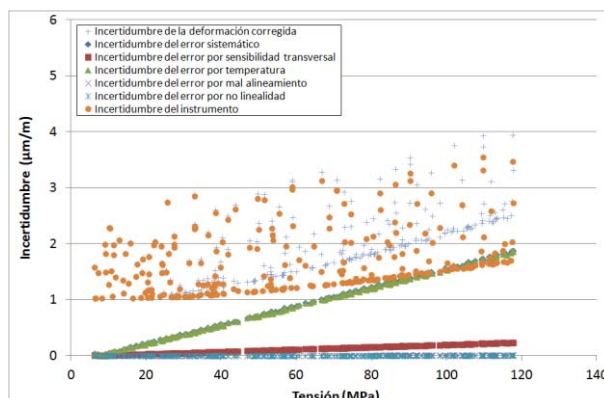
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 5 – Serie A)



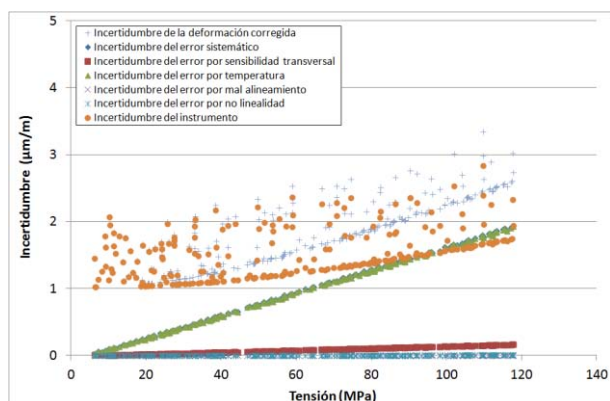
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 5 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie A)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie A)

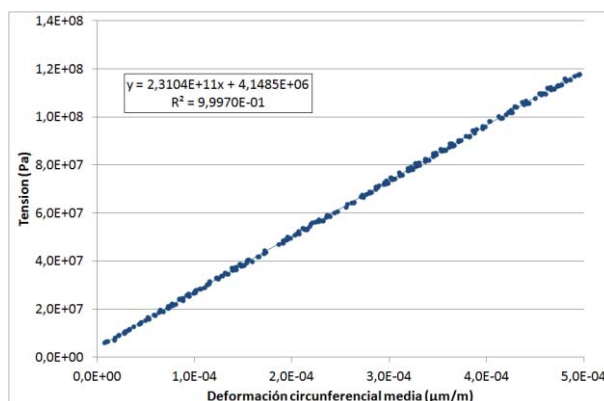
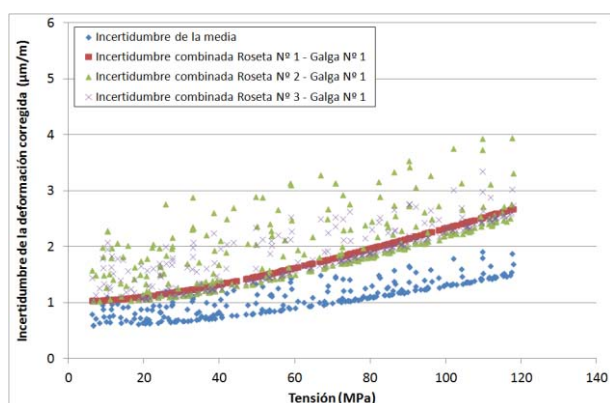
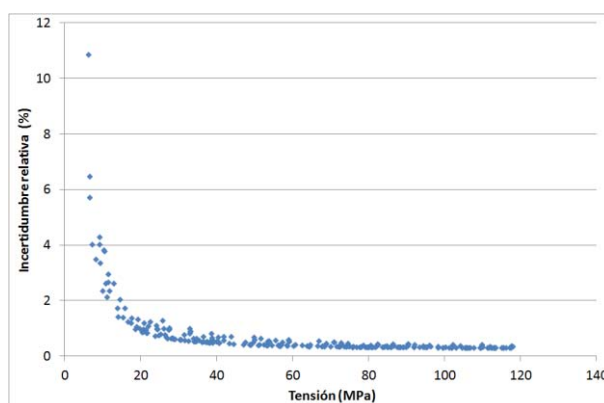


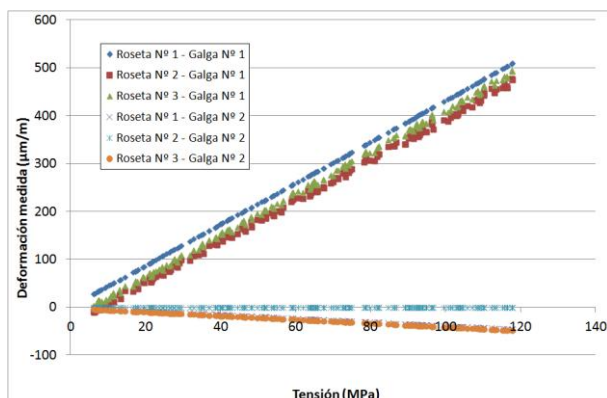
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 5 – Serie A)



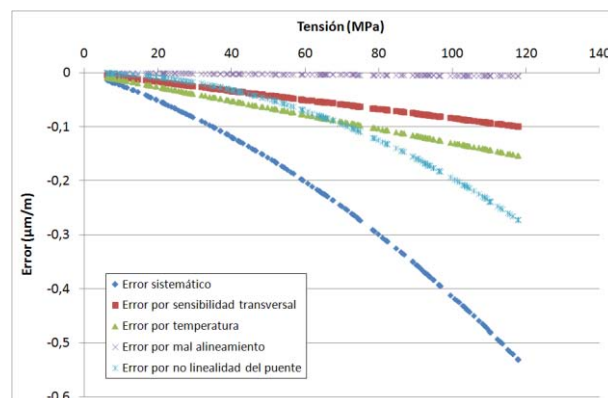
Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 5 – Serie A)



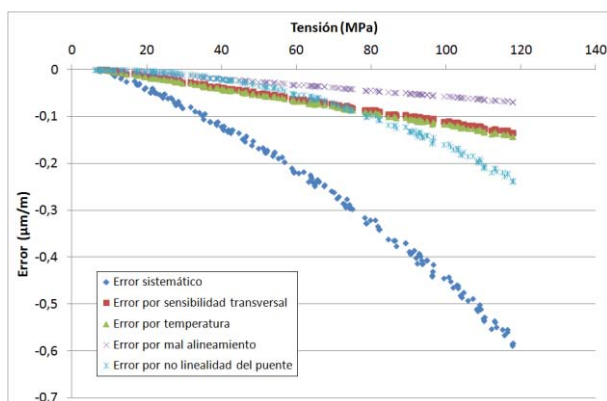
Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 5 – Serie A)



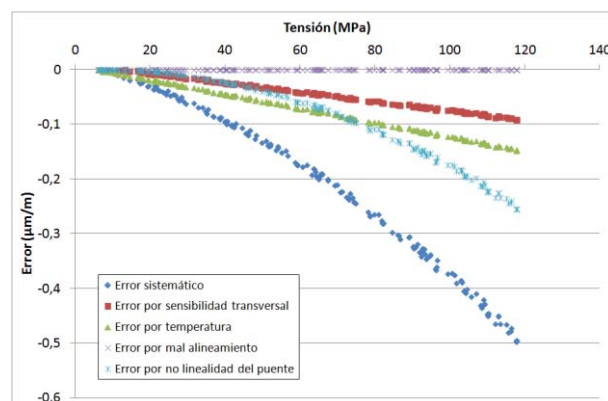
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 5 – Serie B)



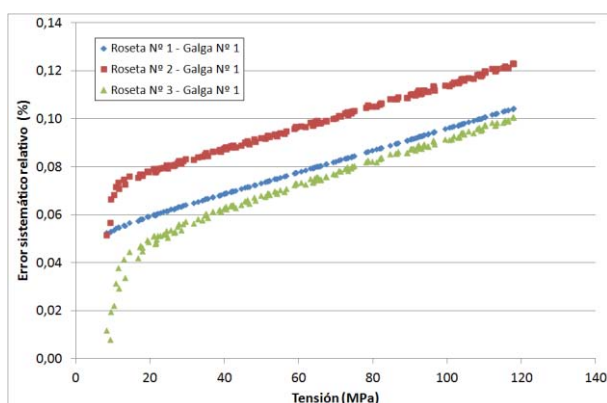
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie B)



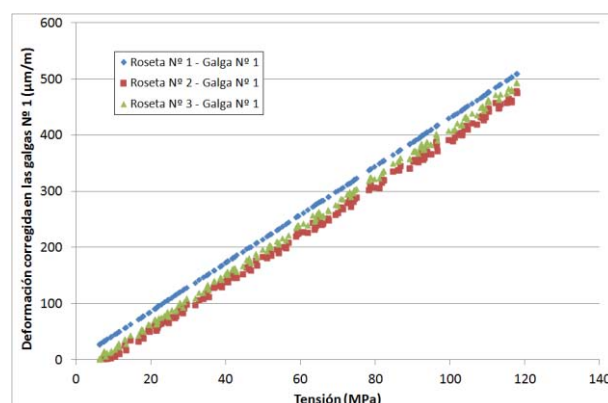
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie B)



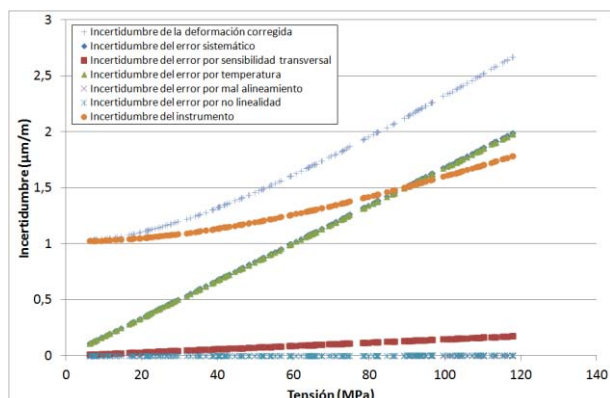
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie B)



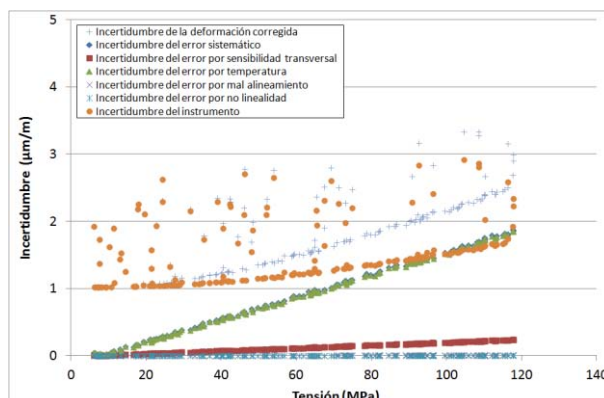
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 5 – Serie B)



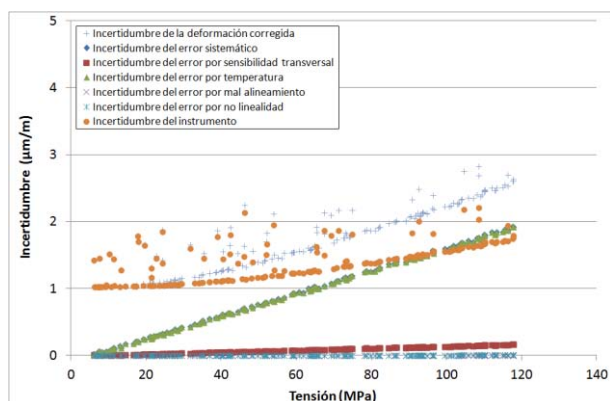
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 5 – Serie B)



Incetidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie B)



Incetidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie B)



Incetidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie B)

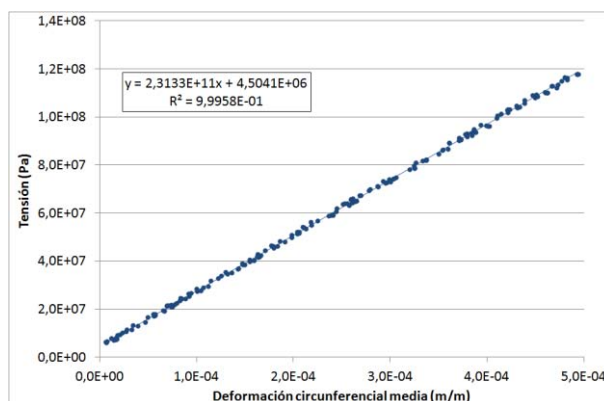
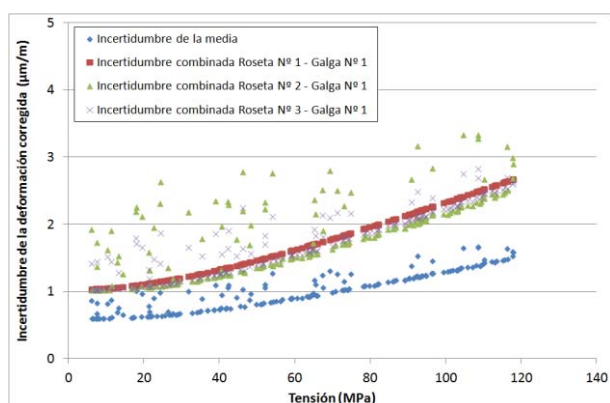
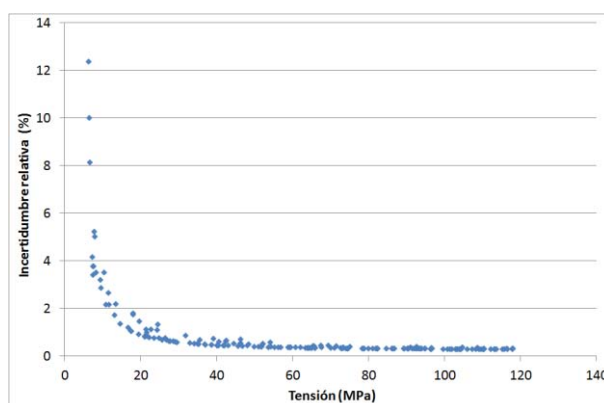


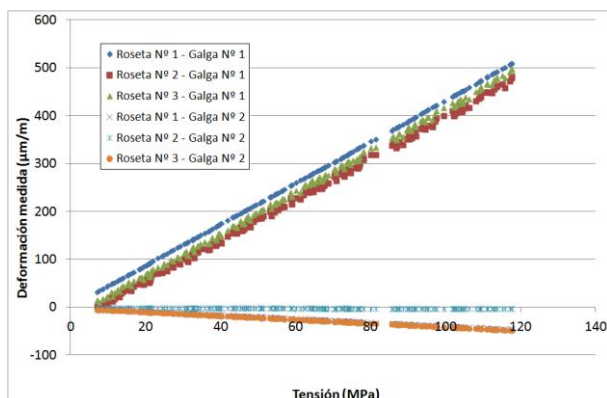
Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 5 – Serie B)



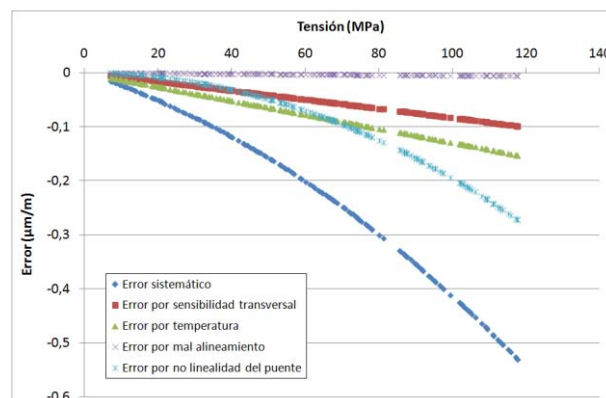
Incetidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 5 – Serie B)



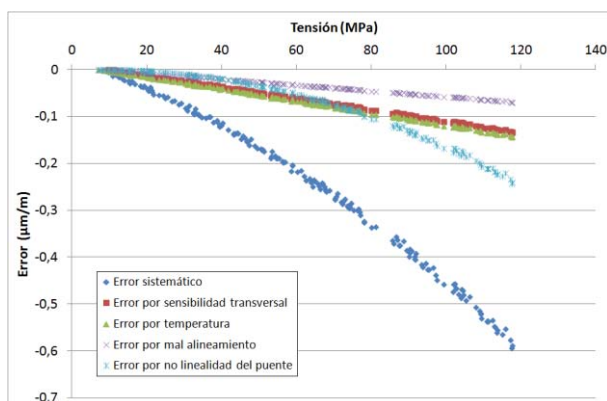
Incetidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 5 – Serie B)



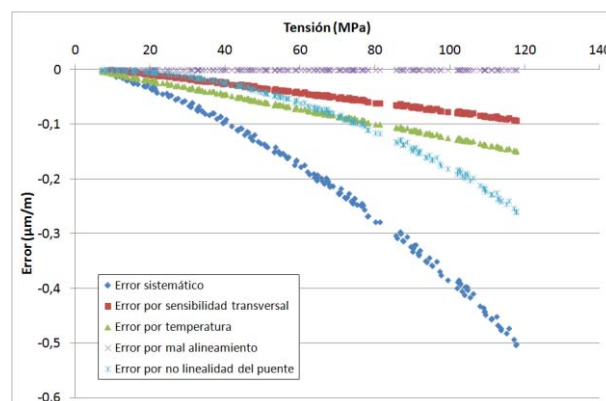
Deformación medida en los ensayos
(Tubo Nº 5 – Serie C)



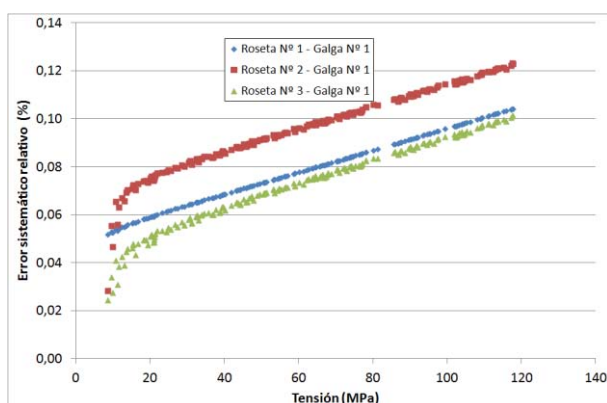
Errores calculados para la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie C)



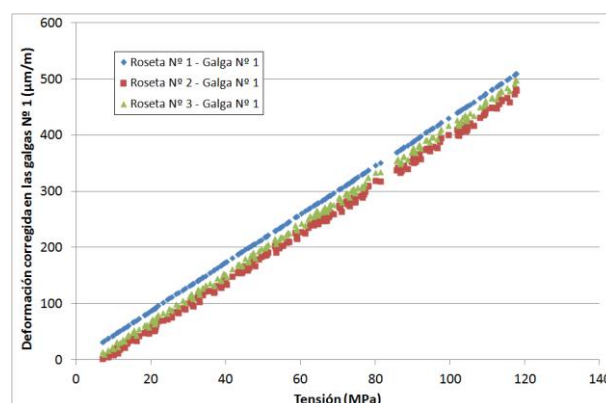
Errores calculados para la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie C)



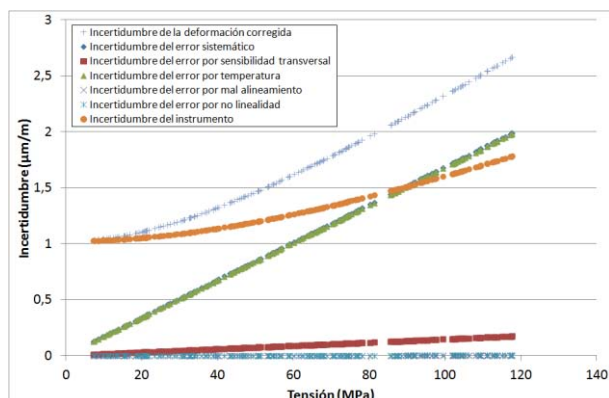
Errores calculados para la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie C)



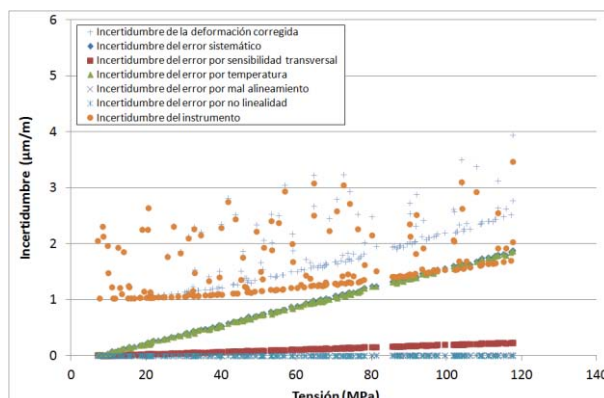
Errores sistemáticos relativos de las tres rosetas
(Tubo Nº 5 – Serie C)



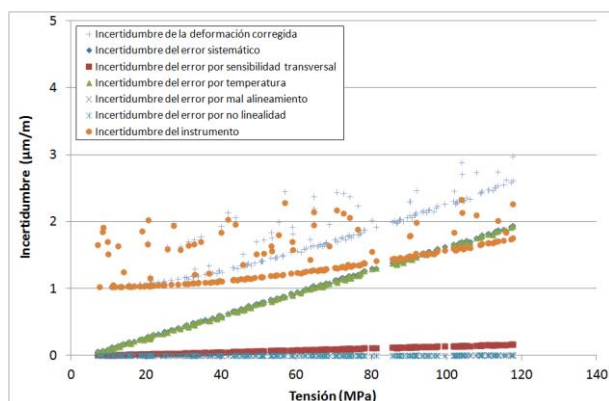
Deformaciones corregidas para las galgas
(Tubo Nº 5 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 1
(Tubo Nº 5 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 2
(Tubo Nº 5 – Serie C)



Incertidumbre de la cadena de medida de la roseta Nº 3
(Tubo Nº 5 – Serie C)

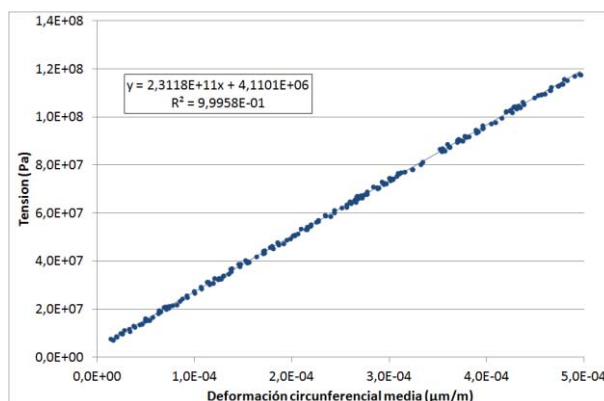
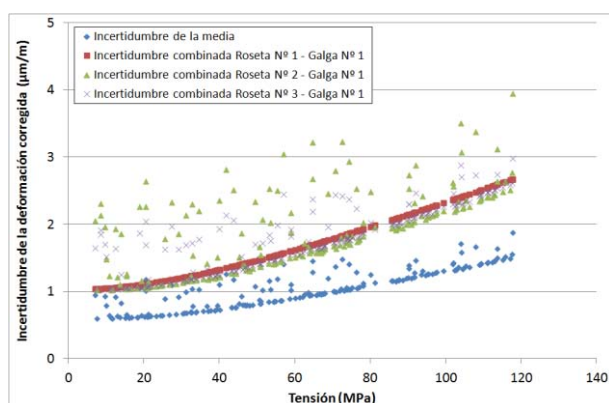
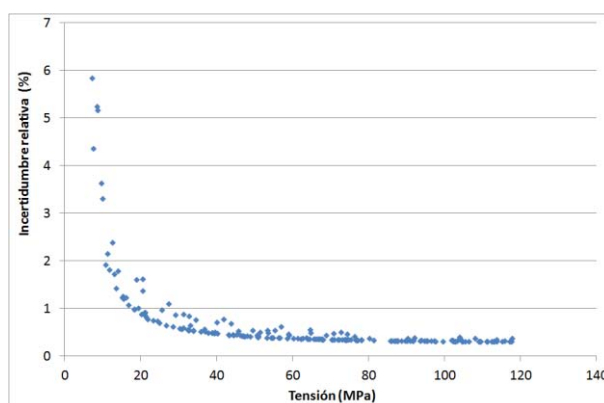


Gráfico tensión - deformación corregida media
(Tubo Nº 5 – Serie C)

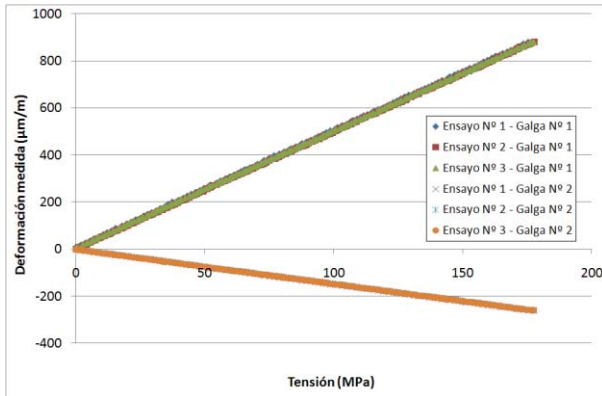


Incertidumbres combinadas y media correspondientes
(Tubo Nº 5 – Serie C)

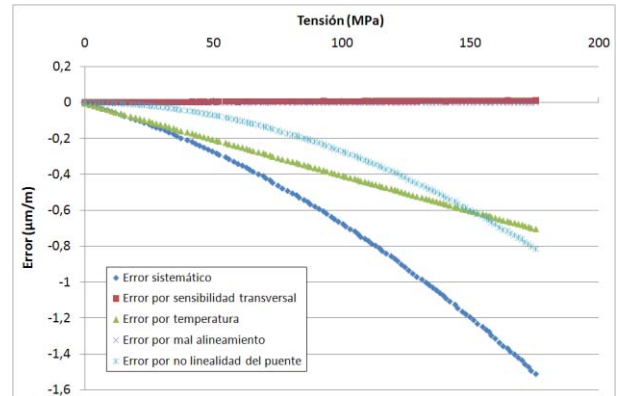


Incertidumbre relativa en función de la tensión
(Tubo Nº 5 – Serie C)

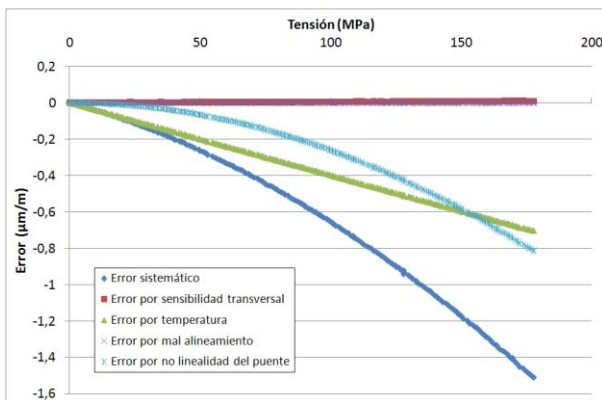
11 ANEXO IV: resultados de los ensayos con probetas



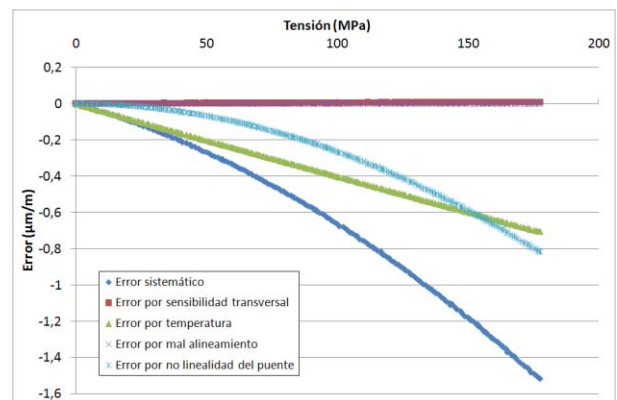
Deformación medida en los ensayos
(Probeta Nº 1)



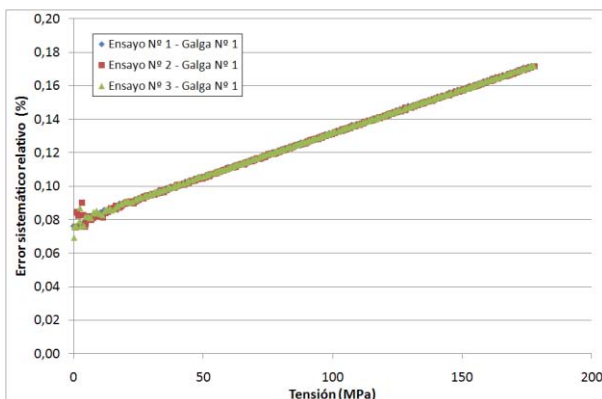
Errores calculados para el ensayo Nº 1
(Probeta Nº 1)



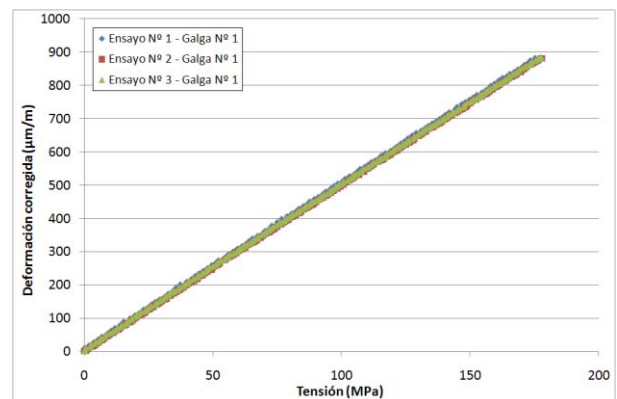
Errores calculados para el ensayo Nº 2
(Probeta Nº 1)



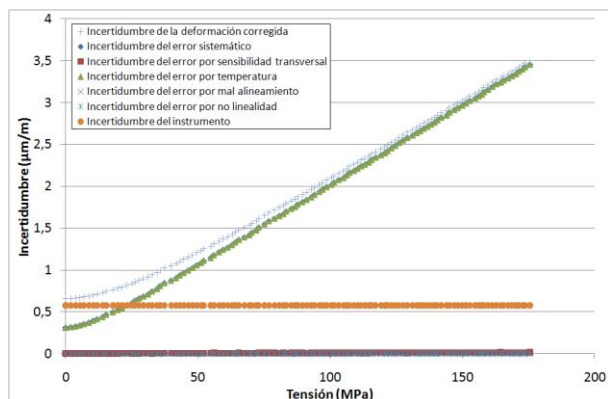
Errores calculados para el ensayo Nº 3
(Probeta Nº 1)



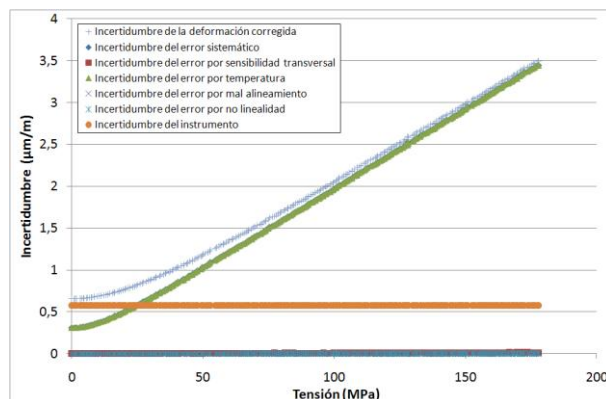
Errores sistemáticos relativos de los ensayos
(Probeta Nº 1)



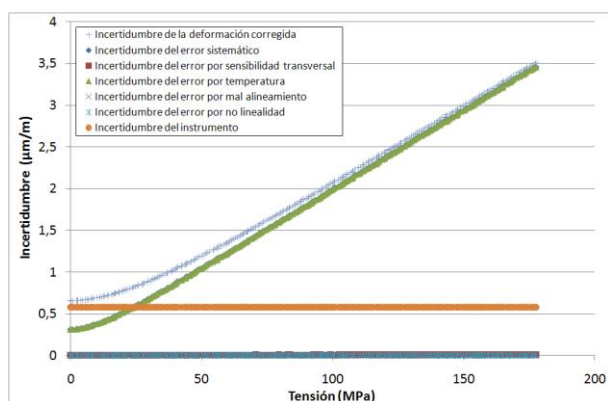
Deformaciones corregidas de los ensayos
(Probeta Nº 1)



Incetudumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 1 (Probeta Nº 1)



Incetudumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 2 (Probeta Nº 1)



Incetudumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 3 (Probeta Nº 1)

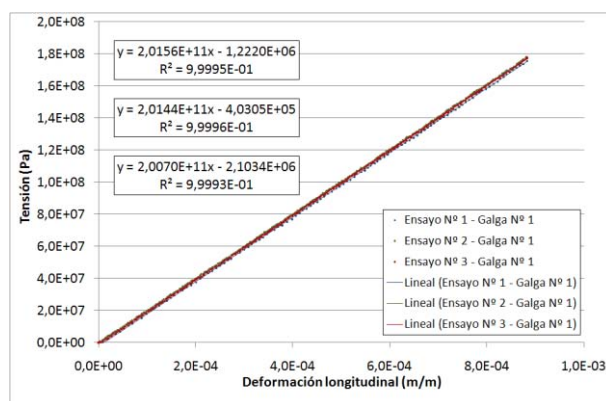
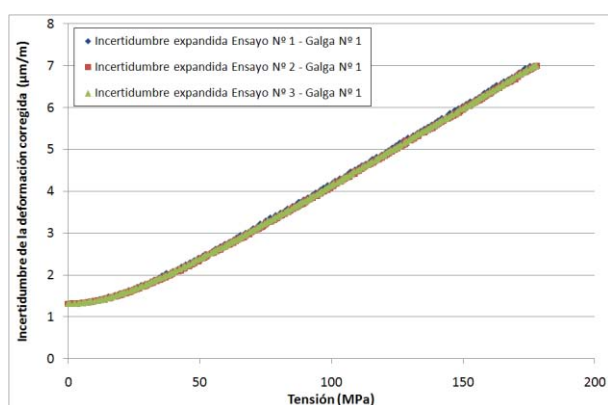
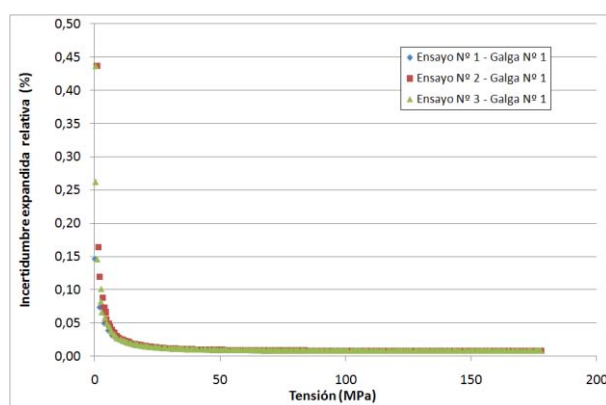


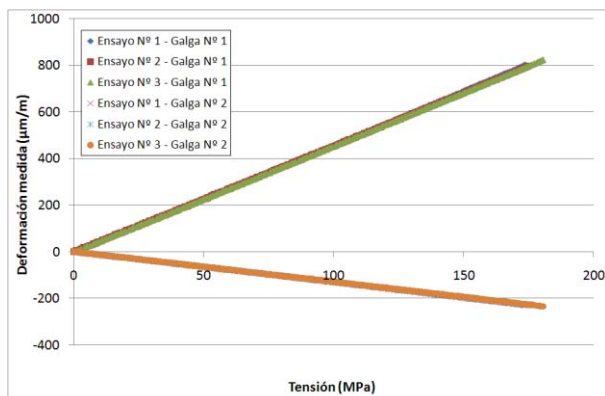
Gráfico tensión - deformación corregida media (Probeta Nº 1)



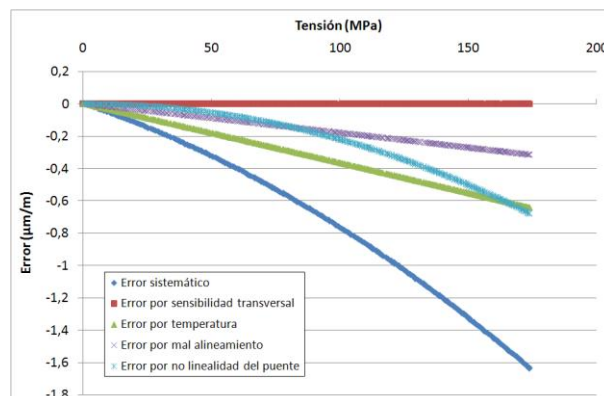
Incetudumbres expandidas de los ensayos (Probeta Nº 1)



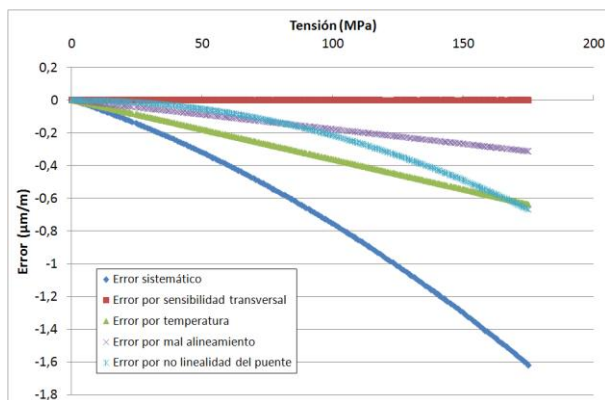
Incetudumbre relativa en función de la tensión (Probeta Nº 1)



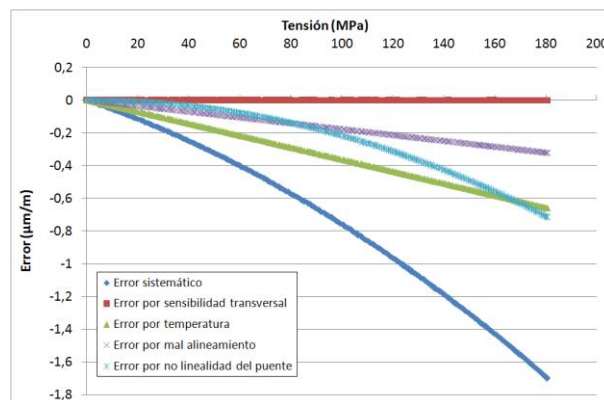
Deformación medida en los ensayos
(Probeta Nº 2)



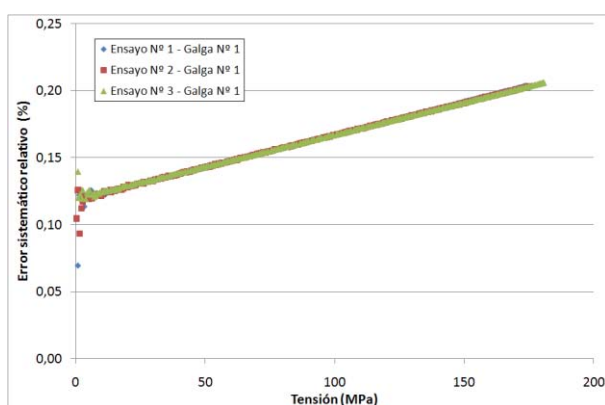
Errores calculados para el ensayo Nº 1
(Probeta Nº 2)



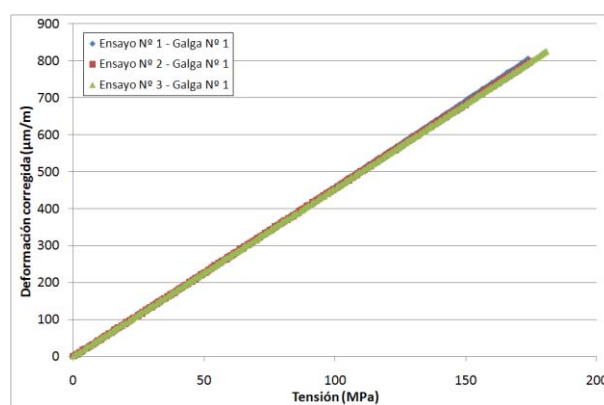
Errores calculados para el ensayo Nº 2
(Probeta Nº 2)



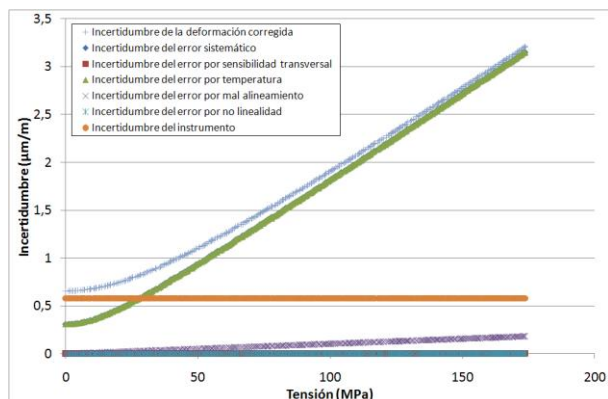
Errores calculados para el ensayo Nº 3
(Probeta Nº 2)



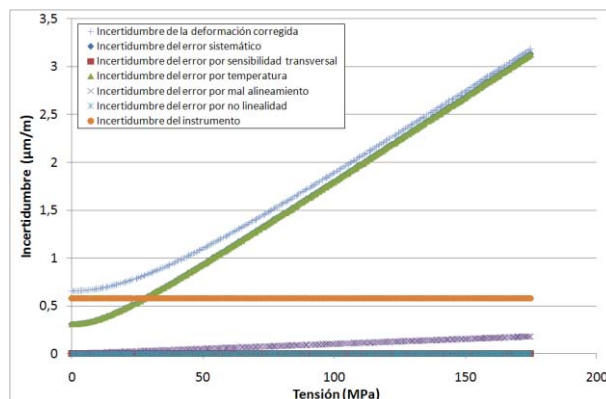
Errores sistemáticos relativos de los ensayos
(Probeta Nº 2)



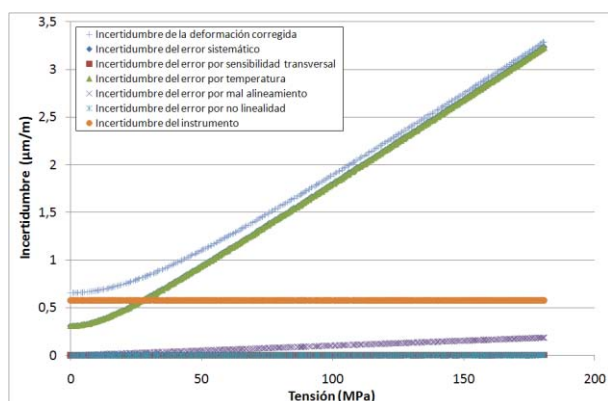
Deformaciones corregidas de los ensayos
(Probeta Nº 2)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 1 (Probeta Nº 2)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 2 (Probeta Nº 2)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 3 (Probeta Nº 2)

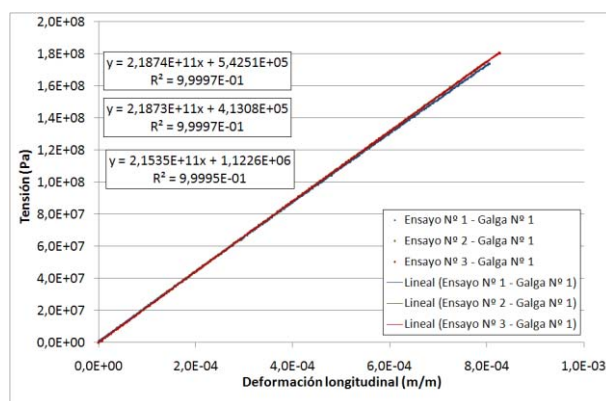
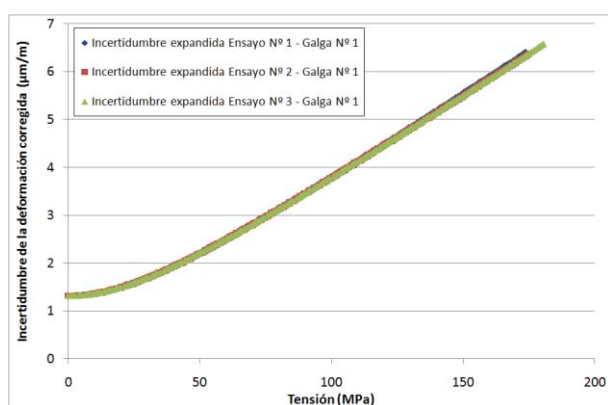
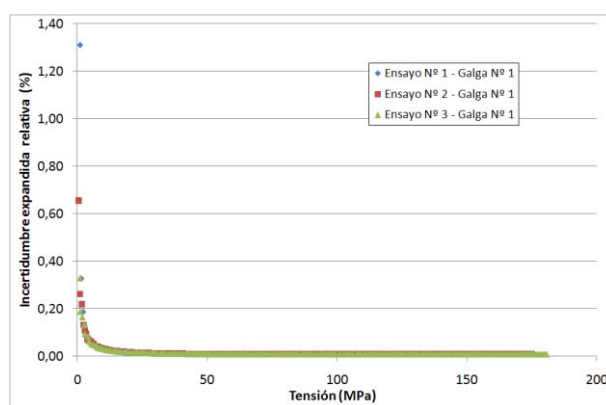


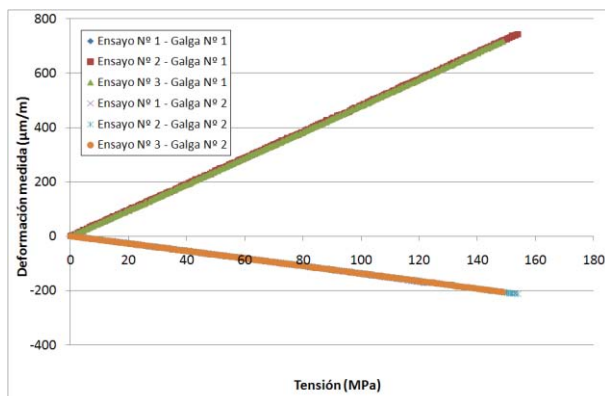
Gráfico tensión - deformación corregida media (Probeta Nº 2)



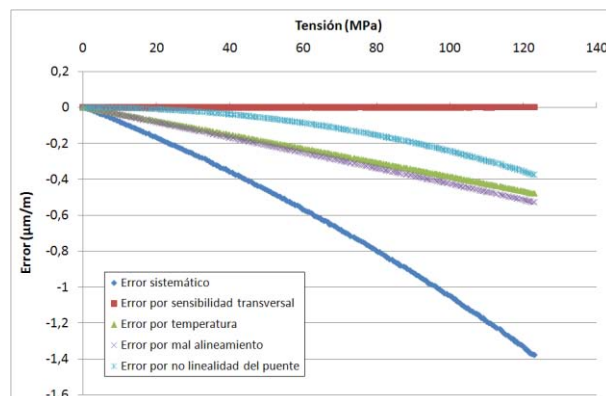
Incertidumbres expandidas de los ensayos (Probeta Nº 2)



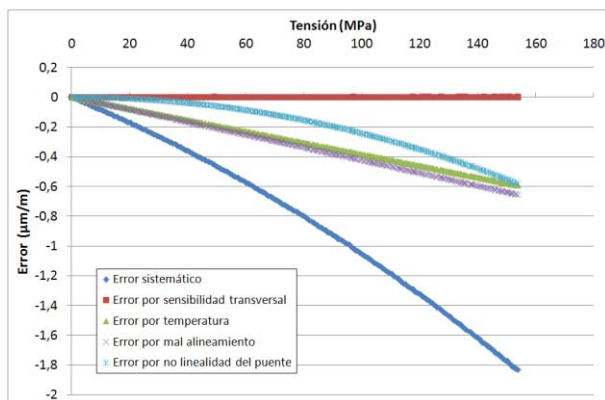
Incertidumbre relativa en función de la tensión (Probeta Nº 2)



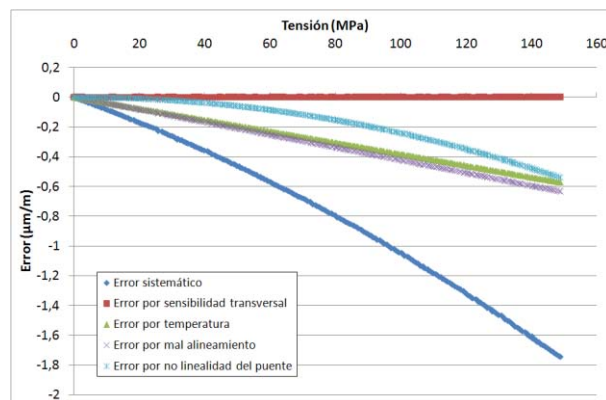
Deformación medida en los ensayos
(Probeta Nº 3)



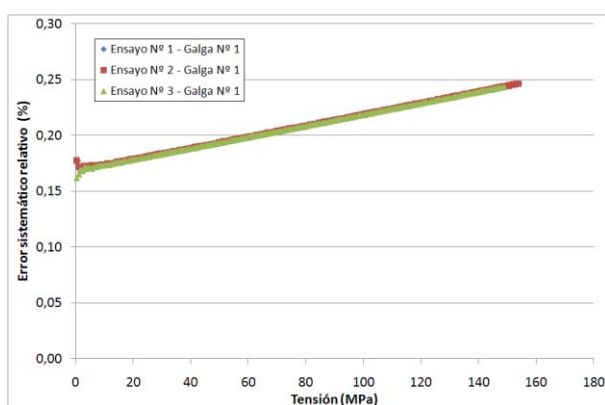
Errores calculados para el ensayo Nº 1
(Probeta Nº 3)



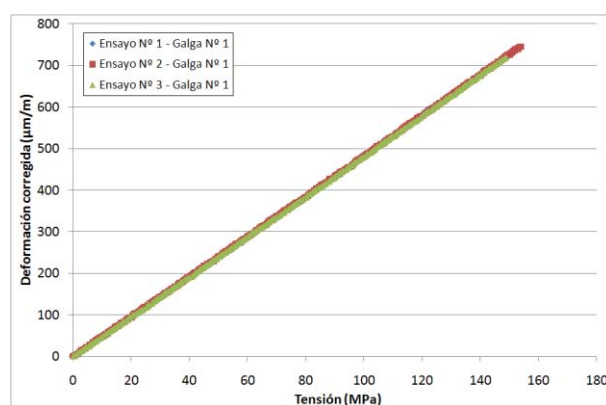
Errores calculados para el ensayo Nº 2
(Probeta Nº 3)



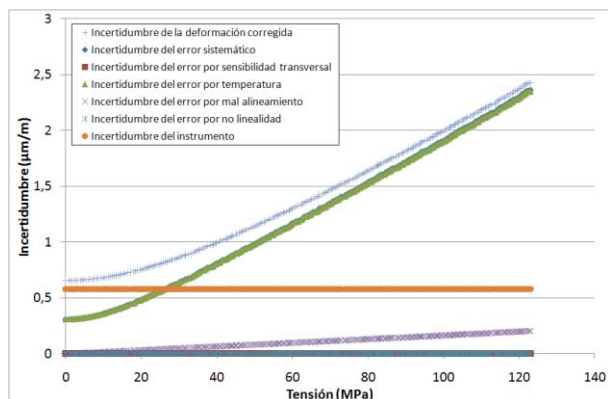
Errores calculados para el ensayo Nº 3
(Probeta Nº 3)



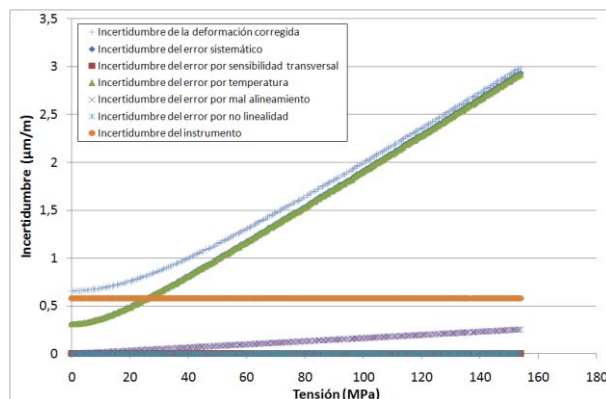
Errores sistemáticos relativos de los ensayos
(Probeta Nº 3)



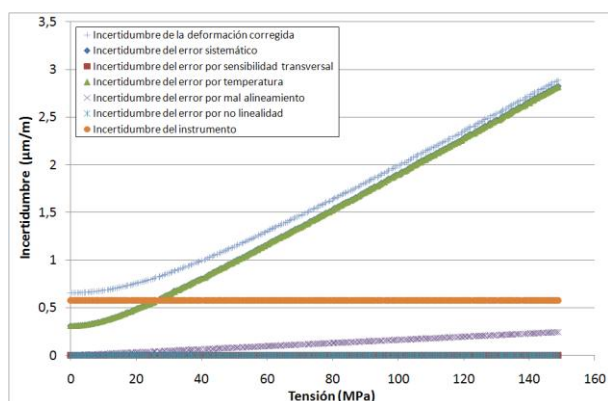
Deformaciones corregidas de los ensayos
(Probeta Nº 3)



Incetudumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 1 (Probeta Nº 3)



Incetudumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 2 (Probeta Nº 3)



Incetudumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 3 (Probeta Nº 3)

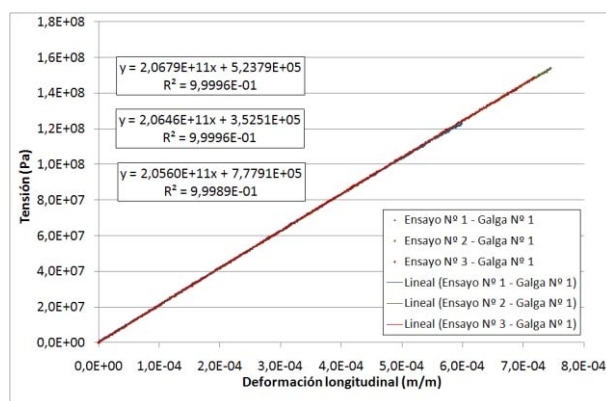
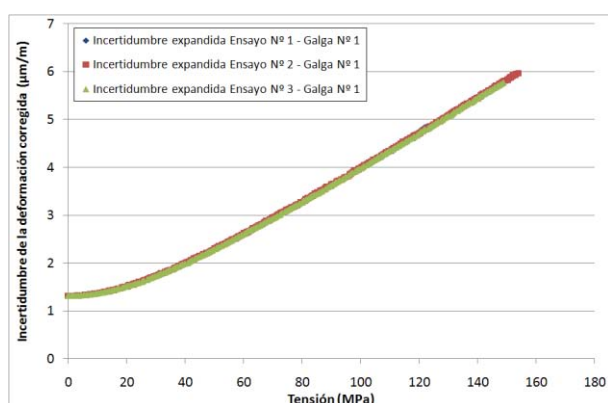
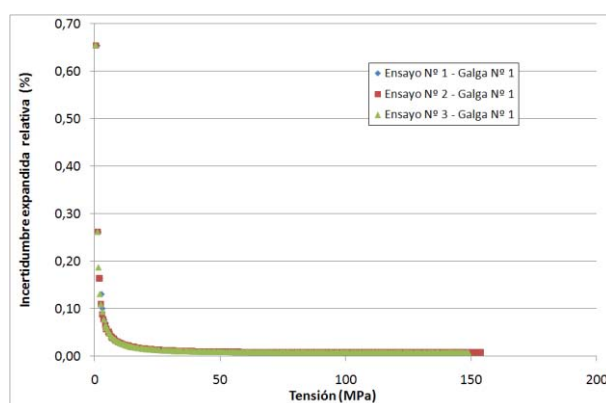


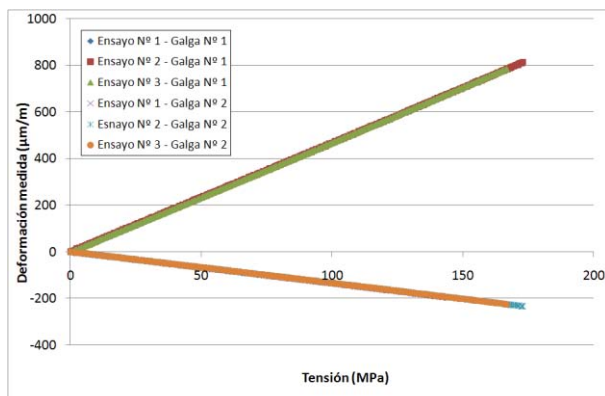
Gráfico tensión - deformación corregida media (Probeta Nº 3)



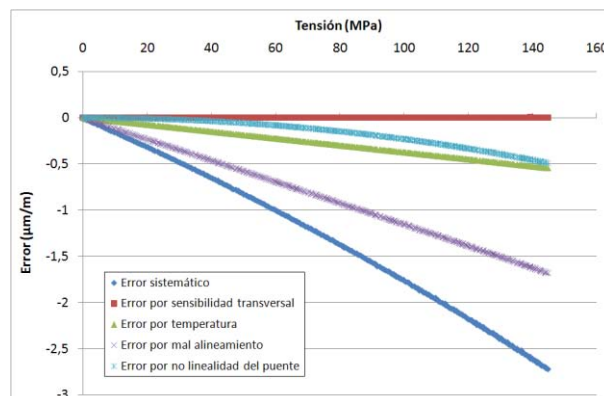
Incetudumbres expandidas de los ensayos (Probeta Nº 3)



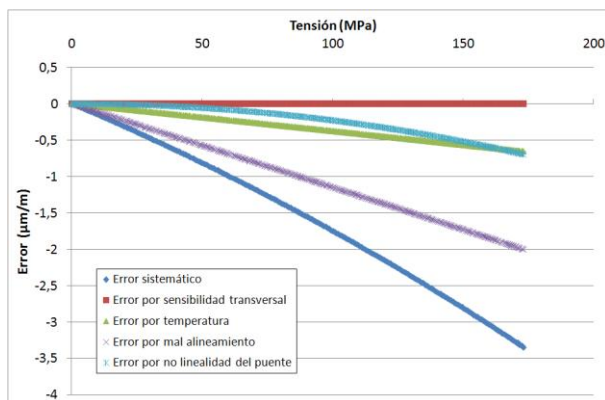
Incetudumbre relativa en función de la tensión (Probeta Nº 3)



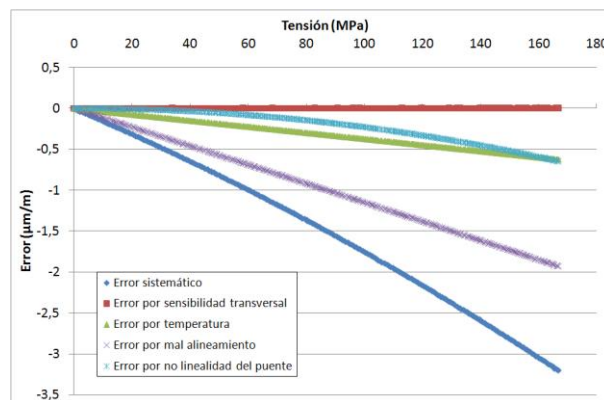
Deformación medida en los ensayos
(Probeta Nº 4)



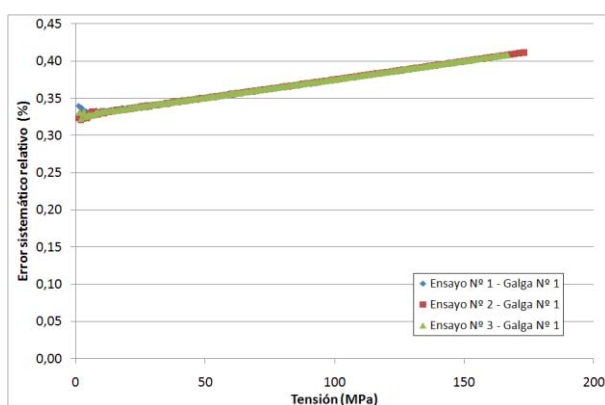
Errores calculados para el ensayo Nº 1
(Probeta Nº 4)



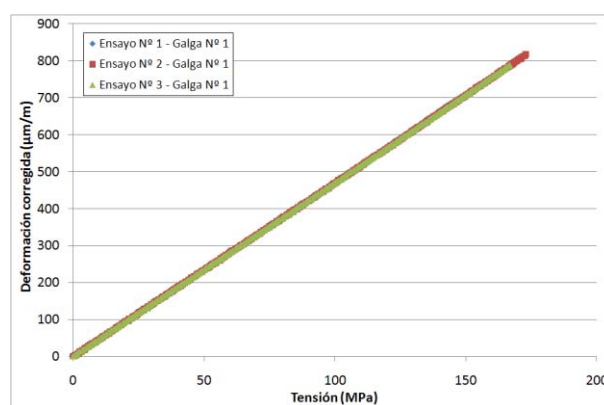
Errores calculados para el ensayo Nº 2
(Probeta Nº 4)



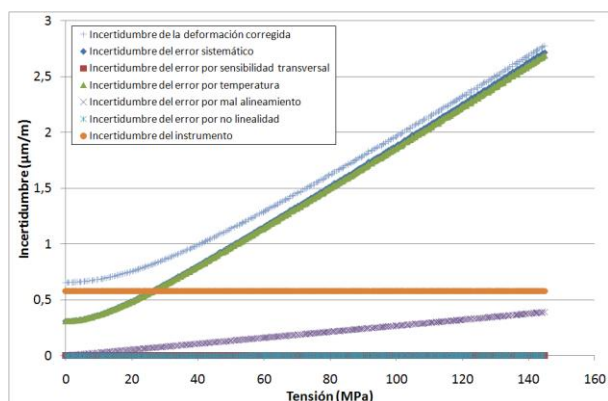
Errores calculados para el ensayo Nº 3
(Probeta Nº 4)



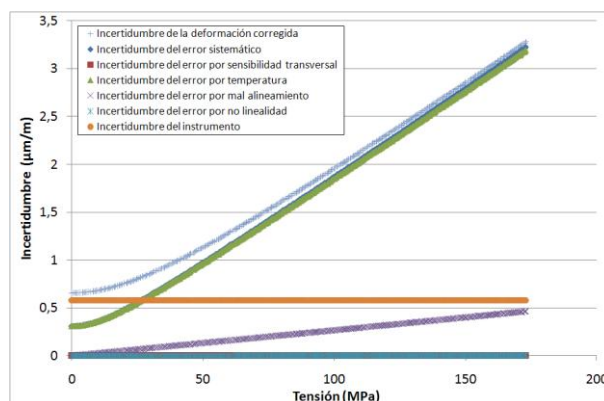
Errores sistemáticos relativos de los ensayos
(Probeta Nº 4)



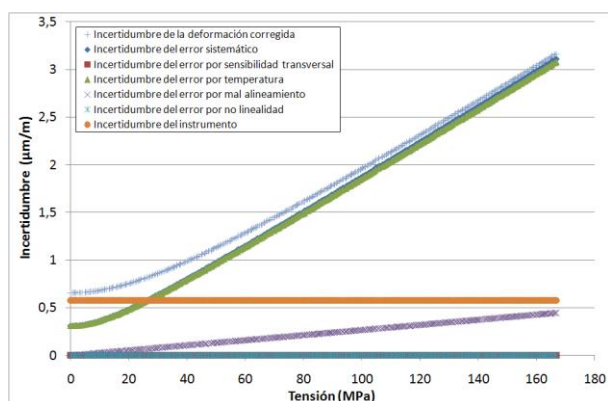
Deformaciones corregidas de los ensayos
(Probeta Nº 4)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 1 (Probeta Nº 4)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 2 (Probeta Nº 4)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 3 (Probeta Nº 4)

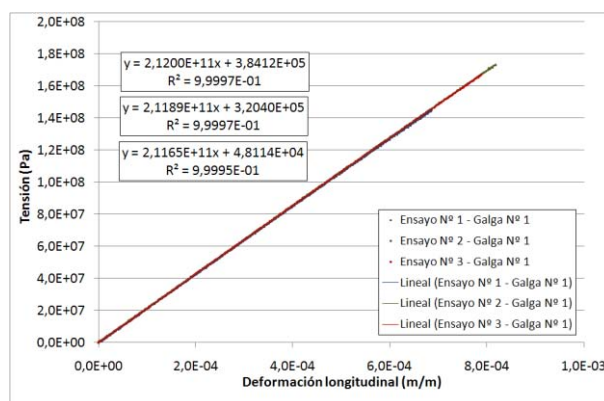
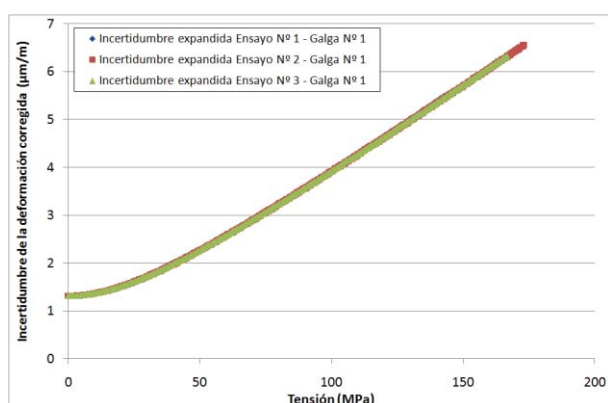
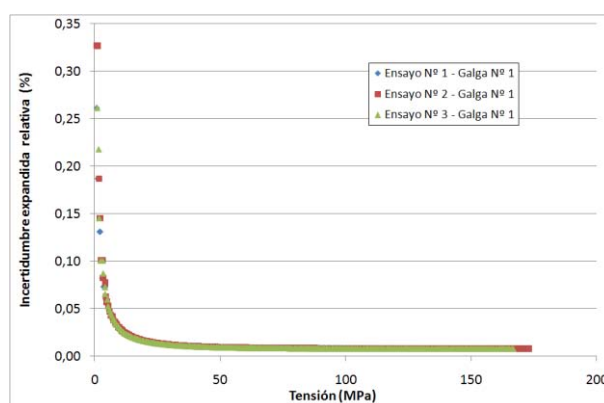


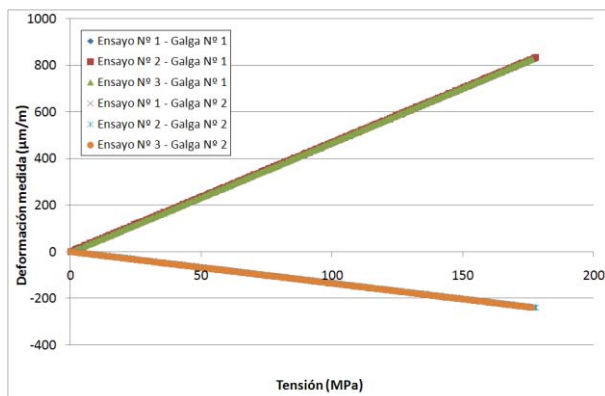
Gráfico tensión - deformación corregida media (Probeta Nº 4)



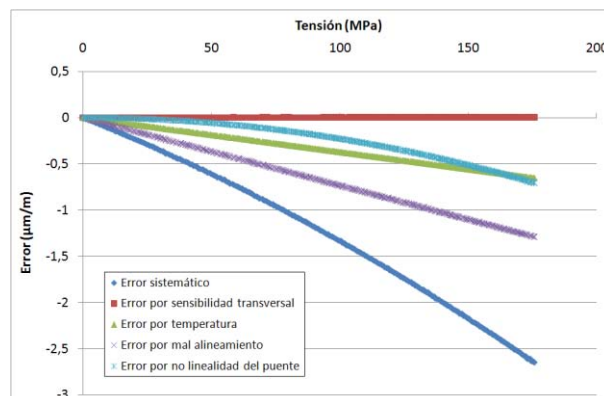
Incertidumbres expandidas de los ensayos (Probeta Nº 4)



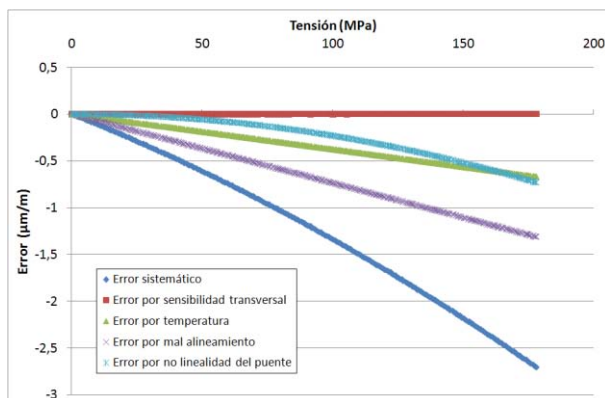
Incetidumbre relativa en función de la tensión (Probeta Nº 4)



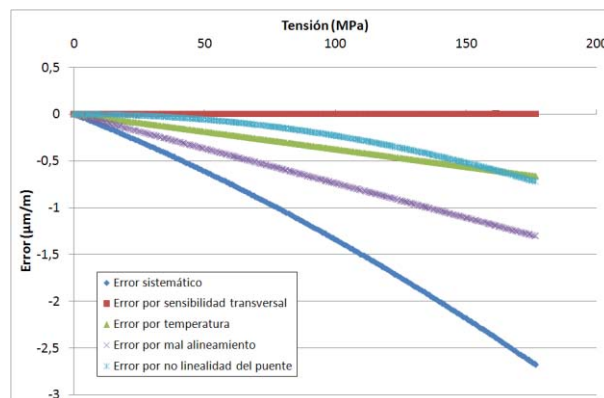
Deformación medida en los ensayos
(Probeta Nº 5)



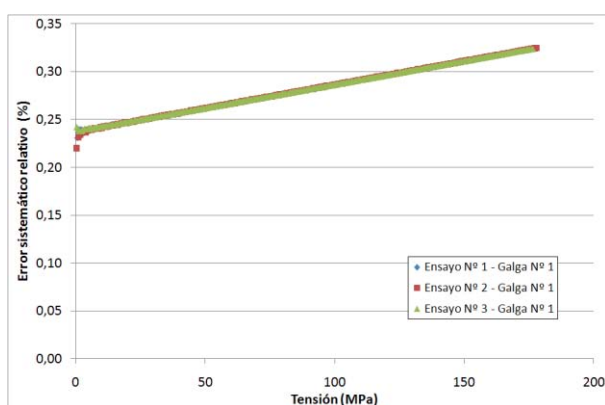
Errores calculados para el ensayo Nº 1
(Probeta Nº 5)



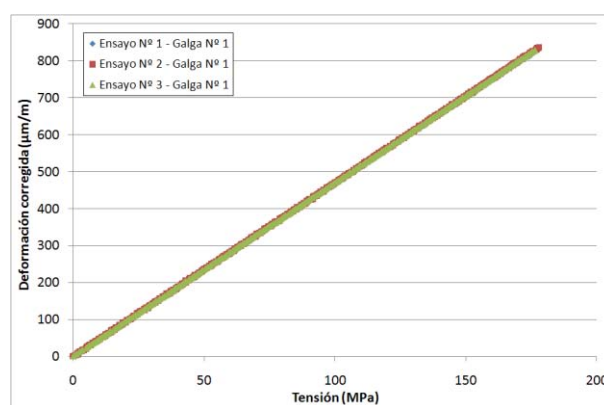
Errores calculados para el ensayo Nº 2
(Probeta Nº 5)



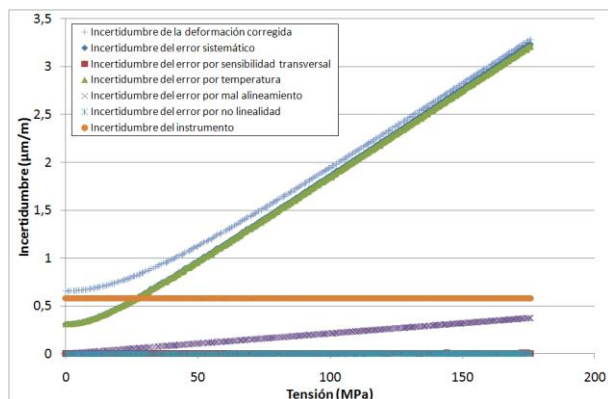
Errores calculados para el ensayo Nº 3
(Probeta Nº 5)



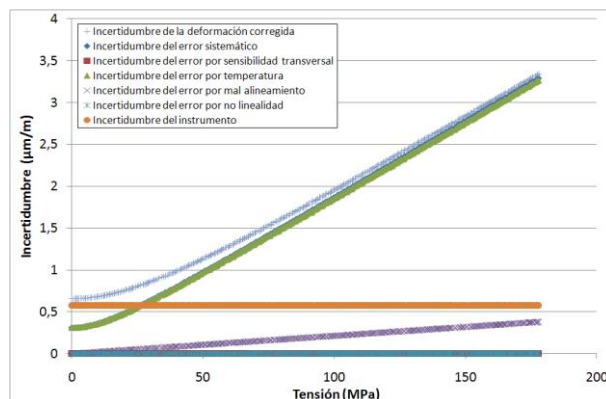
Errores sistemáticos relativos de los ensayos
(Probeta Nº 5)



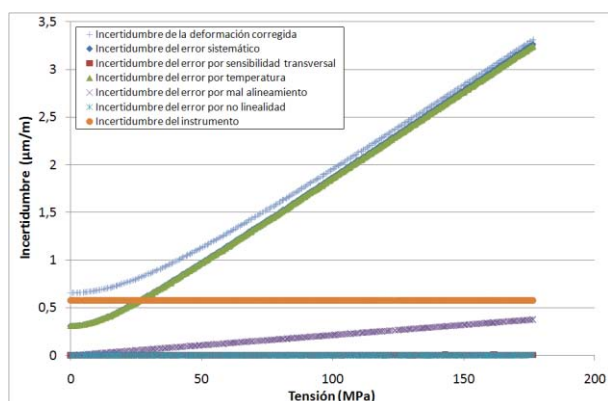
Deformaciones corregidas de los ensayos
(Probeta Nº 5)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 1 (Probeta Nº 5)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 2 (Probeta Nº 5)



Incertidumbre de la cadena de medida del ensayo Nº 3 (Probeta Nº 5)

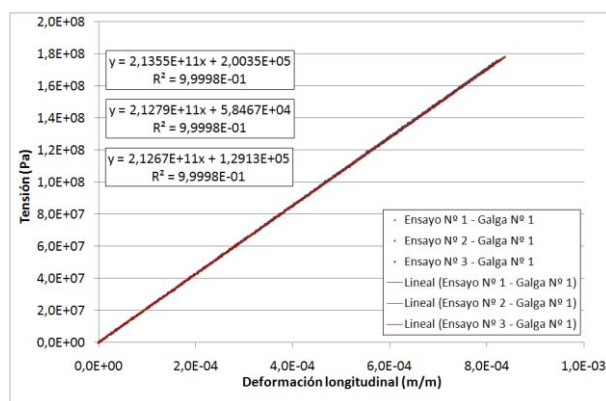
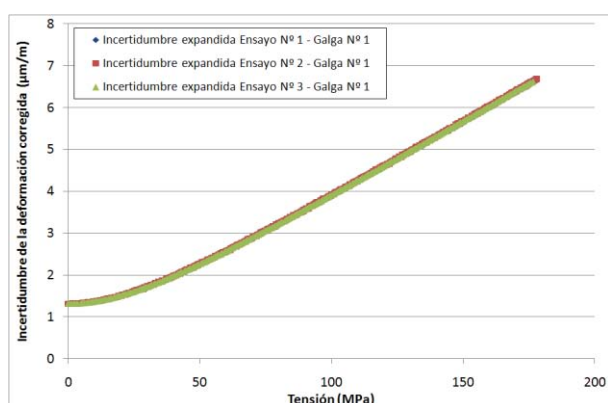
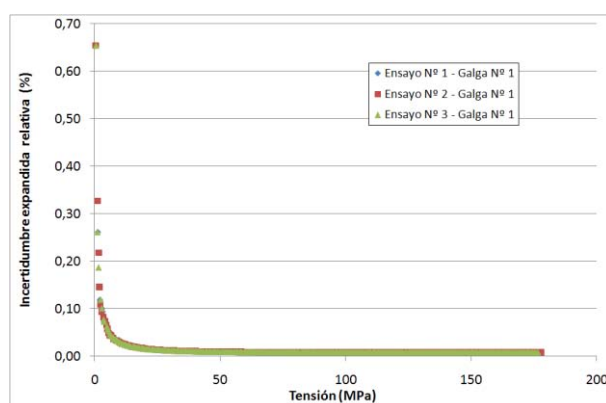


Gráfico tensión - deformación corregida media (Probeta Nº 5)



Incetidumbres expandidas de los ensayos (Probeta Nº 5)



Incetidumbre relativa en función de la tensión (Probeta Nº 5)